σ μ ∫ α β

STATISTICS

المرجع الكامل فى

الإحصـــاء

دكتور

مصطفى زايـــد

دكتوراه في الإحصاء

بحوث عمليات

٢٠٠٧

المرجع الكامل في الإحصاء

الطبعة الأولى ٢٠٠٧

الدقي: ٣ ش المهندس إسماعيل أنور
ت: ٧٤٩٦٥٦٤ – ٢٨٧٧٤١٤ محمول: ٠١٠٢٠٨٩٨٤٤

رقم الإيداع: ٢٠٠٧/٢٩٧٩

مطابع الدار الهندسية/القاهرة
تليفاكس: ٥٤٠٢٥٩٨ محمول: ٠١٢٢٣٤٩٠١١

المرجع الكامل فى

الإحصـــاء

إهـــــداء

إلى أولادى

عمـــــــــرو

طـــــــــارق

أحـــــــمـد

تقديم

تقاس درجة تقدم العلوم بمدى إعتمادها على الرياضيات ؛ وبصفة خاصة تزداد درجة الإعتماد على الإحصاء بإعتباره الرياضيات المنوطة بالأمور الإحتمالية ،وحالات عدم التأكد ، والتى هى سمة فى كل ما فى حياتنا من ظواهر وأحداث أيا كانت : طبيعية أو إجتماعية أو إنسانية . ومن هنا كان علم الإحصاء ضرورة مطلقة لازمة لكل العلوم والمعارف والبحوث دون إستثناء .

الكتاب يوضح أهمية الإحصاء وإستخداماته المتعددة ، وهو مقدم إلى الدارسين والمدرسين لعلم الإحصاء وكل المهتمين بالمنهج العلمي والمعرفة العلمية .

يتميز الكتاب بما يلى :

* عدد كبير من الأساليب والمقاييس الإحصائية ، بلغ عددها ٢٠٠ مئتين منها ما يظهر لأول مرة بالمراجع العربية[1] مثل : دليل الإختلاف الكيفى، نسبة جبيني للتركيز ، ومعامل إرتباط كندال ، معامل إرتباط جاما ، معامل إرتباط كرامير، ومعامل إرتباط لامدا ومعامل إرتباط ثيتا ، ومعامل إرتباط السلاسل المتعددة ، اختبار ليليفورز ، اختبار جارت ، اختبار بوكر ، اختبار ستيوارت ، اختبار مود ، اختبار هارتلي ، اختبار كوكران (C) ، اختبار معامل جاما ، واختبار معامل لامدا ، واختبار معامل ثيتا ، واختبار الدفعات ، واختبار

1 بعضها ظهر فى مؤلفاتنا السابقة

ديكسون ،.... وفى مجال العلاقات غير الخطية تم عرض الكثير من الصيغ الرياضية التى تمكن من تحويل تلك العلاقات إلى الصورة الخطية كما تم عرض نسبة الإرتباط لقياس الإرتباط فى حالة العلاقات غير الخطية .

* عدد كبير من التطبيقات المحلولة فاق عددها أربعمائة تطبيق فى مختلف المجالات الاجتماعية والاقتصادية والإدارية والمحاسبية ، الحيوية ، الطبية ، الزراعية ، مع إعداد كشاف لها لتيسير تتبعها وتعظيم الإنتفاع منها .

* عدد كبير من الصيغ الرياضية فاق عددها أربعمائة صيغة ، تعرض المقاييس والأساليب الإحصائية بلغة العلم ، لتعظيم الإنتفاع منها فى الحساب العلمى والبحوث .

*تصنيف الأساليب تبعاً لمستوى قياس المتغيرات:كمى،ترتيبى ، إسمى .

* عرض عدد من الأساليب البديلة المتاحة ، مع ترتيبها حسب الأفضلية بحيث ينصح الباحث بالإختيار بين الأساليب البديلة حسب ترتيب عرضها .

* الكتاب يضم مجموعة ملاحق هامة : الرموز المستخدمة ، كشاف بالأساليب الإحصائية، كشاف بموضوعات التطبيقات ، الجداول الإحصائية .

والكتاب مقدمة وأربعة أجزاء ، كل جزء منها يعرض وظيفة من وظائف الإحصاء وهى :جمع البيانات ، والوصف ، والإستقراء ، وصنع القرارات ؛ وهى الوظائف اللازمة للبحث العلمى وحل المشاكل ، فى أى مجال من المجالات.المقدمة توضح معنى علم الإحصاء ودوره ؛ الجزء الأول يوضح وظيفة جمع البيانات.الجزء الثانى يعرض وظيفة وصف البيانات ، وتم تقسيمه

إلى أبواب تعرض على التوالى وصف متغير وحيد ، وصـف العلاقـة بـين متغيرين، وصف العلاقة بين عدة متغيرات .الجزء الثالـث يعـرض وظيفـة الإستقراء بهدف وصف المجتمع ، أو التعميم . والجزء الرابع يعرض وظيفة صنع القرارات .وتعتبر الفصول وعـددها ٣٥ هـى الأسـاس فـى عـرض الموضوعات و ترقيم الصيغ الرياضية والتطبيقات .

قصدنا بالمرجع الكامل أن يعطى صورة أكثر عمقـا وتعبيـرا لعلـم الإحصاء ، فهذا ضرورة من أجل تعظيم الإنتفاع من العلم ؛ فالعرض الجزئى لا يعطى الصورة واضحة ،ولا يحقق طموح الباحث وإستفساراته . ولا يعنـى ذلك إحتواء كل ما فى العلم ،فمن الطبيعى عرض الأساليب الشائعة وإختـصار الموضوعات المعقدة والمتعلقة بتعدد المتغيرات ؛ إن عرض ذلك يكون ملائما بصورة أفضل من خلال عرضها مع برامج الكمبيوتر الإحصائية المنفذة لها مثل SPSS ، MINITAB ، ،.... وهذا عمل نأمل صدوره فى القريب العاجل إن شاء الله .وإن الكمال لله وحده.

يناير ٢٠٠٧ **د./ مصطفى أحمد عبد الرحيم زايد**

المحتويات

مقدمة

١ علم الإحصاء **Statistics**

٢ أهمية الإحصاء

الجزء الأول: جمع البيانات Data Collection

٣ طرق جمع البيانات

٤ المعاينة العشوائية Random Sampling

الجزء الثاني: وصف البيانات Data Discription

الباب الأول :وصف متغير Univariate

٥ الجدول التكراري Frequency Table

٦ العرض البياني Graphical Presentation

٧ النسب والمعدلات Ratios and Rates

٨ المتوسطات Averages

٩ مقاييس الموضع Measures of Position

١٠ مقاييس التشتت Dispertion

١١ مقاييس المركز النسبى Relative Position

١٢ مقاييس التغير النسبى(الأرقام القياسية) Index numbers

١٣ مقاييس الالتواء Skewness

١٤ مقاييس التفرطح Kurtosis

١٥ مقاييس التركيز Concentration

الباب الثانى :وصف العلاقة بين متغيرين Bivariate

١٦ الجدول التكرارى المزدوجBivariate Table

١٧ مقاييس الإرتباط Correlation Measures

١٨ مقاييس التقدير Prediction (الإتحدار Regression)

١٩ مقاييس التقدير (السلاسل الزمنية Time Series)

الباب الثالث : وصف العلاقة بين عدة متغيرات Multivariate

٢٠ الارتباط المتعدد Multiple Correlation

٢١ السببية Causality

الجزء الثالث :وصف المجتمع (الإستقراء Induction ،التعميم Generalization)

الباب الأول : أسس الإستقراء Bases

٢٢ نظرية الإحتمالات Probability

٢٣ توزيع المعاينة Sampling Distribution

الباب الثانى : منطق الإستقراء Logic of Induction

٢٤ الإستقراء الإحصائى Statistical Induction

٢٥ منطق التقدير Logic of Estimation

٢٦ منطق إختبارات الفروض Hypothesis Testing

الباب الثالث : أساليب الإستقراء Tecniques of Induction

٢٧ تصنيف أساليب الإستقراء

٢٨ الإستقراء عن التوزيع الإحتمالى Distribution
٢٩ الإستقراء عن المتوسطات Averages
٣٠ الإستقراء عن النسب والمعدلات Ratios and Proportions
٣١ الإستقراء عن التشتت Dispertion
٣٢ الإستقراء عن الإرتباط Correlation
٣٣ الإستقراء عن التقدير Prediction
٣٤ الإستقراء حول البيانات Data

الجزء الرابع : صنع القرارات Decision Making

٣٥ نماذج صنع القرارات

المراجع

الملاحق: الرموز ، الأساليب الإحصائية ، التطبيقات، الجداول

المحتويات (تفصيلي)

مقدمة ٣٧

فصل ١: علم الإحصاء Statistics ٣٩

١-١ علم الإحصاء ووظائفه ٤١

١-٢ تطور علم الإحصاء ٤٣

١-٣ قياس المتغيرات ٤٦

١-٣-١ مستويات القياس ٤٦

١-٣-٢ أهمية مستوى القياس ٤٨

١-٤ برامج الكمبيوتر الإحصائية ٥٠

فصل ٢ : أهمية الإحصاء ٥٣

٢-١ دور الإحصاء فى البحث العلمى ٥٥

٢-٢ دور الإحصاء فى تطوير العلوم ٥٦

٢-٣ تطبيقات الإحصاء فى المجالات المختلفة ٥٨

الجزء الأول: جمع البيانات ٦٣

فصل ٣ : طرق جمع البيانات ٦٥

٣-١ المسح Survey ٦٧

٣-٢ التجربة Experiment ٦٩

٣-٣ المحاكاة Simulation ٦٩

فصل ٤ : المعاينة العشوائية Random Sampling ٧١

٤-١ تعاريف ٧٣

٤-٢ المعاينة العشوائية البسيطة ٧٧

٤-٢-١ أهمية المعاينة العشوائية البسيطة ٧٧

٤-٢-٢ طرق الاختيار العشوائي ٧٨

٤-٢-٣ إجراءات استخدام الجداول العشوائية ٧٩

٤-٣ المعاينة المنتظمة ٨٢

٤-٤ المعاينة الطبقية Stratified Sampling ٨٣

٤-٤-١ مزايا المعاينة الطبقية ٨٣

٤-٤-٢ عيوب المعاينة الطبقية ٨٤

٤-٤-٣ التوزيع المتناسب Proportional Allocation ٨٤

٤-٤-٤ التوزيع الأمثل Optimal allocation ٨٥

٤-٥ المعاينة العنقودية Cluster sampling ٨٧

٤-٦ المعاينة متعددة المراحل Multi-stage ٨٧

٤-٧ تطبيقات متنوعة ٨٨

الجزء الثاني : وصف البيانات ٩٣

الباب الأول :وصف متغير ٩٥

فصل ٥ :الجدول التكراري Frequency Table ٩٧

٥- ١ الأهمية ٩٩
٥-٢خطوات تكوين الجدول التكرارى.................................. ١٠٣
٥- ٣ التوزيع التكرارى المتجمع(الصاعد ، النازل) ١١٠
٥- ٤ التوزيع التكرارى النسبى.. ١١٢

فصل ٦ :العرض البيانى Graphical Presentation ١١٧
٦- ١ الأهمية ١١٩
٦- ٢ العرض البيانى للمتغيرات الكيفية.................................. ١١٩
٦- ٣ العرض البيانى للمتغيرات الكمية ١٢٤
٦-٣-١ المدرج التكرارى ١٢٥
٦-٣-٢ المضلع التكرارى... ١٢٧
٦-٣-٣ المنحنى التكرارى ١٢٨
٦-٣-٤ المضلع التكرارى المتجمع (الصاعد ، النازل)................ ١٢٩
٦-٣-٥ المنحنى التكرارى المتجمع (الصاعد ، النازل) ١٣١
٦- ٤ قواعد العرض البياني ١٣١
٦-٥ تطبيقات متنوعة ١٣١

فصل ٧ : النسب والمعدلات Ratios and Rates ١٣٥
٧- ١ الأهمية ١٣٧
٧- ٢ النسب ١٣٧
٧- ٣ المعدلات.. ١٣٩
٧- ٤ المعدلات المعيارية.. ١٤٠

الفصل الثامن: المتوسطات Averages ١٤٣
٨-١ الأهمية ١٤٥
٨-٢ المتوسط الحسابى ١٤٦
٨-٣ المتوسط الحسابى المرجح................................ ١٥٦
٨-٤ المتوسط الهندسى ١٦٠
٨-٥ الوسيط ١٦٣
٨-٦ المنوال ١٦٩
٨-٧ العلاقة بين المتوسطات.................................. ١٧٦
٨-٨ تطبيقات متنوعة ١٧٦

الفصل التاسع : مقاييس الموضع Measures of Position ١٨٥
٩-١ الربيعات Quartiles ١٨٧
٩-٢ العشيرات Deciles ١٩١
٩-٣ المئينات Percentiles ١٩١

الفصل العاشر: مقاييس التشتت Dispertion ١٩٧
١٠-١ الأهمية ١٩٩
١٠-٢ المدى ٢٠٠
١٠-٣ الإنحراف الربيعى ٢٠٠
١٠-٤ الإنحراف المتوسط ٢٠٥
١٠-٥ التباين والإنحراف المعيارى ٢٠٧
١٠-٦ معامل الإختلاف ٢١٥

١٠-٧ دليل الإختلاف الكيفى..٢١٨
١٠-٨ تطبيقات متنوعة...٢٢٣

الفصل الحادي عشر:مقاييس المركز النسبي Relative Positio ٢٣١
١١-١ الأهمية...٢٣٣
١١-٢ الرتبة المئينية ٢٣٤
١١-٣ الدرجة المعيارية ٢٣٧
١١-٤ الدرجة المعيارية المعدلة ٢٤٠
١١-٥ تطبيقات متنوعة...٢٤١

الفصل الثانى عشر : الأرقام القياسية Index numbers ٢٤٩
١٢-١ الأهمية...٢٥١
١٢-٢ الأرقام القياسية البسيطة Simple ٢٥٢
١٢-٣ الأرقام القياسية المرجحة Weighted..........................٢٥٣
١٢-٣-١ رقم لاسبير Laspeyre ٢٥٣
١٢-٣-٢ رقم باش Paasche ٢٥٣
١٢-٤ القوة الشرائية Purchasing Power ٢٥٥
١٢-٥ تعديل القيم Deflating Values...............................٢٥٦
١٢-٦ تغيير الأساس Base Shifting ٢٥٨

فصل ١٣ : مقاييس الإلتواء Skewness ٢٦٣
١٣-١ الأهمية...٢٦٥

١٣-٢ معامل إلتواء بيرسون الأول ٢٦٧
١٣-٣ معامل إلتواء بيرسون الثانى ٢٦٨
١٣-٤ معامل إلتواء بولي ٢٦٨
١٣-٥ معامل إلتواء العزم الثالث ٢٦٨

فصل ١٤ : مقاييس التفرطم Kurtosis ٢٧١
فصل ١٥ : مقاييس التركيز Concentration ٢٧٧
١٥-١ الأهمية ٢٧٩
١٥-٢ منحنى لورنز ٢٨٠
١٥-٣ نسبة جبيني للتركيز ٢٨٥

الباب الثانى : وصف العلاقة بين متغيرين ٢٨٧
الفصل ١٦: الجدول التكرارى المزدوج Bivariate Table ٢٩١
١٦-١ الأهمية ٢٩٣
١٦-٢ إعداد الجدول المزدوج ٢٩٤
١٦-٣ التوزيع المزدوج النسبى ٢٩٧

الفصل ١٧ : مقاييس الإرتباط Correlation Measures ٣٠١
١٧-١ مقدمة ٣٠٣
١٧-١-١ الأهمية ٣٠٣
١٧-١-٢ تصنيف مقاييس الإرتباط ٣٠٣

١٧-٢ الإرتباط بين متغيرات كميان ٣٠٥
١٧-٢-١ العلاقة الخطية ٣٠٥
١٧-٢-٢ معامل بيرسون ٣٠٩
١٧-٢-٣ البيانات المبوبة ٣١٢
١٧-٣ الإرتباط بين متغيرات ترتيبيان ٣١٥
١٧-٣-١ مقدمة ٣١٥
١٧-٣-٢ معامل إرتباط سبيرمان... ٣١٥
١٧-٣-٣ معامل إرتباط جاما.. ٣١٧
١٧-٣-٤ معامل إرتباط كندال... ٣٢٤
١٧-٤ الإرتباط بين متغيرات إسميان ٣٢٦
١٧-٤-١ مقدمة ٣٢٦
١٧-٤-٢ معامل إرتباط كرامير ٣٢٦
١٧-٤-٣ معامل إرتباط لامدا ٣٣٤
١٧-٤-٤ معامل إرتباط الرباعي ٣٣٦
١٧-٥ الإرتباط بين متغير كمي ومتغير إسمى ٣٣٧
١٧-٥-١ معامل إرتباط السلسلتان.. ٣٣٧
١٧-٥-٢ معامل إرتباط السلستان الثنائى ٣٤٢
١٧-٥-٣ نسبة الإرتباط.. ٣٤٥
١٧-٦ الإرتباط بين متغير ترتيبي ومتغير إسمى........................ ٣٤٩
١٧-٦-١ معامل إرتباط السلسلتان للرتب ٣٤٩
١٧-٦-٢ معامل ثيتا ٣٥١
١٧-٧ تطبيقات متنوعة... ٣٥٥

الفصل ١٨ : مقاييس التقدير Prediction (الإنحدار Regression) ٣٨١

١٨-١ الأهمية ٣٨٣
١٨-٢ العلاقة الخطية ٣٨٤
١٨-٣ البيانات المبوبة.. ٣٨٨
١٨-٤ العلاقة غير الخطية ٣٩١
١٨-٤-١ التحويل إلى العلاقة الخطية ٣٩١
١٨-٤-٢ معادلة الدرجة الثانية.. ٣٩٣
١٨-٥ تطبيقات متنوعة.. ٣٩٩

الفصل ١٩ : مقاييس التقدير(السلاسل الزمنية Time Series) ٤٠٩

١٩-١ الأهمية ٤١١
١٩-٢ العوامل المؤثرة على السلسلة الزمنية.. ٤١٢

١٩-٣ الإتجاه العام.. ٤١٥
١٩- ٣-١ النموذج الخطى ٤١٦
١٩-٣-٢ النموذج الأسى ٤١٨
١٩-٣-٣ الإتجاه العام للمواسم ٤٢٢
١٩-٤ التغيرات الموسمية ٤٢٣
١٩-٥ السلاسل الزمنية المعترضة.. ٤٢٨
١٩-٦ تطبيقات متنوعة.. ٤٢٨

الباب الثالث : وصف العلاقة بين عدة متغيرات ٤٣٣

الفصل ٢٠ : الارتباط المتعدد Multiple Correlation............٤٣٥

٢٠-١ الجدول التكرارى المركب Multivariate table................٤٣٩

٢٠-٢ المصفوفة الإرتباطية Correlation Matrix...................٤٣٩

٢٠-٣ الإرتباط متعدد المتغيرات Multivariate Correlation.........٤٤٠

٢٠-٤ الإرتباط الجزئى Partial Correlation........................٤٤٠

٢٠-٥ إرتباط الجزء Part Correlation..............................٤٤١

٢٠-٦ التحليل العاملى Factor Analysis............................٤٤١

٢٠-٧ التحليل العنقودى Cluster Analysis..........................٤٤١

٢٠-٨ تحليل التمايز Discrimination Analysis.....................٤٤١

الفصل ٢١ : السببية Causality..................................٤٤٣

٢١-١ مراحل البحث فى علاقة السببية.................................٤٤٥

٢١-١-١ مرحلة الوصف Discribtion.................................٤٤٧

٢١-١-٢ مرحلة التفسير Explanation...............................٤٤٧

٢١-١-٣ مرحلة التحديد Identification.............................٤٤٨

٢١-٢ الإنحدار المتعدد Multiple regression.......................٤٤٨

٢١-٣ أساليب أخرى...٤٥١

٢١-٣-١ تحليل المسار Path Analysis...............................٤٥١

٢١-٣-٢ التحليل المتقن Elaboration analysis......................٤٥١

٢١-٣-٣ النماذج اللوغاريتمية الخطية Log Linear Models.........٤٥٢

الجزء الثالث : وصف المجتمع (الإستقراء) Induction ٤٥٣

الباب الأول : أسس الإستقراء Bases ٤٥٥

الفصل ٢٢ : نظرية الإحتمالات Probability ٤٥٧

٢٢-١ مفهوم الإحتمال ٤٥٩

٢٢-٢ قوانين العد ٤٥٩

٢٢-٢-١ مبدأ العد ٤٥٩

٢٢-٢-٢ المضروب ٤٦١

٢٢-٢-٣ التباديل ٤٦١

٢٢-٢-٤ التوافيق ٤٦٢

٢٢-٣ قوانين الإحتمالات ٤٦٣

٢٢-٣-١ قانون جمع الإحتمالات ٤٦٤

٢٢-٣-٢ الأحداث المتنافية ٤٦٤

٢٢-٣-٣ الإحتمال الشرطى ٤٦٥

٢٢-٣-٤ قانون ضرب الإحتمالات ٤٦٥

٢٢-٣-٥ الأحداث المستقلة ٤٦٦

٢٢-٣-٦ الإحتمال الكلى ٤٦٩

٢٢-٣-٧ نظرية بييز ٤٧٠

٢٢-٣-٨ نظرية تشيبشيف ٤٧٣

٢٢-٤ التوزيعات الإحتمالية ٤٧٥

٢٢-٤-١ الأهمية ٤٧٥

٢٢-٤-٢ التوزيع الهيبرجيومترى ٤٧٦

٢٢-٤-٣ توزيع ذى الحدين ٤٧٩
٢٢-٤-٤ توزيع بواسون ٤٨٣
٢٢-٤-٥ التوزيع الطبيعى ٤٨٥
٢٢-٤-٦ توزيع ت ٤٩٠
٢٢-٤-٧ توزيع كا^{٢} ٤٩٢
٢٢-٤-٨ توزيع ف ٤٩٤
٢٢-٥ تطبيقات متنوعة ٤٩٥

الفصل ٢٣ : توزيع المعاينة Sampling Distribution ٥١٧
٢٣-١ الأهمية ٥١٩
٢٣-٢ طرق الحصول على توزيع المعاينة ٥٢٠
٢٣-٢-١ الحصر النظري الشامل ٥٢١
٢٣-٢-٢ النظريات الإحصائية ٥٢١
٢٣-٢-٣ التجربة ٥٢٥

الباب الثاني : منطق الاستقراء Logic of Induction ٥٢٧
الفصل ٢٤ : الاستقراء الإحصائي Statistical Induction ٥٢٩
٢٤-١ مناهج البحث المنطقية ٥٣١
٢٤-٢ دواعي الاستقراء ٥٣٣
٢٤-٣ دقة النتائج ٥٣٦
٢٤-٤ مناهج الاستقراء الإحصائي ٥٤٠

٢٤-٤-١ المنهج الكلاسيكي (Classical approach) ٥٤٠
٢٤-٤-٢ المنهج البيزياني (Bayesian approach) ٥٤١
٢٤-٤-٣ مناهج أخرى.. ٥٤٢

الفصل ٢٥ : منطق التقدير Logic of Estimation ٥٤٥
٢٥-١ تقدير قيمة.. ٥٤٥
٢٥-١-١ الأهمية ٥٤٥
٢٥-١-٢ منطق التقدير بقيمة.. ٥٤٦
٢٥-١-٣ صفات المقدر الجيد ٥٤٦
٢٥-١-٤ نماذج للمقدرات ٥٤٧
٢٥-٢ تقدير فترة.. ٥٥١
٢٥-٢-١ الأهمية ٥٥١
٢٥-٢-٢ تقدير متوسط المجتمع.. ٥٥١
٢٥-٢-٣ تحديد حجم العينة ٥٦١

الفصل ٢٦ : منطق اختبارات الفروض Hypothesis Testing ... ٥٦٩
٢٦-١ أنواع الفروض ٥٧١
٢٦-٢ أنواع الإختبارات.. ٥٧٨
٢٦-٣ منطق الإختبار الإحصائى ٥٨١
٢٦-٤ أخطاء الإختبار.. ٥٨٤
٢٦-٤-١ خطأ الرفض ٥٨٤
٢٦-٤-٢ خطأ القبول ٥٨٥

٢٦-٤-٣ العلاقة بين الأخطاء..٥٨٥
٢٦-٤-٤ تطبيقات إيضاحية..٥٨٧
٢٦-٤-٥ المفاضلة بين الأخطاء.......................................٥٨٨
٢٦-٤-٦ المعالجات المنطقية..٥٩١
٢٦-٥ فعالية الإختبار ٥٩٢
٢٦-٦ تفسير النتائج ٥٩٨
٢٦-٧ خطوات الإختبار ٦٠٢
٢٦-٨ إختبار الفرض حول متوسط المجتمع..............................٦٠٣
٢٦-٩ تحديد حجم العينة...٦١٢

الباب الثالث : أساليب الإستقراء..........................٦١٦

الفصل ٢٧ : تصنيف أساليب الإستقراء.......................٦١٧
٢٧-١ التصنيف حسب الهدف من الأسلوب ٦١٩
٢٧-٢ التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات ٦٢٠
٢٧-٣ الأساليب المعلمية وغير المعلمية.................................٦٢١
٢٧-٤ التصنيف حسب خواص المجتمع المستهدفة ٦٢٣

الفصل ٢٨ : الإستقراء عن التوزيع الإحتمالى Distribution ٦٢٥
٢٨-١ اختبار جودة التوفيق ٦٢٧
٢٨-١-١ أهمية إختبار جودة التوفيق ٦٢٧
٢٨-١-٢ اختبار كا٢...٦٣٠

٢٨-١-٣ اختبار كولوجوروف ٦٤١
٢٨-١-٤ اختبار ليليفورز ٦٤٤
٢٨-٢ مقارنة توزيعان ٦٤٧
٢٨-٢-١ اختبا كا٢ .... ٦٤٨
٢٨-٢-٢ اختبار سميرنوف.. ٦٥٤
٢٨-٣ مقارنة عدة توزيعات ٦٥٧
٢٨-٣-١ اختبا كا٢ .... ٦٥٧

الفصل ٢٩ : الإستقراء عن المتوسطات.. ٦٦١
٢٩-١ الاستقراء حول متوسط المجتمع ٦٦٣
٢٩-١-١ تقدير متوسط المجتمع.. ٦٦٤
٢٩-١-١-١ تباين المجتمع معلوم ٦٦٤
٢٩-١-١-٢ تباين المجتمع غير معلوم ٦٦٦
٢٩-١-٢ اختبار الفرض حول متوسط المجتع ٦٧١
٢٩-١-٢-١ الاختبار الطبيعي ٦٧٢
٢٩-١-٢-٢ اختبار – ت ٦٧٣
٢٩-١-٢-٣ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة ٦٧٥
٢٩-١-٢-٤ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة.. ٦٨٤
٢٩-١-٢-٥ اختبار الإشارة.. ٦٨٥
٢٩-١-٢-٦ اختبار الإشارة للعينات الكبيرة ٦٩٠
٢٩-٢ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة.. ٦٩١
٢٩-٢-١ المقارنة الزوجية Paired comparison ٦٩٢

٢٩-٢-٢ اختبار- ت الزوجي.......................................٦٩٣
٢٩-٢-٣ تقدير الفرق بين متوسطين ٧٠٣
٢٩-٢-٤ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة..........................٧٠٤
٢٩-٢-٥ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة ٧٠٧
٢٩-٢-٦ اختبار الإشارة ٧٠٧
٢٩-٣ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة.............................٧٠٩
٢٩-٣-١ الاختبار الطبيعي..٧٠٩
٢٩-٣-٢ تقدير الفرق بين متوسطين ٧١٢
٢٩-٣-٣ اختبار - ت - فيشر ٧١٣
٢٩-٣-٤ تقدير الفرق بين متوسطين ٧١٧
٢٩-٣-٥ اختبار - ت ساترزويت.......................................٧١٧
٢٩-٣-٦ تقدير الفرق بين متوسطين ٧٢٠
٢٩-٣-٧ اختبار ولكوكسون - مان - وتني ٧٢١
٢٩-٣-٨ حالة العينات الكبيرة...٧٢٥
٢٩-٤ مقارنة عدة متوسطات ٧٢٨
٢٩-٤-١ الأهمية ٧٢٨
٢٩-٤-٢ مفاهيم تجريبية...٧٢٩
٢٩-٤-٣ تحليل التباين ٧٣١
٢٩-٥ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مستقلة ٧٣٢
٢٩-٥-١ التصميم كامل العشوائية....................................٧٣٢
٢٩-٥-١-١ التعشية ٧٣٢
٢٩-٥-١-٢ تحليل التباين ٧٣٥

٢٩-٥-١-٣ المقارنات المتعددة ٧٣٧
٢٩-٥-٢ اختبار كروسكال واليز ٧٤٥
٢٩-٥-٢-١ احصاء الاختبار ٧٤٦
٢٩-٥-٢-٢ المقارنات المتعددة ٧٥٢
٢٩-٦ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مرتبطة ٧٥٣
٢٩-٦-١ تصميم القطاعات كاملة العشوائية ٧٥٣
٢٩ -٦-١-١ التعشية ٧٥٤
٢٩-٦-١-٢ تحليل التباين ٧٥٤
٢٩-٦-١-٣ المقارنات المتعددة ٧٥٩
٢٩-٦-٢ اختبار فريدمان ٧٦٢
٢٩-٦-٢-١ احصاء الاختبار ٧٦٣
٢٩-٦-٢-٢ المقارنات المتعددة ٧٦٧

الفصل ٣٠ : الاستقراء عن النسب والمعدلات ٧٧٣
٣٠-١ النسبة ٧٧٥
٣٠-١-١ الاختبار الهيبرجيومتري ٧٧٦
٣٠-١-٢ اختبار ذى الحدين ٧٧٨
٣٠-١-٣ الاختبار الطبيعي ٧٨٢
٣٠-١-٣-١ تقدير النسبة ٧٨٦
٣٠-١-٣-٢ تحديد حجم العينة ٧٩١
٣٠-٢ مقارنة نسبتان : بيانات مستقلة ٧٩١
٣٠-٢-١ اختبار فيشر الأصلى ٧٩٢

٣٠-٢-١-١ إجراءات الإختبار ٧٩٢
٣٠-٢-١-٢ الجداول ٧٩٧
٣٠-٢-٢ الاختبار الطبيعي ٨٠٣
٣٠-٢-٣ اختبار بييتز كا٢ ....٨٠٩
٣٠-٣ مقارنة نسبتان : بيانات مرتبطة....................................٨١٣
٣٠-٣-١ اختبار مكنمار McNmar ٨١٣
٣٠-٣-١-١ تقريب إختبار كا٢ ....٨١٥
٣٠-٣-١-٢ تقريب الإختبار الطبيعي ٨٢٢
٣٠-٣-٢ اختبار جارت Gart ٨٢٦
٣٠-٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مستقلة ٨٢٦
٣٠-٤-١ إختبار فرض قيم لعدة نسب.......................................٨٢٦
٣٠-٤-٢ اختبار فرض تساوى عدة نسب ٨٢٨
٣٠-٥ مقارنة عدة نسب : بيانات مرتبطة...................................٨٣٠
٣٠-٥-١ اختبار بوكرBowker...٨٣١
٣٠-٥-٢ اختبار ستيوارت Stuart ٨٣٦
٣٠-٥-٣ اختبار كوكران (Q) Cochran'Q ٨٣٩

الفصل ٣١ : الاستقراء عن التشتت ٨٤٧
٣١-١ الإستقراء عن التباين ٨٥٠
٣١-١-١ اختبار الفرض حول تباين المجتمع ٨٥٠
٣١-١-٢ تقدير تباين المجتمع ٨٥٢
٣١-٢ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مستقلة ٨٥٤

٣١-٢-١ اختبار – ف F ٨٥٤
٣١-٢-٢ اختبار مود Mood... ٨٥٨
٣١-٣ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مرتبطة.................. ٨٦١
٣١-٤ مقارنة التشتت في عدة مجتمعات ٨٦٤
٣١-٤-١ إختبار هارتلي Hartley.. ٨٦٤
٣١-٤-٢ إختبار كوكران (C) Cochran'c........................... ٨٦٦
٣١-٤-٣ إختبار بارتلت Bartlett.. ٨٦٧

الفصل ٣٢ : الاستقراء عن الارتباط............................... ٨٧١
٣٢-١ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد.............................. ٨٧٣
٣٢-١-١ الارتباط بين متغيران كميان (معامل بيرسون)................ ٨٧٣
٣٢-١-١-١ اختبار فرض عدم وجود ارتباط ٨٧٣
- اختبار بيرسون ٨٧٣
- اختبار – ت ٨٧٧
٣٢-١-١-٢ اختبار فرض قيمة معينة ر = ر٠ .... ٨٧٨
٣٢-١-١-٣ تقدير معامل ارتباط بيرسون ٨٨٠
٣٢-١-٢ الارتباط بين متغيران ترتيبان (معامل سبيرمان)................ ٨٨١
٣٢-١-٢-١ اختبار سبيرمان ٨٨١
٣٢-١-٢-٢ اختبار – ت ٨٨٣
٣٢-١-٣ الارتباط بين متغيران ترتيبان (معامل جاما) ٨٨٤
٣٢-١-٣-١ اختبار جاما ٨٨٤
٣٢-١-٣-٢ تقدير معامل ارتباط جاما ٨٨٥

٣٢-١-٤ الارتباط بين متغيران اسميان (معامل كرامير) ٨٨٧
٣٢-١-٤-١ اختبار كا٢ .... ٨٨٧
٣٢-١-٤-٢ اختبار ييتز كا٢ .... ٨٨٩
٣٢-١-٤-٣ اختبار فيشر ٨٩١
٣٢-١-٥ الارتباط بين متغيران إسميان (معامل لامدا) ٨٩١
٣٢-١-٦ الارتباط بين متغيران (ظروف متنوعة) ٨٩٣
٣٢-١-٦-١ معامل الارتباط الرباعي Tetrachoric ٨٩٣
٣٢-١-٦-٢ معامل ارتباط السلسلتان Biserial ٨٩٧
٣٢-١-٦-٣ معامل ارتباط السلسلتان الثنائي Point Biserial ٩٠٢
٣٢-١-٦-٤ معامل ارتباط السلاسل المتعددة Multiserial ٩٠٤
٣٢-١-٦-٥ نسبة الارتباط Correlation Ratio ٩٠٨
٣٢-١-٦-٦ معامل ارتباط ثيتا Theta Coefficient Ø ٩١٢
٣٢-٢ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد (عدة متغيرات) ٩١٦
٣٢-٢-١ الارتباط المتعدد Multiple Correlation ٩١٦
٣٢-٢-٢ معامل كندال للاتفاق Kendall's Concordance Coefficient ٩١٩
٣٢-٣ مقارنة معاملي ارتباط ٩٢٣
٣٢-٣-١ اختبار تجانس معاملين (بيرسون) ٩٢٣
٣٢-٣-٢ اختبار تجانس معاملين (جاما) ٩٢٦
٣٢-٤ مقارنة عدة معاملات ارتباط ٩٢٧

الفصل ٣٣ : الاستقراء عن التقدير ٩٣١
٣٣-١ تمهيد ٩٣٣

٣٣-٢ نموذج الانحدار الخطي البسيط.................................... ٩٣٤
٣٣-٢-١ النموذج الإحصائي.. ٩٣٤
٣٣-٢-٢ اختبار فرض الاستقلال ٩٣٤
٣٣-٢-٣ اختبار الفرض حول معامل الإنحدار ٩٣٩
٣٣-٢-٤ تقدير معامل الإنحدار في المجتمع.......................... ٩٤٠
٣٣-٢-٥ اختبار الفرض حول أ.. ٩٤١
٣٣-٢-٦ تقدير أ.. ٩٤٢
٣٣-٢-٧ تقدير متوسط قيمة المتغير التابع ٩٤٢
٣٣-٢-٨ اختبار الفرض حول متوسط قيمة المتغير التابع.............. ٩٤٣

الفصل ٣٤ : الاستقراء حول البيانات ٩٤٥
٣٤-١ العشوائية.. ٩٤٨
٣٤-١-١ الدفعات ٩٤٨
٣٤-١-٢ اختبار الدفعات... ٩٥٠
٣٤-١-٣ الاختبار الطبيعي... ٩٥٣
٣٤-٢ القيم المتطرفة ٩٥٦
٣٤-٢-١ اختبار ديكسون ٩٥٦

الجزء الرابع : صنع القرارات ٩٦١
الفصل٣٥ : نماذج صنع القـــرارات............................... ٩٦٣
المراجع ٩٦٧

الملاحق : ٩٧٧
الرموز ٩٧٩
الأساليب الإحصائية.. ٩٨٥
كشاف التطبيقات ٩٩٥
الجداول الإحصائية: ١٠٠٥
١ أعداد عشوائية.. ١٠٠٧
٢ التوزيع الطبيعى المعيارى ١٠٠٨
٣ توزيع ت ١٠١٦
٤ توزيع ف.. ١٠١٨
٥ توزيع كا^{٢} ١٠٢٩
٦ التوزيع الهيبرجيومترى ١٠٣٢
٧ إحتمالات الجداول الرباعية ١٠٣٩
٨ توزيع ذى الحدين المتجمع.. ١٠٥٤
٩ توزيع بواسون المتجمع.. ١٠٦٨
١٠ توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة.. ١٠٧٨
١١ توزيع إحصاء ولكوكسون ــ مان ــ وتنى لمجموع الرتب ١٠٨٦
١٢ توزيع إحصاء إختبار كروسكال واليز ١١٠٠
١٣ توزيع إحصاءمعامل كندال للإتفاق وإحصاءفريمان لتحليل التباين١١٠٢
١٤ تحويل فيشر ١١٠٨
١٥ توزيع معامل إرتباط بيرسون ١١٠٩
١٦ توزيع معامل إرتباط سبيرمان ١١١٢
١٧ توزيع إحصاء كولموجوروف.. ١١١٥

١٨	توزيع إحصاء ليليفورز	١١١٨
١٩	توزيع إحصاء سميرنوف $ن_١ = ن_٢$	١١١٩
	توزيع إحصاء سميرنوف $ن_١ \neq ن_٢$	١١٢١
٢٠	توزيع إحصاء هارتلى F_{max}	١١٢٥
٢١	توزيع إحصاء كوكران	١١٢٧
٢٢	توزيع إحصاء ديكسون للقيم المتطرفة	١١٣٠
٢٣	توزيع إحصاء عدد الدفعات الكلى	١١٣١

مقدمـــة

فصل ١: علم الإحصاء Statistics

فصل ٢ : أهمية الإحصاء



فصل ١

علم الإحصاء Statistics

١-١ علم الإحصاء ووظائفه

١-٢ تطور علم الإحصاء

١-٣ قياس المتغيرات

١-٣-١ مستويات القياس

١-٣-٢ أهمية مستوى القياس

١-٤ برامج الكمبيوتر الإحصائية

الفصل الأول

علم الإحصاء

١-١ علم الإحصاء ووظائفه

كلمة إحصاء Statistics لها ثلاث معان :

١ **الإحصاءات** أو البيانات ، مثل إحصاءات السكان والمواليد والصادرات ،..

٢ **المؤشرات المحسوبة من عينة**

٣ **علم الإحصاء :**

هو فرع من فروع الرياضيات يشمل النظريات والطرق الموجهة نحو جمع البيانات ، وصف البيانات ، الإستقراء ، صنع القرارات .

وينتمى الإحصاء أيضا لمجـال أوسـع يعـرف بالأسـاليب الكميـة Quantitative Techniques ، وهذا مصطلح مركـب ، يتميـز بإسـتخدام الأرقام والرموز والدوال الرياضية والمقاييس والجداول والرسوم البيانية ،.... ومعظم هذه الأساليب يدخل فى ساحة الرياضيات وفروعها ، وخاصة الإحصاء والإحتمالات وبحوث العمليات .

ولمزيد من التحديد يمكن القول بأن علم الإحصاء هو **فرع من الرياضيات** موجه للحالات التى تتضمن **الإحتمال وعدم التأكد** .

جمع البيانات

يتم بعدد من الأساليب حسب طبيعة العمل أو البحث ، فقد يكون عن طريق الملاحظة أو التجربة أوالمسح وغالبا تستخدم المعاينة العشوائية (الإحصائية أو الإحتمالية) فى جمع البيانات ،بد يلا عن دراسة المجتمع بالكامل وذلك للعديد من الإعتبارات الإقتصادية والعملية والمعاينة العشوائية هى عملية معاينة يكون فيها لكل وحدة من وحدات المجتمع فرصة أو إحتمال (يمكن حسابه) للظهور فى العينة .

وصف البيانات

يقدم علم الإحصاء من خلال هذه الوظيفة عدد كبير من الأساليب ، بما يعين على الفهم والتحليل والتفسير . وتقسم هذه الأساليب إلى ثلاث مجموعات :

وصف متغير [١] ، وصف العلاقة بين متغيرين [٢]،وصف العلاقة بين عدة متغيرات [٣]

الاستقراء

عملية تمكن من وصف المجتمع (التعميم) باستخدام عينة منة ، وتقدم لنا تقييما عن مدى دقة هذا الإستقراء ، وأكثر من ذلك فهى تمكن من التحكم فى ستوى الدقة [٤] .

---

1 الأساليب معروضة فى الباب الأول ، بالجزء الثانى

2 الأساليب معروضة فى الباب الثانى، بالجزء الثانى

3 الأساليب معروضة فى الباب الثالث، بالجزء الثانى

4 الأساليب معروضة فى الجزء الثالث

صنع القرارات

هذه الوظيفة تتميز بوجود هدف (عائد ، ربح ، منفعة ،تكلفة ، وقت ، .....) يراد تحقيقة وذلك باختيار أحد البدائل المتاحة على أساس منطقى [1].

١-٣ تطور علم الإحصاء

تطور علم الإحصاء عبر سنوات طويلة، وتم ذلك بجهود كثيرة من العلماء من تخصصات مختلفة. وكان التطور بطيئا حتى جاء القرن العشرين ليشهد معدلا هائلا للتطورفى مجالات كثيرة.

ولقد كان التطور فى علم الاحصاء بصفة عامة ملازما وموازيا للتطور فى نظرية الاحتمالات. فقد نشأت نظرية الاحتمالات على أساس رياضى منذ عام١٤٩٤. غير أن التاريخ الحقيقى لنظرية الاحتمالات بدأ فى القرن السابع عشر حيث وضعت اسسها فى ١٦٤٥ بواسطة كل من العالمان: باسكال Pascal عالم الرياضيات والفيزياء والفليسوف الفرنسى وكذا العالم فرمات Fermat. وقد ظهر اهتمام كبير بتطبيق النظريات والطرق الإحصائية فى العلوم الاجتماعية فقد أوضح كيتلية (١٧٩٦-١٨٧٤) عالم الفلك الاجتماعى ءالبلجيكى إمكان استخدام الاحتمالات والاحصاء لوصف وتفسير الظواهر الاجتماعية والاقتصادية وقدم مساهمات هامة فى الطرق الاحصائية وفى تنظيم

---

1 الأساليب معروضة فى الجزء الرابع

وإدارة الاحصاءات الرسمية . وقد ساهم عالم من النفس الانجليــزى جــالتون (١٨٢٢-١٩١١) Galton فى تطبيق الطرق الاحصائية فى علم النفس ووضع أساس علم القياس النفسى Psychometrics وبدأ دراسة موضوع الارتبــاط والانحدار الذى اهتم به وطوره بعد ذلك عالم الاحــصاء الانجليــزى كــارل بيرسون (١٨٥٧-١٩٣٦) Pearson,K بالإضافة إلى مساهمات أخرى هامه.

ولقد كان التطور فى علم الاحصاء أيضا ملازما للتطور فى المناهج المنطقية للمعرفة العلمية . فقد تطور منهج الإستقراء بصورة فعالة منذ فرنسيس **بيكون** (١٥٦١-١٦٢٦م) ، أى بعد ألفى عام من سيادة منهج الإستنباط الأرسطى . وقد تطور هذا المنهج مع تطور علم الإحصاء وعلم الاحتمالات. وقد ساهم **منهج الإستقراء الإحصائى** Statistical Induction فى تطور المعرفة العلمية بالمعدلات الفلكية التى نشهدها ، وهو على لأى حال يعد الطريق المنطقي الوحيد المتاح للوصول للنظريات والقوانين وحل المشاكل في العلوم غير الرياضية وهى : علوم الحياة ، الطب ، الزراعة ، العلوم الإجتماعية ، السياسية ، الإقتصادية ،...

وعلى الرغم من أن الرواد من علماء الاحصاء كان اهتمامهم بوظيفة الاستقراء فإن الجانب الأعظم من النظرية الاحصائية تم اكتشافه بعد عام ١٩٢٠ تقريبا، فمنذ مطلع القرن العشرين كان الاهتمام منصبا على تطبيق الاحصاء على مشاكل علوم الحياة وعلى التجارب الزراعية والصناعية. كما أن العمل فى هذه المرحلة كان مكثفا ومركزا على التحليل الاحصائى وأساسه

المنطقى، وتمخض عن ذلك مساهمات عظيمة قدمها عالم الاحصاء الانجليزى **فيشر** (١٨٩٠-١٩٦٢) **Fisher**. ومن العلماء الذين ساهموا كثيرا فى نظرية التقديرات واختبارات الفروض كلا من بيرسون .Pearson, E.s و نيمان Neyman . ويعد الثلاثى فيشر- بيرسون - نيمان مؤسسى منهج الإستقراء الاحصائى والذى يعرف حاليا **بالاتجاه الكلاسيكى**. وهو يعتمد على المعلومات المتاحة من العينة فقط. وقد ظهر فى هذه الفترة اتجاه جديد يعرف **بالاستقراء البيزيانى** Bayesian inference ، و فيه يعتمد الإستقراء على بيانات العينة بالاضافة الى المعلومات المسبقة Prior information .

وشهدت هذه الفترة ايضا عملا مكثفا كان فيها الإهتمام منصبا على صنع القرارات، مما أدى الى نشوء وظيفة حديثة للاحصاء تحت اسم **نظرية القرارات الاحصائية** Statistical decision theory ويرجع ذلك الى أعمال والد Wald (١٩٣٩) ونيومان Neuman,j ومورجنسترن Morgenstern,o وقد صاحب هذا التطور الكبير بداية ظهور مجموعة من التخصصات المختلفة تهتم بمجالات وأهداف خاصة - وقد بلغ هذا التطور قدرا هائلا وكأنها علوما مستقله.ومن هذه التخصصات:الاحصاءالسكانى Demography والاقتصاد القياسىEconometrics،وبحوث العملياتOperations Research .

١-٣ قياس المتغيرات

١-٣-١ مستويات القياس:

تختلف المقاييس والأساليب الإحصائية حسب مستوى القياس للمتغيرات محل البحث . وفى هذا الصدد يتم تقسيم مستويات القياس إلى نوعين : كمى وكيفى .

المستوى الكمى Quantitative level وينقسم إلى نوعين: النسبى والفترى.

المستوى الكيفى Qualitative وينقسم أيضا إلى قسمين: الترتيبى والإسمى.

ونعرض فيما يلى لهذه الأربعة مستويات مرتبة حسب كمية المعلومات التى تحويها ، أوحسب قوة المقياس ، ترتيبا تنازليا .

ملاحظات هامة:

المقياس المثالى والذى يمكن معه إستخدام كافة العمليـــات الرياضـــية والإحصائية يتضمن وحدات قياس متساوية ويكون لها نفس المعنى ؛ وأن يكون الصفر حقيقى بمعنى إنعدام الخاصية .

ونوضح فيما يلى الفروق بين مستويات القياس المختلفة :

أولا : المستوى النسبى : Ratio

ويعد أقوى مستويات القياس . مثال ذلك الأوزان (بالكيلو) والأطوال (متر) ، ودرجات الحرارة (كلفن) .

المستوى النسبى يحوى خواص المستوى الفترى مضافا إليه خاصيتين:

١- المقياس يتضمن صفر حقيقى .

٢- الأرقام تتمتع بخواص الأرقام الحقيقية .

ولبيان كمية المعلومات فى هذا المستوى نشير إلى :

١ - شئ وزنة ٨ كجم يكون وزنة ضعف شئ وزنة ٤ كجم ، أى أنه يمكن حساب النسبة بين القيم .
٢ - شئ وزنة صفر يعنى إنعدام الوزن ، أى أن الصفر هنا صفر حقيقى ، يعبر فعلا عن إنعدام الخاصية .
٣ - إذا كان لدينا ثلاثة أشياء ، أوزانها ٤ ،٨ ،١٢ كجم ، يمكن تقرير أن الفرق بين الأول والثانى يساوى الفرق بين الثانى والثالث .أى أن وحدات القياس متساوية .
٤ - شئ وزنة ٨ كجم يزيد عما وزنه ٤ كجم بمقدار ٤ كجم ،بمعنى إمكان حساب الفرق بين القيم وإجراء المقارنة بينها شيئان وزن كل منهما ٦كجم ، يكونان متماثلان ، أى أنه يمكن تقرير المساواة .

ثانيا : المستوى الفترى Interval:

يعنى فترات متساوية بين درجة وأخرى . **<u>مثال ذلك :</u>**

درجات الحرارة (مئوية ،فهرنهيت) و التقويم (التاريخ الهجرى أو الميلادى أو....) ، الوزن الذرى ،_درجات الطلبة فى الإختبار .

يعد هذا المستوى أقل من السابق ، فهو يتضمن كمية معلومات أقل ، مثلا بخصوص درجات الطلبة :

١ - الطالب الحاصل فى الإختبار على ٨ درجات ، لانستطيع أن نقرر أن مستوى تحصيلة ضعف الحاصل على ٤ درجات (النسبة غير ممكنة)
٢ - الطالب الحاصل على صفر فى الإختبار ، لا يعنى أن تحصيلة منعدم، وكذلك إذا كانت درجة الحرارة المئوية فى منطقة ما صفرا، فهذا

لا يعنى انعدام الحرارة (الصفر هنا غير حقيقى) .

٣ - الفرق ممكن .

٤ - المقارنة ممكنة .

ثالثا : المستوى الترتيبى Ordinal :

يكون التقسيم على أساس الرتبة أو الأهمية النسبية ، ويمكن فقط إجراء المقارنات . مثال ذلك :

درجات الطلبة فى الإختبار : ممتاز ،جيد جدا ، جيد ، مقبول ، راسب مستوى التعليم :جامعى ، متوسط ، ابتدائى ، قراءة وكتابة ، أمى .

رابعا : المستوى الإسمى Nominal :

يقتصر الأمر هنا على مجرد تقسيم أوتصنيف بالإسم فقط ، ولايمكن هذا المقياس إلا من عملية المساواة ، مثال ذلك : الجنسية ، الديانة ، اللغة.

١-٣-٢ أهمية مستوى القياس

فيما يلى قواعد هامة توضح أهمية مستوى القياس :

١ - يمكن تحويل المقياس إلى آخر أقل قوة ، بينما العكس غير ممكن ، مثلا درجات الطلبة ذات المستوى الفترى ٢ ٥ ، ٧ ، ... يمكن عرضها على المستوى الترتيبى : ضعيف، مقبول، جيد ،.....

٢ - كلما زاد مستوى القياس كلما توفرت له مجموعة أكبر من الخواص ، وهى تشمل كل الخواص التى يتمتع بها المقياس الأقل فى المستوى .

٣ - لكل مستوى قياس معين أساليب إحصائية ورياضية معينة يمكن إستخدامها، وكلما زاد مستوى القياس للمتغيرات كلما أمكن إستخدام

أساليب إحصائية أفضل. إن فهم وتفسير الأشياء يعتمد بدرجة كبيرة على مستوى قياسها.

٤ - المتغيرات بمستوى قياس معين يكون التعامل معها بالأساليب الإحصائية الموجهة لهذا المستوى ، كما أنة يمكن أيضا إستخدام الأساليب الإحصائية الموجهة للمستوى الأقل (للحصول على مزيد من المعلومات حسب رؤية الباحث) .وفى هذا الصدد يمكن الإسترشاد بما يلى :

فى المستوى الإسمى ، مسموح بإستخدام عمليات العد Counting يمكن التفرقة بين الوحدات وكافة الأساليب الإحصائية والرياضية المبنية على هذه العمليات، كالمنوال وعلاقات الإحتمال .

فى المستوى الترتيبى ، مسموح بإستخدام عمليات الترتيب وأساليب المقارنة وكافة الأساليب الإحصائية والرياضية المبنية على هذه العمليات، كالوسيط والمئينات والإرتباط (الرتب) .

فى المستوى الفترى ، مسموح بإستخدام عمليات الجمع والطرح وكافة الأساليب الإحصائية والرياضية المبنية على هذه العمليات ، كالمتوسط الحسابى.

فى المستوى النسبى ، مسموح بإستخدام كل الأساليب الإحصائية والرياضية .

٤-١ برامج الكمبيوتر الإحصائية

برامج متنوعة يمكن تقسيمها إلى أربعة أقسام :

(أ) برامج كمبيوتر عامة

وهى برامج عامة لا تقتصر على الإحصاء فقط ، مثل برنامج إكسل

(ب) حزم إحصائية عامة

الحزم التطبيقية Application packages هى مجموعة برامج جاهزه فى مجال معين . وفيما يلى بعض البرامج الاحصائية الهامة فى مجال الإحصاء

١ MINITAB[1]

نظام إحصائى عام ، يتمتع بالكثير من الصفات المرغوبة

٢ SPSS

Statistical Package For The Social Sciences

البرنامج الإحصائى **للعلوم الإجتماعية.**

٣ SAS نظام التحليل الإحصائىStatistical Analysis Systems

٤ BMDP برامج الطب الحيوى Biomedical (BMD) Program

(ج) حزم إحصائية متخصصة

١ MULTIQUAL

من أقوى برامج التحليل الإحصائى للمتغيرات الكيفية، ويعد البرنامج المناظر لبرنامج MULTIVARIANCE للتحليل الكمى

---

1 هذا البرنامج تم عرضة تفصيلا فى كتاب عالم الكمبيوتر للمؤلف

٢ Everymans Contingency Table Analysis (ECTA)
برنامج للتحليل الإحصائى لجداول التوافق.
٣ NONPAR برنامج مخصص للأساليب الإحصائية اللامعلمية

(د) نظم الخبرة Expert system

هى برامج مخصصة للإرشاد وحل المشاكل فى حقل معين ، حيث تغذيه بالبيانات عن الحالة ، فيمدك بالنصيحة والحل . مثال ذلك برنامج المستشار الإحصائى Statistical Consultant .

فصل ٣

أهمية الإحصاء

٣-١ دور الإحصاء فى البحث العلمى

٣-٢ دور الإحصاء فى تطوير العلوم

٣-٣ تطبيقات الإحصاء فى المجالات المختلفة

الفصل الثانى

أهمية الإحصاء

نوضح أهمية علم الإحصاء من خلال ثلاثة منظورات: دور الإحصاء فى البحث العلمى ، ودوره فى تطوير العلوم ،ثم تطبيقاته فى المجالات المختلفة.

٣-١ دور الإحصاء فى البحث العلمى

يتأكد دور علم الإحصاء بإعتباره المنفذ للمنطق ومناهج البحث العلمى فى كل المراحل ، فالباحث مهما كان منهجه أو طريقة بحثه ،عليه أن يجمع بياناته ، وهو فى سبيل ذلك يجد نفسه مضطرا لإستخدام أساليب المعاينة العشوائية أو الإحصائية .كما أن الباحث وهوبصدد التحقق من صدق وثبات هذه البيانات التى تم جمعها فعليه الإستعانه بمقاييس الإرتباط الإحصائية،وعندما يبدأ الباحث فى وصف بياناته عليه إستخدام أساليب الوصف الإحصائى وحين يسعى الباحث إلى التوصل إلى القوانين والنظريات والتعميمات عليه إستخدام أساليب الإستقراء ، ونوضح هنا أن الأساليب الإحصائية هى الطريق العلمى الوحيد للتوصل إلى القوانين والتعميمات والمقولات فى العلوم غير الرياضية . فحين يسعى الباحث إلى التقدير،عليه إستخدام نظرية التقديرات الإحصائية[1] Estimation theory ، وعندما يسعى الباحث إلى إختبار نظرية أو قانون

---

1 الفصل ٢٥

أو فرض من الفروض فإن عليه الإستعانه بأساليب إختبارات الفروض الإحصائية وعندما يسعى الباحث إلى تفسير بياناته، عليه اللجوء إلى الأســـاليب الإحصائيـــة وعندما يسعى الباحث الوصـــول إلى القرار الأمثل أو إلى الخطة المثلى،عليه اللجوء إلى أساليب صنع القرارات،وعندما ينتهى الباحث من عملـــه ويحاول عرض نتائجـــه ، فعليـــه الإستعانـــة بطرق وأساليب العرض الإحصائية .

٣-٣ دور الإحصاء فى تطوير العلوم

إن البحث العلمى شاق ومضنى،وعلى الباحث إذاكـــان ينوى تقديم معارف علمية ،أن يكون عمقاً نظرياً وعملياً فى ناحيتين : الأولى هى مادة بحثه أو حقله ، والثانية هى القواعد المنهجية .

هذه القواعد المنهجية يمكن تصورهـــا كشجرة فى الحقل جذورها المنطق وهو المصدر الأساسى للمعرفة العلمية ، فهو العلم المختص بقواعد الإستدلال والمعرفة الصحيحة ،وهوحامل الشجرة وحاميها من السقوط أو التأرجح بسبب الرياح الغريبة والأهواء المتحيزة .

وساق الشجرة طرق البحث ،فهى التى تفحص قواعد المعرفة وأساليبها وتأخذ منها حسب حاجة الإثبات العملية.

والأساليب الإحصائية والرياضية يمكن تمثيلها بفروع الشجرة فهى المنسق والمنفذ والمنتج ، تطرح الثمار وتحملها وتعرضها على أفضل ما يكون .

ونوضح هنا أن الأساليب الإحصائية هى الطريـق العلمـى الوحيـد للتوصل إلى القوانين والتعميمات والمقولات فى العلوم غير الرياضية و مـن المعلوم أن درجـة تقدم العلوم يعتمد على مدى اعتمادها علـى الرياضـيات ، وذلك لفهم وقياس وتفسير ظواهرها ووصف العلاقات القائمة بينها . ولذلك فقد خصصت العلوم المختلفة فروعا خاصة لهـا بـذلك ، تقـوم علـى إسـتخدام الرياضيات والإحصاء ، فمثلا العلوم الفيزيائية خصصت عدة فروع منها علـم الفيزيـاء الرياضـى Mathematical physics والميكانيكـا الإحـصائية statistical mechanics والفيزيـاء الإحـصائية Statistical physics ، وفـى العلوم الحيوية يوجد الإحـصاء الحيـوى Biostatistics والقيـاس الحيوىBiometry والطب التجريبى Experimental Medicine وفى علوم البيئة يوجد علم البيئة الرياضـى Mathematical ecology وفـى علـم الإقتـصاد يوجـد عـدة فـروع منهـا الإقتـصاد الرياضـى Mathematical economics والإقتصاد القياسى Econometrics وفى علم الإدارة يوجد علم بحوث العمليات Operations research وفى علم السكان يوجد علـم السكان الإحصائى Demography وفى العلوم الإجتماعية والإنسانية ظهـرت العديد من الفروع منها علم الإجتماع الرياضى Mathematical sociology والقيـاس الإجتمـاعى Social measurement وعلـم الـنفس الرياضـى Mathematical psychology والقياس النفسى Psychometrics والقياس التربـوى Educational measurement وعلـم الإجـرام الرياضـى Mathematical Criminology وعلـم الأنثروبولوجيـا الرياضـى Mathematical anthropology وعلم اللغة الرياضـى Mathematical

linguistics وعلم الجغرافيا الرياضى Mathematical geography وعلم القياس التاريخى Cliometrics .

٣-٣تطبيقات الإحصاء فى المجالات المختلفة

تطبيقات الإحصاء لا تحصى ولا تنتهى ، فهى تبعث وتجدد الحياة فى كل العلوم والمجالات كما أوضحنا أعلاه ؛ ونعرض فيما يلى بعض المجالات[1].

تطبيقات فى الطب

تعتمد العلوم الطبية على الإحصاء فى بحوثها العلمية وفى دراسة وفهم ظواهرها وقياسها وتفسيرها ، ولذا نجدها و قد أفردت لها فروعا إحصائية خاصة تهتم بدراسة ظواهرها باستخدام الأساليب الاحصائية والرياضية ، مثل : علم الإحصاء الحيوى Biostatistics وعلم القياس الحيوى Biometry والطب التجريبى Experimental Medicine

إن **القرار الطبى** إحتمالى بطبيعته ، وهو فى النهاية قرار إحصائى ، وذلك يعظم دور الإحصاء فى العمل الطبى .

---

1 راجع كتب المؤلف فى هذا الصدد ، ومنها: الدليل الإحصائى فى الحكم القضائى ، التاريخ الكمى ،الإحصاء والبحث التاريخى، الإحصاء والتاريخ الإسلامى ،المعدل التراكمى، الإحصاء والقرآن الكريم ، الإحصاء والحديث النبوى ، إحصاءات القرآن .

ـ ما هو سبب المرض ؟ هل هو سبب واحد ؟ أو مجموعة معينة ؟ أو عدة أسباب يلزم توفرها لحدوث المرض ؟

ـ ما هى المترتبات على المرض ؟ الأعراض ، العلامات ،...وما هو إحتمال أى منها حال توفر المرض ؟

ـ ماهى أعراض المرض ، المرتبطة به والتى تشير حال تواجدها إلى إحتمال المرض ؟

ـ ماهى علامات المرض ، المرتبطة به والتى تشير حال تواجدها إلى إحتمال المرض ،

ـ قرار التشخيص يعتمد بدرجة كبيرة على مفهوم المدى الطبيعى ، والذى يحدد فى معظم الأحيان بمفاهيم إحصائية .

ـ كما أن علم الإحصاء يسهم فى تحديد الإحتمال التشخيصى Diagonistic Probability، بمعنى ماهو إحتمال المرض فى حالة وجود دليل معين: عرض أو علامة . إن ذلك يتحدد علميا إستنادا إلى الإحتمال القبلى ، مع إستخدام نظرية بييز .

التجارب الطبية التى تجرى لتحديد فعالية علاج معين لمرض ما ، أو للمقارنة بين أنواع مختلفة من العلاجات ؛ هذه التجارب تصميمها وتحليلها إحصائى ، والقرار النهائى إحصائى .

ـ كما أن علم الإحصاء يسهم فى تحديد معنى مصطلحات تعد الأساس فى القرار الطبى : مثال ذلك المدى الطبيعى Normal ، القيم الحرجة ، الحساسية Sensitivity ، الخصوصية Specificity .

تطبيقات فى القضاء[1]

إن دور الإحصاء والإحتمال كمنهج فى الفكر القانونى ظهر منذ بداية القرن السابع عشر ، غير أن التطور المؤثر والمضطرد والمثير منذ ١٩٦٠.

يقدم علم الإحصاء ،فوائد جليلة للعدالة ويمكن تمييز ذلك فى تقديم أدلة جديدة للمحكمة وفى رفع كفاءة الأدلة القائمة وفى تقديم حساب كمى لوزن الأدلة ، وحساب الوزن الإضافى للدليل ،وإضفاء الشرعية على الأدلة .

الدليل الإحصائى يكون هو الدليل الأوحد عندما يكون مصدر المعرفة متعدد القيم كما فى حالة تعدد الشهود ، وإثبات التحيز ، وقضايا الغش وتلوث البيئة ،ويسمح ذلك لإعمال مواد أساسية فى الدستور ووضعها موضع التنفيذ.

جمع الأدلة يستلزم إستخدام المعاينة الإحصائية ،فمن ذلك تتحقق الموضوعية فى الإختياروالبعدعن الذاتية والتحيز.

أساليب **التقديرالإحصائى** تقدم للمحكمة أفضل دليل ، من ذلك تقدير السرعة فى حوادث السيارات ، تقديرالضرر، التعويضات،الضرائب ،مدة العقوبة، ،مبلغ الغرامة ، وقت الوفاة ، مبلغ الكفالة .

إختبارات الفروض الإحصائية تقدم أيضا الدليل للمحكمة ،فى قضايا التلوث مثلا تبين ما إذا كانت نسبة التلوث أو درجة الحرارة المنبعثة أعلى من المسموح به ، فى قضايا الغش تبين أن وزن العبوة أقل من المعلن عنه ، نسبة الدسم أقل من المعايير المعتمدة ، ....

---

1 راجع : الدليل الإحصائى فى الحكم القضائى ،٢٠٠٢، للمؤلف

ومن التطبيقات الهامة إحتمال أن يكون المشتبه فيه مذنبا ،وكذلك إثبات التمييز والتفرقة بين الأفراد ،وأيضا فى قضايا النزاع حول من المؤلف أوالكاتب ،.....

من المعلومات المفيدة التى يقدمها علم الإحصاء حساب إحتمال حدوث الواقعة بالصدفة . إن التفسير البديل بالطبع هو حدوثها قصدا أو بسبب معين ، ويسهم ذلك فى تقديم الدليل على القصد الجنائى.

إن الدليل الإحصائى فى كثير من الحالات يكون هو الدليل الوحيد.

تطبيقات فى الإدارة والمحاسبة

نماذج الإرتباط : تحديد عناصر التكلفة المتغيرة مع حجم النشاط (إنتاج، خدمات ،مبيعات ، ... لنعتبر وجود إرتباط مثلا إذا كان الإرتباط : ٠,٩

فى بيرسون الخطى ، ... فى

نماذج الإنحدار : تستخد فى تقدير التكاليف ، وفى التنبؤ بالإنتاج والمبيعات و..

خرائط المراقبة الإحصائية تفيد فى تحليل إنحرافات الأداء الفعلى عن المخطط

المعاينة الإحصائية تعين المحاسب فى الرقابة والتفتيش على كافة الأصول والعمليات ،وخاصة عند الجرد السنوى .

الأرقام القياسية هى الأساس فى إعادة التقويم لمراعاة التغيرات فى الأسعار بما يمكن المحاسب من عرض نتائج الأعمال الحقيقية و المركز المالى الحقيقى.

محاسبة البيئة : تكلفة التلوث : معدلات البث ، والتلوث ، ومؤشرات ذلك.

تطبيقات فى التاريخ[1]

التاريخ هو **وصـــف الماضـــى** ، وصـــف بمعنـــاه الواســـع ، يـــشمل التفسيروالتأويل والتصنيف ، والمقارنة ، والتوقيــت ، والتسلــسل ، .... وهذه كلها عمليات علمية متطورة تخضع لقواعد المنطق ومنـــاهج وطـــرق البحث ، ويناط تنفيذها للأساليب الإحصائية والأساليب الكميـــة الأخـــرى.إن الاساليب الإحصائية أصبحت ضرورة للمؤرخ وهو فى سبيل تحصيل وتكوين الخبرة ، ذلك أن لغة الكم أصبحت هى لغة العرض والنشر فى كافة مـــصادر المعلومات . كما أن الأساليب الإحصائية لازمة للباحث التـــاريخى فـــى كـــل مراحل بحثه : فى مرحلة جمع البيانات، ووصفه لها ، والتعمـــيم، والتقيـــيم ، والتقدير واختبارات الفروض ، كما أن الأساليب الإحـــصائية تعـــين الباحـــث التاريخى فى مرحلة عرضه لبياناته ونتائجه حيث يكون ملزما بعرضها بلغـــة البحث المقبولة فى الأوساط العلمية، من أجل تيسير الفهم والتواصل وتعظـــيم المنفعة.

مجالات أخرى

تطبيقات الإحصاء تجدها أيضا فى علوم الحياة ، فى الزراعـــة ،فـــى العلوم الإقتصادية ، فى العلوم الإجتماعية ،فى العلوم السياسية، فـــى العلـــوم الدينية[2]، فى التربية[3] ......

1 راجع : التاريخ الكمى ،٢٠٠٠، للمؤلف

2 راجع مؤلفاتنا: إحصاءات القرآن ، ٢٠٠٦ — إحصاء والقرآن الكريم ، ١٩٩٧ — إحصاء والحديث النبوى ، ١٩٩٨ — إحصاء والتاريخ الإسلامى، ١٩٩٧

3 راجع : المعدل التراكمى ، ٢٠٠٣ ، للمؤلف

الجزء الأول
جمع البيانات

فصل ٣: طرق جمع البيانات Collecting Data

فصل ٤: المعاينة العشوائية Random Sampling

فصل ٣

طرق جمع البيانات

٣-١ المسح Survey

٣-٢ التجربة Experiment

٣-٣ المحاكاة Simulation

الفصل الثالث

طرق جمع البيانات

يـــتم البحـــث العلمـــى Scientific Research أو **الإستقـــصاء** Investigation باستخدام نوعين رئيـــسيين مـــن التـــصميمات : التجربـــة ، والمسح. كما أن كل نوع منها ينقسم إلى العديد من النمـــاذج أو التـــصميمات المختلفة ، يكون إختيار المناسب منها بمعرفة الباحث ، غير أن طبيعة المشكلة غالباً ما تحدد نوع الإستقصاء المستخدم وكذا التصميم الفرعي المناسب ، كمـــا أنه يجب ملاحظة أن كل تصميم بحثي له تحليل إحصائي خاص مناسب له .

وكما أوضحنا فى القسم ٢-١ يقوم علم الإحصاء بأســـاليبه المختلفـــة بالمساهمة فى تنفيذ البحث فى كل مراحله .وفى مرحلة جمع البيانات يسهم فى التخطيط والتنفيذ أيا كان شكل التصميم المستخدم ، خاصة وأن كـــل تـــصميم بحثي له تحليل إحصائي خاص مناسب له .

٣-١ المسح (Survey)

وفي هذا النوع من الإستقصاء ، يتم جمع الملاحظات عن وحدات البحث كما هى على حالها بدون تحكم ، وتوجد عدة نماذج أو تصميمات للبحث يمكن تقسيمها إلى ما يلي :

١ - **المسوح المستعرضة** (Cross Sectional)

وفيما يتم جمع البيانات عن نقطة زمنية معينة (at one Point in Time) .

٢ - **المسوح الطولية** (Longitudinal Surreys)

وتتعلق بتحليل البيانات عن فترة معينة ، قد تمتد في الماضي أو المستقبل والتصميمات الطولية الأساسية هى :

أ - **دراسات الإتجاه** (Trend Studies) .

حيث يتم جمع البيانات وتحليلها في أوقات زمنية مختلفة ، وقد تختلف هنا وحدات البحث ، حيث يكون الإهتمام بدراسة الظواهر نفسها .

ب - **دراسات الفوج** (Cohort Studies)

تتعلق بدراسة لمجموعة معينة من الوحدات يطلق عليها فوج (جيل معين مثلاً).

يتم جمع البيانات عن الفوج في فترات مختلفة (أي دراسة مجتمع البحث نفسه) ، وتكون الوحدات المبحوثة (العينة) من أصل الفوج ، غير أن العينة قد تختلف في كل فترة .

جـ - **دراسة الشريحة** (Panel Studies)

في هذه الدراسة يتم جمع البيانات عبر فترات مختلفة على مجموعة بعينها من الوحدات - وتسمى هذه المجموعة شريحة (Panel) أي أن الدراسة تكون في كل مرة على نفس العينة .

٣-٢ التجربة (Experiment)

تتميز التجربة بعمل شئ ما لمعرفة أثره ، أي أن هناك قدر من الحرية والتحكم في المتغيرات – وهذا يؤدي إلى زيادة دقة النتائج .

وتوجد عدة نماذج أو تصميمات تجريبية ، يمكن إدراجها في المجموعات التالية :

أولاً : تصميمات الوحدة (Single Subject Designs) .

ثانياً : تصميمات متعددة الوحدات (Multi Subject Designs) .

أ – تصميمات تجريبية حقيقية (True experimental Designs) .

ب – تصميمات شبه تجريبية (Quasi experimental Designs) .

٣-٣ المحاكاة Simulation

أحيانا لاعتبارات عملية أو أخلاقية يصعب أو يستحيل جمع البيانات باستخدام التجريب أو المسح . يمكن عن طريق المحاكاة توليد البيانات اللازمة للبحث اصطناعيا Artificially بدون إجراء التجربة .

إحدى طرق المحاكاة المعروفة باسم طريقة مونت كارلو وهى تعتمد على المعاينة العشوائية والتوزيعات الاحتمالية واستخدام الكمبيوتر فى توليد البيانات.

فصل ٤

المعاينة العشوائية

Random Sampling

٤-١ تعاريف

٤-٢ المعاينة العشوائية البسيطة

٤-٢-١ أهمية المعاينة العشوائية البسيطة

٤-٢-٢ طرق الاختيار العشوائي

٤-٢-٣ إجراءات استخدام الجداول العشوائية

٤-٣ المعاينة المنتظمة

٤-٤ المعاينة الطبقية Stratified Sampling

٤-٤-١ مزايا المعاينة الطبقية

٤-٤-٢ عيوب المعاينة الطبقية

٤-٤-٣ التوزيع المتناسب Proportional Allocation

٤-٤-٤ التوزيع الأمثل Optimal allocation

٤-٥ المعاينة العنقودية Cluster sampling

٤-٦ المعاينة متعددة المراحل Multi-stage

٤-٧ تطبيقات متنوعة

الفصل الرابع

المعاينة العشوائية

Random Sampling

٤-١ تعاريف :

الاستقراء عملية يتم بمقتضاها وصف الكل (المجتمع) بإستخدام جـــزء منه (العينة). ولإختيار هذا الجزء نقوم بعملية تسمى المعاينة، وهناك طريقتان للمعاينة: المعاينة العشوائية والمعاينة غير العشوائية.وأيا كانت طريقـــة جمـــع البيانات[١] فإن المعاينة العشوائية تعد أساساً لعملية الاستقراء الإحـــصائى فهـــى تحقق الموضوعية فى الاختيار والبعد عن الذاتية والتحيز وهى تقدم عينة ممثلة للمجتمع تصلح لتعميم النتائج على المجتمع كما تمكن من قياس الدقة فى النتائج التى يتم التوصل إليها. أما فى حالة استخدام المعاينة غير العشوائية فلا نضمن تحقيق أى شيئ من ذلك.

ونقدم فيما يلى بعض التعاريف الهامة المتعلقة بعملية المعاينة.

وحدة البحث : Unit of inquiry

هى الوحدة موضوع البحث، والمطلوب استنتاج معلومات بشأنها مثال ذلك الأسرة، العامل، الطالب، .... إلخ.

---

1 راجع الفصل الثالث

وحدة المعاينة : Sampling unit

هى الوحدة المتخذذة أساساً للمعاينة، وقد تكون هى نفس وحدة البحث أى الوحدة الطبيعية أو مجموعة منها Clusters. فمثلاً فى البحوث المتعلقة بالأسرة يمكن اعتبار مجموعة من العائلات كوحدة للمعاينة. وليس من الضرورى أن تكون وحدة المعاينة وحدة طبيعية، بل قد تكون وحدة مصطنعة كما فى حالة تقسيم مجموعة مساكن على خريطة إلى مجموعات.

مجتمع البحث : Universe of inquiry

هو مجموعة العناصر الطبيعية Physical محل البحث، أى مجموعة العناصر المطلوب معرفة خصائصها.

المجتمع : Population

هو مجموعة وحدات المعاينة. وبتحديد أكثر هو مجموعة خواص لمجتمع البحث، فإذا كان مجتمع البحث مجموعة أشخاص فإن مجموعة البيانات التى تمثل أعمارهم تمثل مجتمعاً كما أن مجموعة البيانات التى تمثل أوزانهم تمثل مجتمعاً آخر، وهكذا.

العينة : Sample

هى مجموعة جزئية من مجتمع البحث- وتستخدم أيضاً بإعتبارها مجموعة جزئية من المجتمع.

المعالم : Parameters

الخواص التى تصف المجتمع تسمى معالم مثال ذلك المتوسط الحسابى، الوسيط، الانحراف المعيارى، معامل الارتباط، ... إلخ.

الإحصاء : Statistic

أى مؤشر محسوب من عينة يسمى إحصاء، مثال ذلك المتوسط الحسابى للعينة، وكذا الوسيط، الإنحراف المعيارى، معامل الارتباط، ... إلخ.كما أن الإحصاء ليس بالضرورة أن يكون له معنى وصفى ، بل لمجرد إستكمال حلقات إختبارات الفروض .

إطار المعاينة : Sampling frame

هو المجموعة التى تحوى وحدات المعاينة، ويعد المصدر الذى نختار منه العينة. وقد يكون قائمة أو خريطة أو فهرساً أو أى شئ آخر.

كسر المعاينة :Sampling fraction

هو النسبة بين حجم العينة وحجم المجتمع، فإذا ما اعتبرنا أن :

ن حجم العينة ن حجم المجتمع

فإن كسر المعاينة = ن / **ن** (٤-١)

يلاحظ إننا استخدمنا الحرف الصغير لحجم العينة و الحرف الكبير لحجم المجتمع . و هذا الإجراء شيتم استخدامه بصفة عامة عند التفرقة بين بيانات العينة و بيانات المجتمع

طرق المعاينة العشوائية:

المعاينـــة العـــشوائية و يطلـــق عليهـــا أيـــضا المعاينـــة الاحتماليـــة Probability Sampling و كـــذلك المعاينـــة الإحـــصائية Statistical Sampling هي عملية معاينة يكون فيها لكل وحدة من وحدات المجتمع فرصة أو احتمال للظهور في العينة و هذا الاحتمال يمكن حسابه و لا يساوي صفرا .
و طرق المعاينة العشوائية هي :

١ ــ المعاينة العشوائية البسيطة .

٢ ــ المعاينة المنتظمة .

٣ ــ المعاينة الطبقية .

٤ ــ المعاينة العنقودية .

٥ ــ المعاينة متعددة المراحل .

ويمكن أن يحتوي تصميم المعاينة على اثنان أو أكثر من هذه الطـــرق في آن واحد ، على انه يجب ملاحظة أن كل أســـلوب للمعاينـــة لـــه صـــيغته الرياضية الخاصة في تحديد حجم العينة و توزيعها و في عرض نتائج البحـــث وقياس دقة النتائج ، و مجال ذلك كله في المراجع المتخصصة في المعاينة.

٤-٣ المعاينة العشوائية البسيطة :

تعريف :

المعاينة العشوائية البسيطة Simple random sampling هي طريقة للمعاينة يكون فيها لكل العينات الممكن سحبها احتمال متساو .

ويلاحظ أن سحب العينة يمكن أن يتم بطريقتين :

(أ) مع الإرجاع With replacement . وهنا يتم إرجاع الوحدات المسحوبة للمجتمع ، ويعني ذلك احتمال ظهور الوحدة أكثر من مرة بالعينة .

(ب) بدون إرجاع without replacement . و هنا لا يتم إرجاع لوحدات المسحوبة للمجتمع .

٤-٢-١ أهمية المعاينة العشوائية البسيطة:

(أ) ابسط طرق المعاينة .

(ب) تعد الأساس لدراسة طرق المعاينة الأخرى .

(ح) المعلومات المستمدة منها يكون عرضها في صيغ رياضية بسيطة ، بالمقارنة بصيغ طرق المعاينة الأخرى .

(د) تعد الأساس لمعظم الصيغ الواردة بالمراجع و المتعلقة بالاستقراء الإحصائي .

(هـ) تعد الأساس لتقييم و قياس كفاءة طرق المعاينة الأخرى .

عيوب المعاينة العشوائية البسيطة :

(أ) غالبا ما تكون بعيدة عن الاعتبارات العلمية ، و قد تكون مستحيلة في بعض الأحيان .

(ب) غالبا ما تكون مكلفة و تتطلب جهدا و وقتا كبيرا

(ح) لا تستثمر أي معلومات متاحة للمجتمع .

٤-٢-٢ طرق الاختيار العشوائي:

هناك عدة طرق يمكن استخدامها لاختيار عينة عشوائية هي طـرق الخلـط و جداول الأرقام العشوائية و الحاسبات الإلكترونية .

(أ) طرقة الخلط :

في هذه الطريقة تكتب أسماء و حدات المعاينة للمجتمع محل البحـث ، أو تعطي كل وحدة رقم ، و تكون الكتابة على بطاقـات أو قـصاصات ورق متشابهة ، و يتم خلطها جيدا ، ثم يتم سحب العدد المطلوب منها ليمثل عينة .

وهذه الطريقة سهلة غير إنها تكون غير عملية إذا كن المجتمع كبيرا كمـا إن الخلط التام لوحدات المجتمع لا يمكن ضمانه كما أن التحيز الشخصي لا يمكن تجنبه.

(ب) جداول الأرقام العشرية Random number table :

الجداول العشوائية عبارة عن أرقام منظمة فـي صـفوف وأعمـدة ،

بصورة عشوائية ، بحيث يكون لأي رقم احتمال مساو في الظهور ، بمعني ان يكون احتمال ظهور أي رقم مكون من حد واحد متساو ، و أن احتمال ظهـــور أي رقم مكون من حدين متساو ،...و هكذا . كما أن الحدود مستقلة عن بعضها.

والجداول العشوائية وسيلة متاحة و سهلة و مرنة و تتجنب الكثير من أخطـــاء طريقة الخلط .

ويعاب على استخدام الجداول العشوائية إنها تستبعد عـــدد كبيـــر مـــن الأرقام ، كما أن هناك عرضة للأخطاء في تدوين الأرقام ، كما إن استخدامها يشترط إمكان حصر وحدات المجتمع كلها و تدوينها بقائمة و ترقيمها . كما أن تحقيق شرط العشوائية يتطلب استخدام جداول عشوائية ذات حجم كبير .

٤-٢-٣ إجراءات استخدام الجداول العشوائية:

(١) تعيين تناظر Correspondence بين المجتمع و جدول الأرقام العشوائية:

ـــ كل وحدة معاينة تعطي رقم من ١ إلي ن (حجم المجتمع).

ـــ تعيين عدد الحدود التي تستخدم من الجدول ـــ و هو يساوي عدد حدود ن.

(٢) تعيين نقطة البداية :

يتم تعيين نقطة البداية ، و ذلك بتعيين الصفحة ثم الصف و العمود و أن يكون ذلك بصورة عشوائية . و يمكن هنا الاستعانة بطريقة الخلط .

(٣) تعيين المسار :

و يكون ذلك إما رأسيا في أي اتجاه (أعلي – أسفل) أو أفقيا فـــي أي اتجـــاه

(يمينا – يسارا) . و عند الوصول إلي نهاية العمود أو الصف تعين النقطة التي يتم الانتقال إليها.

ويكون إتباع المسار باتساق حتى نهاية اختبار العينة ، و ذلك لتقليل التحيـــز و تبرير العشوائية .

(٤) اختيار العينة :

يتم اختيار عدد قدره **ن** (حجم العينة) وفق المسار المحدد مع مراعاة استبعاد ما يلي:

ـــ الأرقام المكررة (إذا كان السحب بدون إرجاع)

ـــ الصفر (في حالة بدء ترقيم المجتمع من ١)

ـــ أي رقم أكبر من ن .

وللتسهيل و لتقليل استبعاد الأرقام بالجدول يمكن :

ـــ طرح رقم ثابت من ارقام المجتمع الأصلي .

ـــ طرح ن أو مضاعفتها (٢ن ، ٣ن ، . . . .) من الأعداد العشوائية بشرط أن تكون المجموعات المتبقية كاملة أي تحوي عدد قدره ن .

(٥) تعيين نقطة النهاية :

تعيين نقطة النهاية كمرجع عند سحب وحدات إضافية للعينة إذا لزم الأمر .

تطبيق (٤-١):

مطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع حجمها ١٠ مدارس من مجتمع المدارس بإحدى الدول و البالغ عددها ٦٠٠ مدرسة .

ملحوظة :استخدم الجداول العشوائية الملحقة في نهاية الكتاب و لتكن نقطة البداية ١٥ و العمود ٢٦

(١) تعيين تناظر بين المتجمع و جداول الأرقام العشوائية .

١ مدرسة حطين

٢ مدرسة اليمامة

.

.

.

٦٠٠ = ن مدرسة عليا

ـ عدد الحدود التي تستخدم بالجدول ٣

(٢) نقطة البداية : الصف ١٥ و العمود ٢٦

(٣) تعيين المسار : رأسي و أسفل

(٤) أختيار العينة : الأرقام بين قوسين تحذف

٤٠٤	(٩٥٨)	٥٦٤	٤٤٢	٥٨٢
(٩٦٥)	٩١٤	٤٦٢	(٧٥٥)	٠٠٥

٥٧٢	٥٦٨	(٦٠٢)	(٦٧٩)	٣٣٦
(٧١٩)	(٨٣٧)	٠٨١		

٤-٣ المعاينة المنتظمة :

المعاينة المنتظمة Systematic هي معاينة يتم فيهـا سحب العينة بطريقة منتظمة ، فمثلا في حالة المعاينة من قائمة يتم سحب الوحدات على فترات . و المعاينة من مساحة يتم بتحديد نموذج لنقاط معينة على الخريطة ، أو بأختيار المباني أو الحقول التي تبعد كيلومتر عن بعضها ، و في معاينة درجات الحرارة تؤخذ القراءات كل ساعة مثلا.

فإذا كنا بصدد سحب عينة منتظمة حجمها ن (على الأقل) من مجتمع حجمه ن فإننا نتبع الخطوات التالية :

١ ــ نعطي وحدات المجتمع أرقام مسلسلة من ١ إلى ن

٢ ــ نقسم المجتمع إلى **ن** من المجموعات حجم كل منها **ك** = ن/ ن

و نقرب **ك** لأقرب عدد صحيح ، و هذا المقدار يطلق عليه فترة العينة Sampling interval

٣ ــ نختار وحدة عشوائية من بين الأرقام ١ ، ٢ ، ..... ، ك .

و يمكن هنا استخدام طريقة الخلط أو أي طريقة عشوائية أخرى و سنفترض أن الوحدة التي تم اختيارها عشوائيا رقمها ر

٤ـ نحدد وحدات العينة بإضافة فترة العينة (ك) على التوالي للرقم (ر) حتى نحصل على حجم العينة المطلوب .

و تمتاز هذه الطريقة بالبساطة و السرعة وقلة تكاليفها و قلة الأخطاء عند سحب العينة . على أنه يفضل استخدامها فقط في حالة ما إذا كان المجتمع عشوائيا ، حيث انه إذا كان المجتمع دوري أو مرتب تثار مسألة الدقة و تحديدها .

تطبيق (٤-٢):

مجتمع حجمه ١٠٠ يراد سحب عينة منتظمة حجمها ٥ و المطلوب تحديد وحدات العينة اذا كانت الوحدة الأولي المسحوبة عشوائيا تحمل الرقم ٩

ك = ١٠٠/ ٥ = ٢٠

إذن وحدات العينة هي التي تحمل الأرقام التالية [٩ ، ٢٩ ، ٤٩ ، ٦٩ ، ٨٩]

٤-٤ المعاينة الطبقية :

في المعاينة الطبقية Stratified يتم تقسيم المجتمع إلى طبقات و يسحب من كل طبقة عينة . باستخدام المعاينة العشوائية البسيطة .

٤-٤-١ مزايا المعاينة الطبقية:

١ـ تحسين درجة تمثيل العينة للمجتمع .

٢ـ غالبا ما تؤدي إلى زيادة دقة النتائج .

٣ــ توفير بيانات عن قطاعات جزئية من المجتمع (الطبقات)

٤ــ الملائمة للأعتبارات الإدارية ، حيث يمكن تطبيق إجراءات مختلفة لجمع البيانات بما يتناسب مع كل طبقة .

٤-٤-٢ عيوب المعاينة الطبقية:

١ ــ تتطلب ضرورة معرفة حجم كل طبقة ، و هذا قد لا يكون متاحا.

٢ ــ ضرورة وجود إطار للمعاينة لكل طبقة ، و هذا قد لا يكون متاحا.

٣ ــ بعض اساليب المعاينة الطبقية كما في حالة التوزيع الأمثل يتطلب معرفة التباين في كل طبقة ، و هذا غالبا لا يكون متاحا.

طرق توزيع العينة على طبقات:

يتم توزيع العينة على الطبقات بعدد من الطرق

فإذا كان لدينا مجتمع حجمه ن و حجوم الطبقات $ن_١$ ، $ن_٢$ . . . . $ن_ل$ و يراد سحب عينة حجمها **ن** و من كل طبقة **ن١** ، **ن ٢** ، . . . . . $ن_ل$ فانه يمكن توزيع العينة على الطبقات باستخدام عدة طرق :

٤-٤-٣ التوزيع المتناسب Proportional Allocation

ويتم فيه توزيع العينات على الطبقات بحيث يتناسب حجم العينة مع حجم الطبقة ، أي أن :

$$ن_{هـ} = ن \frac{ن_{هـ}}{ن} \qquad (٤-٢)$$

حيث هـ = ١ ، ٢ ، . . . . ، ل

٤-٤-٤ التوزيع الأمثل Optimal Allocation:

يتم فيه توزيع العينات على الطبقات بأعداد تتناسب مع درجة التـشتت في الطبقة و تبعا للصيغة التالية :

$$ن_{هـ} = ن \frac{ن_{هـ}\,\sigma_{هـ}}{مجـ\ ن_{هـ}\,\sigma_{هـ}} \qquad (٤-٣)$$

حيث هـ = ١ ، ٢ ، . . . . ، ل

تطبيق (٤-٣):

مجتمع حجمه ١٠٠٠٠ وحدة مقسم إلى ثلاث طبقات و الجدول التالي يوضـح الحجم و الانحراف المعياري بكل طبقة . يراد سحب عينة طبقية حجمها ٤٠٠ والمطلوب توزيع هذه العينة :

ا ـ حسب التوزيع المتناسب

٢ـ حس التوزيع الأمثل

الطبقة	الحجم	الانحراف المعياري
ا	٦٠٠٠	١٠
ب	٣٠٠٠	٦
حـ	١٠٠٠	١٥

الحل :

توزيع العينة الطبقية

الطبقة	ن م	σ م	المتناسب ن هـ	الأمثل ن م σ م	ن هـ
ا	٦٠٠٠	١٠	٢٤٠	٦٠٠٠٠	٢٥٨
ب	٣٠٠٠	٦	١٢٠	١٨٠٠٠	٧٧
حـ	١٠٠٠	١٥	٤٠	١٥٠٠٠	٦٥
	١٠٠٠٠		٤٠٠	٩٣٠٠٠	٤٠٠

التوزيع المتناسب تم باستخدام الصيغة (٤-٢) فمثلا حجم العينة بالطبقة أ هو
٤٠٠ × ٦٠٠٠/١٠٠٠٠ = ٢٤٠

التوزيع الأمثل تم باستخدام الصيغة (٤-٣) فمثلا بالنسبة للطبقة ا هو

٤٠٠ × ٦٠٠٠٠/٩٣٠٠٠=٢٥٨

(مع ملاحظة إجراء التقريب المناسب)

٤-٥ المعاينة العنقودية Cluster Sampling

المعاينة العنقودية هي معاينة عشوائية بسيطة تكون فيها وحــدة المعاينــة عبارة عن مجموعة (عنقود) من وحدات البحث .

مزايا المعاينة العنقودية :

(١) المعاينة العنقودية تمتاز بقلة تكلفتها في أغلب الأحوال .

(٢) تظهر أهميتها بصفة خاصة عندما لا يوجد إطار للمعاينة يحوي وحــدات البحث ، و كذا عندما يصعب إعداد الإطار. فمثلا ، في كثير من الدول لا يوجد إطار شامل للسكان أو المنازل

٤-٦ المعاينة متعددة المراحل Multi-stage

المعاينة متعددة المراحل تعد امتدادا لمفهوم المعاينة العنقودية . فغالبا ما يحتوي العنقود أو المجموعة Cluster **على** عدد كبير مــن وحــدات البحــث بدرجة يصعب قياسها جميعا ، كما انه ما يحوي العنقود على عناصر متشابهة تقريبا بحيث إن عدد قليلا منها يكفي لإعطاء معلومات عن كل العنقود . و في مثل هذه الحالات فإنه يمكن سحب عينة عشوائية بسيطة من وحــدات البحــث داخل كل عنقود من العناقيد المختارة بالعينة و هذا الأجراء يسمي معاينــة ذات مرحلتين two-stages sampling

وقد تتم المعاينة بنفس الطريقة مع إضافة مرحلــة معاينــة أخــرى ،

وتسمى هذه بالمعاينة ذات الثلاث مراحل three-stages sampling ، وهكذا . وبصفة عامة فإن الطريقة تسمي المعاينة متعددة المراحل . فمثلا عند إجراء بحث على طلبة الثانوية العامة مثلا في إحدى الدول ، يمكن أولا معاينة المحافظات ، ومن بين المحافظات المختارة يتم معاينة الأحياء أو القرى ، ومن هذه الوحدات المختارة يتم معاينة المدارس،ومنها معاينة الفصول.

٤-٧ تطبيقات متنوعة

تطبيق (٤-٤):

في مراجعة حسابات الشركات كان الهدف اختيار و فحص ستة عشر من حسابات العملاء . و المطلوب اختيار عينة عشوائية بسيطة إذا علم إن دفتر أستاذ العملاء يحوي الحسابات أرقام ١ – ٤٠٠

ملحوظة : استخدم الجداول العشوائية الموضحة بالملحق (جدول ١) و لتكن نقطة البداية الصف ٦ و العمود ٢١

نختار رقم مكون من ثلاثة حدود و نستبعد الرقم صفر و كل الأرقام التي تزيد عن ٤٠٠

ملحوظة : الأرقام المستبعدة سيتم وضعها بين قوسين .

(٦٧٣)	١٢٤	(٤٥٣)	٠٨٥	١٤٩
(٩٩٨)	٣٤٣	(٥٤٦)	(٧٨٢)	٢٧٨
٥٣				

تطبيق (٤-٥):

مطلوب اختيار عينة من خمس فواتير من ملف فواتير المبيعات يحوى الأرقام ٧٣٢١-٧٥٣

استخدم الجداول العشوائية بالملحق (جـــدول ١) نقطـــة البدايـــة : الـــصف ٩ والعمود ٣٥

نختار رقم مكون من أربعة حدود :

(٧٨٧٢)	١٣٨٦	٢٩٩٥	٤٧٤٦
(٩٠٢١)	١٦٦٨	٤١٩٤	

تطبيق (٤-٦):

تضمنت إجراءات الجرد المستمر في احدى الشركات قيام مراقب الحـــسابات باختيار عينة من عشرة أصناف من قوائم الجرد التي تحوي الأرقـــام ٦٠٠٠-١٣٠٠٠

والمطلوب اختيار العينة بأستخدام الجدول ١ بالملحق مع نقطة البداية : صف ٣ عمود ١٧

في حالة رقم مكون من خمس حدود فإن عدد الأرقام المستبعدة سيكون كبيرا . وفي مثل هذه الحالات يفضل طرح رقم و ليكن ٥٠٠٠ و ندون الأرقام التـــي تقع بين ١٠٠٠-٨٠٠٠ و هنا نستخدم أرقام ذات أربعة حدود فقط

١١١٠	١٩٦٢	٦٧٨٩	٦٧٥٨	٣٤٥٣
(٠٩٨٩)	٣٥١٤	٥٦٢٦	(٩٤٦٢)	١٠٩٠

١٢٤٩ (٩٠٨٨) ١٢٢٦

وهذه الأرقام يجب ان يضاف اليها ٥٠٠٠ السابق طرحه لإعادة التناظر مع أرقام المجتمع المستهدف لأصناف المخزون . أي أن العينة هي :

٦٦١٠	٦٩٦٢	١١٧٨٩	١١٧٧٨	٨٤٥٣
٨٥١٤	١٠٦٢٦	٦٠٩٠	٦٢٤٩	٦٢٢٦

تطبيق (٤-٧):

المطلوب تحديد وحدات عينة منتظمة اذا كان حجم المجتمع ٧٣٠ و كسر المعاينة ١٠% اذا كانت الوحدة الأولي المسحوبة عشوائيا تجمل الرقم ٣

كسر المعاينة = $\frac{ن}{ن} = \frac{10}{100}$

ك = $\frac{ن}{ن} = \frac{100}{10}$ = ١٠

وحدات العينة هي [٣، ١٣، ٢٣، .....،٧٢٣]

تطبيق (٤-٨):

في دراسة لأحوال العمال ــ طلب سحب عينة عشوائية طبقية من ٥٠٠ عامل

وقد تقرر اعتبار ان مدة الخدمة ترتبط بهذه الدراسة و تم تقسيم الطبقات على هذا الأساس ، و المطلوب باستخدام البيانات توزيع العينة حسب:

أ ــ التوزيع المتناسب

ب ـ التوزيع الأمثل

مدة الخدمة	عدد العمال	الانحراف المعياري
أقل من ٢ سنة	٢٠٠٠	٠,٧
٢-٥	١٠٠٠	١,٤
٥ فأكثر	١٠٠٠	٢,٨

الحل:

توزيع العينة

الطبقة	ن	σ	المتناسب	الأمثل	
			ن	ن σ	ن
١	٢٠٠٠	٠,٧	٢٥٠	١٤٠٠	١٢٥
٢	١٠٠٠	١,٤	١٢٥	١٤٠٠	١٢٥
٣	١٠٠٠	٢,٨	١٢٥	٢٨٠٠	٢٥٠
	٤٠٠٠		٥٠٠	٥٦٠٠	٥٠٠

الجزء الثانى

وصف البيانات

Discription

الباب الأول : وصف متغير Univariate

الباب الثانى : وصف العلاقة بين متغيرين Bivariate

الباب الثالث : وصف العلاقة بين عدة متغيرات Multivariate

الباب الأول

وصف متغير Univariate

- ٥ الجدول التكراري Frequency Table
- ٦ العرض البياني Graphical Presentation
- ٧ النسب والمعدلات Ratios and Rates
- ٨ المتوسطات Averages
- ٩ مقاييس الموضع Measures of Position
- ١٠ مقاييس التشتت Dispertion
- ١١ مقاييس المركز النسبي Relative Position
- ١٢ مقاييس التغير النسبي (الأرقام القياسية) Index numbers
- ١٣ مقاييس الالتواء Skewness
- ١٤ مقاييس التفرطح Kurtosis
- ١٥ مقاييس التركيز Concentration

فصل ٥: الجدول التكرارى

Frequency Table

٥-١ الأهمية

٥-٢خطوات تكوين الجدول التكرارى

٥-٣ التوزيع التكرارى المتجمع(الصاعد ، النازل)

٥-٤ التوزيع التكرارى النسبى

الفصل الخامس

الجدول التكراري

٥-١ الأهمية :

بعد انتهاء عملية جمع البيانات ، وتسمى بيانات خام حيث تكون في صورة غير معبرة ويصعب استنتاج معلومات منها . ويتم ترتيب هذه البيانات الخام في جدول يسمى الجدول التكراري (التوزيع التكراري) . وفي هذا الجدول يتم توزيع البيانات الخام إلى فئات (مجموعات) بأطوال مناسبة ، ويدون التكرار (عدد الحالات) أمام الفئة المناظرة له .والجدول التكرارى له فوائد كثيرة نعرضها بعد التطبيق التالى.

تطبيق (٥-١):

قام باحث بجمع البيانات التالية والموضحة بالجدول (٥-١) والتي تمثل درجات اختبار في مادة الرياضيات لخمسين طالباً . والمطلوب تلخيص هذه البيانات و٢تنظيمها في صورة جدول تكراري .

جدول (٥-١)

٧٠	٥٥	٥١	٤٢	٥٧
٤٥	٦٠	٤٧	٦٣	٥٣
٣٣	٦٥	٣٩	٨٢	٥٥
٦٤	٥٨	٦١	٦٥	٤٢
٥٠	٥٢	٥٣	٤٥	٥٥
٢٥	٣٦	٥٩	٦٣	٣٩
٦٥	٤٥	٤٩	٥٤	٦٤
٧٥	٤٢	٤١	٥٢	٧٨
٣٠	٣٥	٢٥	٤٨	٢٦
٢٠	٤٠	٥٥	٤٦	٨٨

هذه البيانات الخام لا توضح الكثير عن طبيعة الظاهرة محل الدراسة ، فكم عدد الطلاب الراسبين ؟ كم عدد الطلاب الممتازين ؟ وإذا كانت هذه الدرجات تمثل درجات طلاب أحد الفصول ونود معرفة مستوى هذا الفصل ، هل هو ضعيف ، متوسط ، جيد ، ممتاز وإذا كنا نريد مقارنة هذا الفصل بفصل آخر فكيف تتم المقارنة ؟ لاشك أن هذه البيانات بصورتها الخام أو الأولية لا تساعدنا بسهولة في الإجابة على كل هذه الاستفسارات وغيرها . ولذلك فإننا نقوم بتلخيص هذه البيانات وتنظيمها في صورة جدول تكراري أو (توزيع تكراري) كما هو موضح بالجدول (٥-٢) أدناه .

جدول (٥-٢) التوزيع التكراري

الفئات	العلامات	التكرار
٢٠-٣٠	////	٤
٣٠-٤٠	~~////~~ /	٦
٤٠-٥٠	~~////~~ ~~////~~ //	١٢
٥٠-٦٠	~~////~~ ~~////~~ ////	١٤
٦٠-٧٠	~~////~~ ///	٩
٧٠-٨٠	///	٣
٨٠-٩٠	//	٢
		٥٠

وفي هذا الجدول تم تقسيم قيمة الظاهرة (الدرجات) إلى فئات ، فالفئة الأولى وهي (٢٠-٣٠) خصصت للدرجات التي تقع بين ٢٠ درجة وتقل عن ٣٠ درجة والتكرار المناظر لهذه الفئة هو ٤ بمعنى أن هناك أربعة طلاب تقع درجاتهم في هذه الفئة . فبالرجوع إلى البيانات الخام بالجدول رقم (١) نجد أن هذه الأربع درجات هي : (٢٠،٢٦،٢٥،٢٥) .

وبالمثل فإن الفئة الثانية (٣٠-٤٠) فإنها خصصت للدرجات التي تقع بين ٣٠ درجة وتقل عن ٤٠ درجة . والتكرار المناظر لهذه الفئة هو ٦ بمعنى أن هناك ستة طلاب حصلوا على درجات تقع في الفئة (٣٠-٤٠) وبالرجوع إلى الجدول رقم (١) نجد أن هذه الدرجات هي (٢٣،٣٠،٣٩،٣٦،٣٩،٣٣) .

وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى . لاحظ أن مجموع التكرار ٥٠ وهو عدد المشاهدات (الدرجات) ولسهولة إعداد الجدول التكراري ، جدول (٢) فإننا نقوم أولاً بكتابة الفئات في الخانة المخصصة لذلك (الخانة الأولى) ونقوم بعمل خانة أخرى وسيطة تخصص لعلامات ، حيث نضع علامة (/) لكل درجة أمام الفئة

المناظرة لها وأخيراً نقوم بعد العلامات المدونة أمام كل فئة لتمثل التكرار المناظر للفئة . ولسهولة عد العلامات فإننا نضع كل خمس علامات في صورة حزمة وذلك بوضع العلامة الخامسة بصورة مختلفة كما هو موضح بالجدول .

والجدول التكراري : هو بيان بقيم المتغير مقسمة إلى فئات أو مجموعات مع بيان التكرار بكل فئة .

أهمية الجدول التكراري :

(١) تلخيص البيانات حيث يتم عرض البيانات في جدول صغير لا يتعدى صفحة واحدة أو أقل من ذلك ــ مهما كان عدد البيانات التي يتم جمعها حتى لو وصل إلى مئات الآلاف .

(٢) هذا التلخيص يؤدي إلى إفصاح عن المعلومات بصورة مباشرة وسريعة . ويساعد على ذلك أيضا ترتيب هذه البيانات . ذلك الإفصاح لا يكون ممكناً بالنظر إلى أعداد كبيرة من القيم متناثرة ومتباعدة وغير مرتبة .

(٣) إمكان المقارنة بين مجموعتين أو أكثر بعرضها في جدول واحد .

(٤) يمكن حساب كافة المقاييس الإحصائية من هذا الجدول المختصر ، بدلاً من الرجوع للبيانات الأصلية الكبيرة العدد . وفي ذلك تسهيل كبير لحساب هذه المقاييس .

(٥) هناك مقاييس إحصائية يلزم لحسابها أن توضع البيانات في جدول تكراري .

(٦) إمكان عرض الظاهرة محل البحث عرضاً بيانياً .

٥-٣ خطوات تكوين الجدول التكراري

المثال السابق يعطي فكرة عن مفهوم وطبيعة الجدول التكراري (التوزيع التكراري) . ونعرض فيما يلي الخطوات اللازمة لتكوين الجدول التكراري ، وذلك بعد تقديم بعض التعاريف الضرورية .

- **حدود الفئة :**

لكل فئة حدان ، الحد الأدنى والحد الأعلى ، الفئة الأولى (٢٠-٣٠) حدها الأدنى هو ٢٠ وحدها الأعلى هو ٣٠ ، والفئة الثانية حدها الأدنى ٣٠ وحدها الأعلى ٤٠ وهكذا.

- **طول الفئة :**

هو الفرق بين الحد الأعلى والحد الأدنى للفئة ، أي أن :

طول الفئة = الحد الأعلى ــ الحد الأدنى

فمثلاً : طول الفئة الأولى = ٣٠-٢٠=١٠

طول الفئة الثانية = ٤٠-٣٠=١٠

ويلاحظ في هذا المثال أن طول الفئة موحد وهو ١٠ لكل الفئات . وفي هذه الحالة ، أي حالة تساوي أطوال الفئات يسمى الجدول التكراري أو (التوزيع التكراري) بأنه ذو فئات منتظمة .

- **مركز الفئة :**

لكل فئة مركز ، هو القيمة التي تقع في منتصف الفئة ، ويتم تحديدها كما يلي :

مركز الفئة = $\frac{1}{2}$ (الحد الأدنى + الحد الأعلى)

فمثلاً : مركز الفئة الأولى = $\frac{1}{2}$ (٢٠+٣٠) =$\frac{1}{2}$ (٥٠) = ٢٥

مركز الفئة الثانية = $\frac{1}{2}$ (٣٠+٤٠) =$\frac{1}{2}$ (٧٠) = ٣٥

وهكـــذا .

وتأتي أهمية مركز الفئة في أننا نفترض دائماً أم جميع المشاهدات التي تقع في فئة ما وكأن قيمتها تساوي مركز الفئة . فمثلاً الفئة الأولـى (٢٠-٣٠) مركزها ٢٥ ويفترض أن جميع الطلاب الذين وقعوا في الفئة الأولى (تكرارات الفئة الأولى) وعددهم ٤ وكأن كل منهم قد حصل على ٢٥ درجة . وهذا نوع من التقريب لسهولة إجراء التحليلات الإحصائية . وحتى يمكن استخدام الجدول التكراري مباشرة في إجراء هذه التحليلات دون الرجوع إلى البيانات الخام .

خطوات تكوين الجدول التكراري :

١- تحديد عدد الفئات .

٢- تحديد طول الفئة .

٣- تحديد عدد التكرارات في كل فئة .

١- تحديد عدد الفئات :

يتم تحديد عدد الفئات في ضوء الاعتبارين التاليين :

(أ) أن تكون قيم المشاهدات التي تخصص لفئة معينة قريبة بقدر الإمكان من مركز تلك الفئة وذلك حتى نقلل من الخطأ الناتج من

عملية التبويب. فقد سبق أن ذكرنا أنـــه يفتـــرض دائمـــاً أن قـــيم المشاهدات التي تقع في فئة معينة تكون مساوية لمركز هذه الفئة .

(ب) أن يكون عدد الفئات قليلاً بقدر الإمكان لتحقيق عمليـــة تلخـــيص البيانات ولسهولة إجراء التحليلات الإحصائية .

وعموماً فإن عدد الفئات يعتمد على عدد المشاهدات أو التكرار الكلي .

ويمكن الاسترشاد بقاعدة ستورج (Sturge's rule) لتحديد عدد الفئات (م) .

م = ١+٣,٣ لو ن (٥-١)

حيث لو ترمز إلى اللوغاريتم المعتاد للأساس ١٠ ، ن ترمز إلى عـــدد المشاهدات وبالنسبة للقارئ الذي ليس لديـــه الإلمـــام باللوغاريتمـــات فيمكنـــه الاسترشاد بالجدول التالي وهو تطبيق لقاعدة ستورج (مع التقريب لأقرب رقم صحيح) :

عدد المشاهدات	٣٠	٥٠	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠	٥٠٠٠	١٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	٣٠٠٠٠	٥٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠
عدد الفئات	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨

فإذا كان عدد المشاهدات ١٠٠ مثلاً فإن عدد الفئات المناسب يكون ٨ .

ويلاحظ من الجدول أنه إذا ما زاد عدد المشاهدات بدرجة كبيرة فإن الزيادة في عدد الفئات يكون طفيفة ، ونادراً ما يستخدم عدد من الفئات يزيد علـــى ٢٠ . لاحظ عدد المشاهدات في مثالنا السابق هو ٥٠ ولذلك فإن عدد الفئات المناسب هو ٧ .

٢- تحديد طول الفئة :

يتم تحديد طول الفئة بقسمة المدى العام لقيم المشاهدات ، وهو الفـرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة ، على عدد الفئات والذي تم تحديده في الخطوة (١) أي أن :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}} \qquad (٥-٢)$$

وبالتطبيق على مثالنا السابق :

$$\text{طول الفئة} = \frac{٨٨-٢٠}{٧} = \frac{٦٨}{٧} \quad ٩,٧$$

وبالتقريب يكون طول الفئة ١٠ .

٣- تحديد عدد التكرارات في كل فئة :

نبدأ بقراءة المشاهدات بالتسلسل ، ثم نضع علامة أمام الفئة المنـاظرة لكـل مشاهدة ، ففي مثالنا السابق نبدأ بالرقم ٧٠ ، هذا الرقم يقع فـي الفئـة (٧٠-٨٠) فنضع علامة (/) أمام الفئة . ويلي ذلك الرقم ٥٥ ويقع فـي الفئـة (٥٠-٦٠) فنضع علامة أمام هذه الفئة ، ثم الرقم ٥١ وهكذا حتى الرقم ٨٨ . وبعد ذلك نبدأ في عد العلامات أمام كل فئة ويكون عدد العلامـات هـذا هـو التكرار الحادث بالنسبة للفئة .

طرق كتابة الفئات في الجدول التكراري:

(أ) يلاحظ في الجدول التكراري رقـم (٢) أن الفئـات كتبـت علـى الصورة ٢٠-٣٠ ، ٣٠-٤٠ ، ٤٠-٥٠ وهكذا . ويعاب على هذه الطريقة أنها قد تؤدي إلى تداخل الفئات . فالرقم ٣٠ مثلاً هل يتبع الفئة الأولى أم الفئة الثانية ؟ ولذا يرى البعض أنه مـن الأفـضل كتابة الفئات على الصورة .

٢٠ إلى أقل من ٣٠

٣٠ إلى أقل من ٤٠

وهكـذا .

وبذلك لا يكون هناك تداخلاً بين الفئات . ويلاحظ أن هذا ما اتبعناه عند إعداد الجدول التكراري رقم (٢) . وعليه فإنه للاختصار فـإن الفئـات سـيتم كتابتها على الصورة ٢٠-٣٠ ، ٣٠-٤٠ ، وهكذا على أن يكون مفهومـاً أن الفئـة الأولى مثلاً وهي ٢٠-٣٠ تعني أنها تشمل المشاهدات من ٢٠ إلى أقل من ٣٠ .

(ب) وهناك طريقة أخرى للتعبير عن ذلك بكتابة الفئات كما يلي :

٢٠- ، ٣٠- ، ٤٠-، ..... ، ٨٠-٩٠

(ج)وهناك طريقة أخرى تشابه ما سبق ولكن تكون فيها الفئات علـى الصورة :

أكثر من ٢٠-٣٠

أكثر من ٣٠-٤٠

وهكـذا .

(د) في حالة إعداد توزيع تكراري لمتغير غير مستمر ، ويأخـذ عـدد قليل من القيم مثال ذلك عدد الأولاد في الأسرة فإن الفئات يفـضل أن تكون على الصورة التالية :

١ ، ٢ ، ٣ ، ....

أي أن كل قيمة تمثل بفئة ــ ولا داعي لإجراء الدمج طالمـا أن عـدد القيم قليل .

على أن هناك حالات كثيرة يأخذ فيها المتغير غير المستمر قيماً كثيرة نستطيع معها تخصيص فئة لكل قيمة ، مثال ذلك عدد حوادث الـسيارات فـي اليوم ، عدد الطلبة بالفصل ، وفي مثل هذه الحالات نقوم بتجميع القيم في فئات ونتعامل مع المتغير كما لو كان متغير مـستمر ونـستخدم الطـرق الـسابق عرضها.

(هـ) وهناك طريقة أخرى تختلف عن ذلك ، حيث يتم تدوين الفئـات كما يلي : ٢٠-٢٩ ، ٣٠-٣٩ ، ٤٠-٤٩ ، ....

ولكن يعاب على هذه الطريقة أنها تخلق فجوات بين الفئات . فأين تقع الدرجة ٢٩,٥ وهذا أمر محتمل حدوثه . وإن كانت المشاهدات في الجدول (١) لا تتضمن الدرجة ٢٩,٥ فإن ذلك قد يكون راجعاً إلى حدوث شيء من التقريب بغرض كتابة الدرجات في صورة أعداد صحيحة لا تتضمن كسوراً عـشرية . ولذا فإن الحدود المبينة بهذه الطريقة لا تمثل الحدود الحقيقية للفئات . ويصبح

من اللازم البحث عن هذه الحدود الحقيقية قبل إجراء التحليل الإحصائي — وحتى لا يكون هناك فجوات بين الفئات . وفي مثالنا هذا فإن الحدود الحقيقية للفئات تكون على الصورة :

١٩,٥ — ٢٩,٥

٢٩,٥ — ٣٩,٥

٣٩,٥ — ٤٩,٥

وهكـــذا .

الفئات غير المنتظمة :

بصفة عامة يفضل عند إعداد الجدول التكـراري أن تكـون الفئـات منتظمة، بمعنى أن تكون أطوال الفئات متساوية ، إذ أن ذلك سيوفر الكثير من عبء العمل اللازم عند إجراء التحليلات الإحصائية ، كما سيتضح ذلك فيما بعد. ومع ذلك فإن هناك بعض الظواهر يصبح معها اسـتخدام الفئـات غيـر المنتظمة أكثر ملاءمة لعرض الظاهرة . مثال ذلك عند دراسة أعمار حـالات الوفيات من الأطفال الأقل من سنة . حيث يكون عدد الوفيات فـي اللحظـات الأولى من الولادة كبيراً ثم يقل هذا العدد تدريجياً بزيادة عمر الطفل . وحتـى يكون الجدول التكراري معبراً عن حقيقة هذه الظاهرة فإنه يفضل تخـصيص الفئة الأولى لحالات الوفيات الذين تتراوح أعمارهم بين صفر ويوم واحد والفئة الثانية من يوم إلى يومين ، ولا يكون من الملائم على أي حال جعل طول الفئة يوم واحد بطريقة منتظمة ، إذ بذلك يصبح عدد الفئات بقدر عدد أيام الـسنة . ولذا فإن طول الفئة يزاد تدريجياً ليصبح عدد الفئات ملائماً . وكذلك فإنه مـن

دواعي استخدام فئات غير منتظمة ، وجود عدد قليل من القيم المتطرفة ، كمـــا قد نشاهد في توزيع درجات الطلاب ، وتوزيع الأجور ، الدخول .

الفئات المفتوحة :

هي الفئات التي يكون أحد حديها الأعلى أو الأدنى غير محدد . وقــد نضطر أحياناً إلى استخدامها في حالة وجود عدد قليل من المــشاهدات قيمهــا متباعدة في أعلى التوزيع أو في أسفله ، وقد نضطر إلـــى اســتخدام الفئـــات المفتوحة أيضاً لعدم إمكان تحديد أحد حدي الفئة . والمثال التالي يوضح حالـــة الفئات المفتوحة . وهو يمثل أعمار حاملي رخص القيادة .

العمـــر

أقل من ٢٠

٢٠-٣٠

٣٠-٤٠

٥-٣ التوزيع التكراري المتجمع

في هذا التوزيع يتم تجميع التكرارات على التوالي ، بما يعطـــى مزيـــد مـــن الوصف ، ويوجد نوعان أحدهما صاعد ، والآخر نازل ، وفيما يلى عـــرض لذلك.

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

فأحياناً يكون المطلوب تحديد عدد التكرارات الأقل من قيمة معينـــة . ويتضح ذلك من الجدول التالي تطبيقاً للبيانات الواردة بالجدول (٥-٢) .

جدول (٥-٣): التكرار المتجمع الصاعد

	التكرار الصاعد
أقل من ٢٠	صفر
أقل من ٣٠	٤
أقل من ٤٠	١٠
أقل من ٥٠	٢٢
أقل من ٦٠	٣٦
أقل من ٧٠	٤٥
أقل من ٨٠	٤٨
أقل من ٩٠	٥٠

التوزيع التكراري المتجمع النازل:

وهو يوضح عدد التكرارات الأكثر من قيمة معينة . وتطبيقاً للبيانـــات الـــواردة بالجـــدول رقم (٥-٢) يمكن تصور الجدول التكراري المتجمع النازل كما يلي :

جدول (٥-٤): التكرار المتجمع النازل

	التكرار النازل
من ٢٠ فأكثر	٥٠
من ٣٠ فأكثر	٤٦
من ٤٠ فأكثر	٤٠
من ٥٠ فأكثر	٢٨
من ٦٠ فأكثر	١٤
من ٧٠ فأكثر	٥
من ٨٠ فأكثر	٢
من ٩٠ فأكثر	صفر

٥-٤ التوزيع التكراري النسبي:

ونحصل عليه بقسمة التكرارات على مجموع التكرارات أي (ن) . وكما ذكرنا فإن استخدام النسب يؤدي إلى مزيد من الوضوح خاصة لأغراض المقارنات في حالة اختلاف التكرار الكلي . ويمكن عرضها أيضاً كمنسبة مئوية.

تطبيق (٥-٢):

للبيانات الخاصة بدرجات الطلبة والواردة بالتطبيق (٥-١) وضح الجدول التكرارر النسبي للتوزيع الأصلي وللتوزيع المتجمع الصاعد .

التوزيع التكراري النسبي

	التكرار الأصلي	التكرار الصاعد
٢٠-٣٠	٠,٠٨	٠,٠٨
٣٠-٤٠	٠,١٢	٠,٢٠
٤٠-٥٠	٠,٢٤	٠,٤٤
٥٠-٦٠	٠,٢٨	٠,٧٢
٦٠-٧٠	٠,١٨	٠,٩٠
٧٠-٨٠	٠,٠٦	٠,٩٦
٨٠-٩٠	٠,٠٤	١,٠٠
	١,٠	

لأغراض المقارنة بين الحالة التعليمية للسكان في مجتمعين تم تحويل التوزيع التكراري (الجدول على اليمين) إلى توزيع تكراري نسبي (الجدول على اليسار) .

الحالة التعليمية (ألف) — **التوزيع التكراري النسبي**

	المجتمع (أ)	المجتمع (ب)	(أ)	(ب)
أمي	١٣٧٧	٢٥٠٢	٠,٣٠٠	٠,٢١٠
يقرأ ويكتب	١١٠١	٢٣٨١	٠,٢٤٠	٠,٢٠٠
ابتدائية	١٠٠٩	٢٢٦١	٠,٢٢٠	٠,١٩٠
إعدادية	٥٥٠	٢١٤١	٠,١٢٠	٠,١٨٠
ثانوية	٤٥٩	٢٠٨٣	٠,١٠٠	٠,١٧٥
جامعية	٦٩	٤١٧	٠,٠١٥٢	٠,٠٣٥
شهادات عليا	٢٣	١١٩	٠,٠٠٥	٠,٠١٠
	٤٥٨٩	١١٩٠٤	١	١

تطبيق (٥- ٣):

البيانات التالي يمثل عدد الكتب المستعارة في اليوم من إحدى المكتبات العامة خلال شهر . والمطلوب إعداد توزيع تكراري لعدد الكتب المستعارة في اليوم على أساس خمس فئات منتظمة ــ مع بيان التوزيع التكراري المتجمــع الصاعد .

٨٧	١٠٨	٩٣	٢٨	٧٠	٤٠
٦٩	٧١	١٥	٥٢	٢٦	٦٣
٨٣	٥٧	٤٥	٧٣	١٠	٦١
٦٧	٧٨	٩٥	١٠٠	١٠٦	٤٨
٨٠	٤٠	١٠٥	٧٥	٦٥	٣٠

الحــــل :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{\text{٢٠-٨٨}}{\text{٧}} = \frac{\text{٦٨}}{\text{٧}} = \text{٢٠ تقريباً}$$

وبتوســيط العــلامات يمكن إعداد التوزيع التكراري كما هو موضــح فيما يلي :

عدد الكتب	التكرار	التوزيع الصاعد
٣٠-١٠	٤	٤
٥٠-٣٠	٥	٩
٧٠-٥٠	٧	١٦
٩٠-٧٠	٨	٢٤
١١٠-٩٠	٦	٣٠

تطبيق (٥-٤):

الآتي بيان بعدد حوادث السيارات في اليوم في إحدى المدن والمطلوب إعداد توزيع تكراري يكون فيه طول الفئة يساوي خمسة .

٥	١٠	٢٦	٢٧	٢٢	١٦
١٢	٢١	٢٠	٢٢	٦	٢٧
١٠	١٧	٢٢	٢٨	١٦	١٧
٢١	٩	٢١	١٨	٢٩	٢٤
١٣	١٨	١٤	٢٦	٣٤	٣٣

الفئات	٥-١٠	١٠-١٥	١٥-٢٠	٢٠-٢٥	٢٥-٣٠	٣٠-٣٥
التكرار	٣	٥	٦	٨	٦	٢

تطبيق (٥-٥):

البيان التالي يمثل عدد سنوات الخدمة لثلاثين عاملاً بإحدى الشركات ، والمطلوب إعداد توزيع تكراري على أساس خمسة فئات منتظمة .

٨	٦	٢	٨	٦	٣
٤	١١	٦	٤	٥	٩
٢	٤	٨	١١	٧	٥
١١	٦	٩	٥	١٠	٥
٢	٣	٦	٧	٣	٧

الحل:

الفئات	٢-٤	٤-٦	٦-٨	٨-١٠	١٠-١٢
التكرار	٦	٧	٨	٥	٤

تطبيق (٥- ٦):

في دراسة لتقييم إحدى المكتبات ، تم سحب عينة من المجموعة المكتبيـــة ، وسجل عدد النسخ لكل كتاب كما هو موضح أدناه والمطلوب إعداد توزيـــع تكراري لعدد النسخ .

٦	١٠	١	٢	٧	٢	١٤	١١
١	١	٢	١٨	٢	٥	١	٣
٨	١	٤	٣	٩	٣	٦	٨
٣	١٥	٣	٥	١	١٢	٢	١

الحل:

عدد الفئات المناسب حسب قاعدة ستورج هو ستة .

$$\text{طول الفئة} = \frac{١٨-١}{٦} = ٢,٨٣ \approx ٣$$

عدد النسخ	١-٤	٤-٧	٧-١٠	١٠-١٣	١٣-١٦	١٦-١٩
التكرار	١٧	٥	٤	٣	٢	١

فصل ٦: العرض البيانى

Graphical Presentation

٦-١ الأهمية

٦-٢ العرض البيانى للمتغيرات الكيفية

٦-٣ العرض البيانى للمتغيرات الكمية

٦-٣-١ المدرج التكرارى

٦-٣-٢ المضلع التكرارى

٦-٣-٣ المنحنى التكرارى

٦-٣-٤ المضلع التكرارى المتجمع (الصاعد ، النازل)

٦-٣-٥ المنحنى التكرارى المتجمع (الصاعد ، النازل)

٦-٤ قواعد العرض البياني

٦-٥ تطبيقات متنوعة

الفصل السادس
العرض البياني

٦-١ الأهمية :

إن تلخيص وتنظيم البيانات في صورة جداول تكرارية يعطي تـــصوراً في سبيل وصف طبيعة التوزيع التكراري . والعرض البياني يُعد وسيلة أخرى مساعدة في هذا الصدد .

أهمية العرض البياني :

(١) الإفصاح عن خصائص الظاهرة بصورة سريعة وأحياناً بمجرد النظر وبدون الدخول في الأرقام وتفصيلاتها .

(٢) إمكان إجراء المقارنات بين التوزيعات المختلفة .

(٣) استخلاص بعض المؤشرات الإحصائية عن التوزيـــع ودون اســـتخدام الصيغ الرياضية .

(٤) يُعد العرض البياني تمهيداً أساسياً لتوفيق صيغة رياضـــية لوصـــف التوزيع التكراري .

٦-٢ العرض البياني للمتغيرات الكيفية

تختلف أساليب العرض البياني تبعاً لمستوى قياس المتغيرات ، وفيما يلـــي أساليب عرض المتغيرات الكيفية (اسمية ــ ترتيبية) . على أنه فى المتغيرات

الترتيبية يمكن استثمار المعلومات الإضافية ، مثلا ، يتم ترتيب المتغير ترتيباً تصاعدياً .

(١) الأعمدة البيانية Bar Chart

يخصص عمود (رأسي غالباً) لكل فئة بحيث يتناسب ارتفاع العمود مع التكرار بالفئة . وإذا ما اتخذنا وحدة القياس لتعبر عن عرض كل عمود فــإن مساحة كل عمود يمكن استخدامها لتعبر عن تكرر الفئة ، وتكون المساحة الكلية للأعمدة ممثلة للتكرار الكلي . ويلاحظ أنه طالما أن المتغير اسمي فإن الترتيب لا يكون له معنى ، كما أن الأعمدة لا تكون متلاصقة تمشياً مع كون المتغيــر غير مستمر .

(٢) الدائرة البيانية Pie (Circle) Chart

تقسم مساحة الدائرة على الفئات بحيث تتناسب المساحة مع التكــرار ، ويتم ذلك بتقسيم عدد الدرجات في الدائرة وقدرها ٣٦٠ إلى عدد مــن الزوايـــا بحيث تتناسب درجات الزاوية مع التكرار بالفئة . وتستخدم الصيغة التالية :

زاوية الفئة = ٣٦٠ × التكرار النسبي للفئة .

$$ز = ٣٦٠ \times \frac{ك}{ن}$$

تطبيق (٦-١):

البيان التالي يوضح كمية المبيعات في مناطق التسويق المختلفة لإحدى

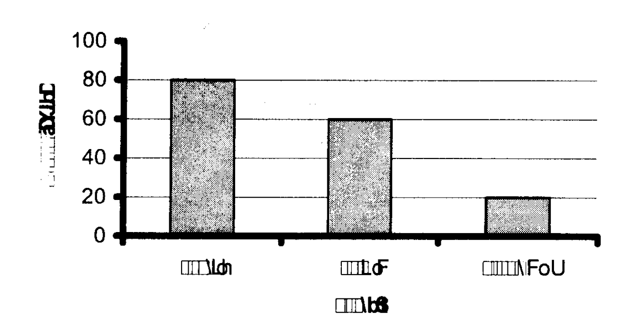
الشركات والمطلوب إعداد العرض البياني لها باستخدام :

(أ) الأعمدة البيانية

(ب) الدائرة البيانية

المنطقة	كمية المبيعات
القاهرة	٨٠
الجيزة	٦٠
الإسكندرية	٢٠

(أ) الأعمدة البيانية :



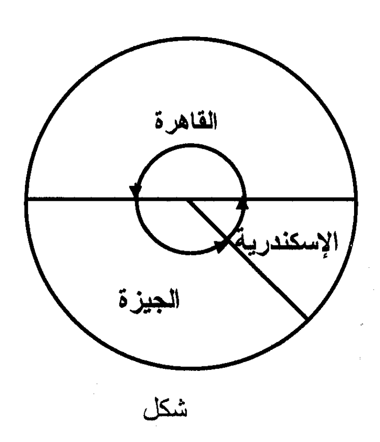
(ب) الدائرة البيانية :

نحدد مقدار الزاوية لكل منطقة :

القاهرة = $\frac{٨٠}{١٦٠} \times ٣٦٠ = ١٨٠$

$$\text{الجيزة} = ٣٦٠ \times \frac{٦٠}{١٦٠} = ١٣٥$$

$$\text{الإسكندرية} = ٣٦٠ \times \frac{٢٠}{١٦٠} = ٤٥$$



شكل

تطبيق (٦- ٢) :

التوزيع التكراري التالي يعرض أرصدة المدنيين في إحدى الـشركات (ألف دولار) .

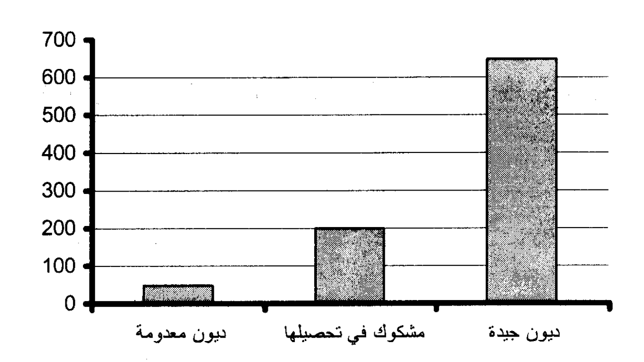
الديون	المبلغ
معدومة	٥٠
مشكوك في تحصيلها	٢٠٠
جيدة	٦٥٠

والمطلوب إعداد عرض بياني لهذه البيانات باستخدام :

(أ) الأعمدة البيانية .

(ب) الدائرة البيانية .

(أ) الأعمدة البيانية :

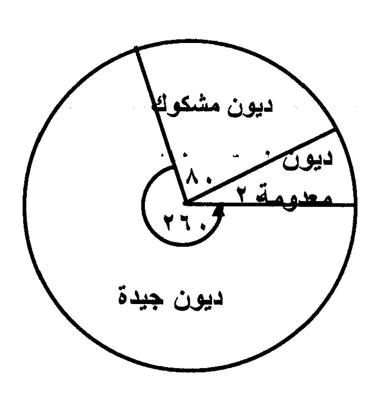


(ب) نحدد مقدار الزاوية لكل فئة :

الديون المعدومة = $360 \times \frac{50}{900} = 20$

الديون المشكوك في تحصيلها = $360 \times \frac{200}{900} = 80$

$$\text{الديون الجيدة} = ٣٦٠ \times \frac{٦٥٠}{٩٠٠} = ٢٦٠$$



٦-٣ العرض البياني للمتغيرات الكمية :

فيما يلي طرق عرض المتغيرات الكمية :

١- المدرج التكراري .

٢- المضلع التكراري .

٣- المنحنى التكراري .

٤- المضلع التكراري المتجمع (الصاعد ــ النازل) .

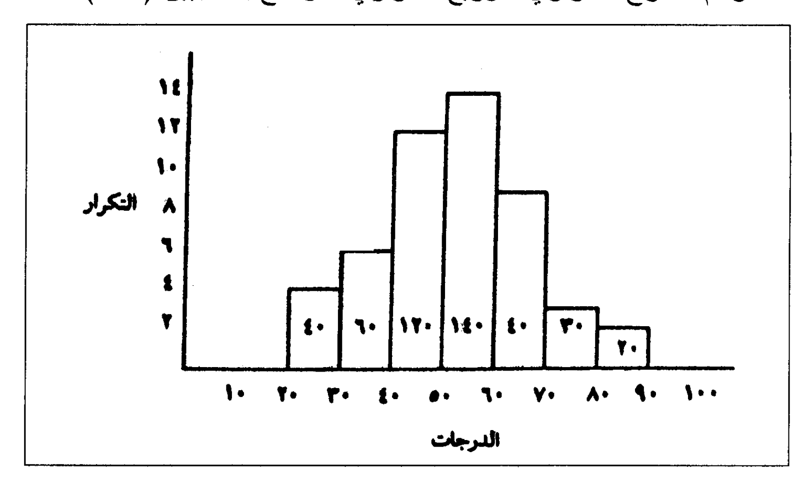
٥- المنحنى التكراري المتجمع (الصاعد ــ النازل) .

٦-٣-١ المدرج التكراري:

المدرج التكراري عبارة عن مستطيلات متجاورة ـ يخصص كل مستطيل منها لإحدى الفئات ، بحيث تتناسب مساحة المستطيلات مع تكرارات الفئات . ويتضح ذلك من الشكل التالي ، حيث يعرض التوزيع التكراري الموضح بالجدول رقم (٢) . ويلاحظ أن المحور الأفقي يخصص للفئات والمحور الرأسي للتكرارات .

تطبيق (٦-٣)

ارسم المدرج التكراري للتوزيع التكراري الموضح بالتطبيق (٥-١)



رسم المدرج فى حالة الفئات غير المنتظمة:

لاحظ أن التكرارات تتناسب مع مساحات المستطيلات وهي الموضحة داخل المستطيلات ، حيث أن الفئات بالجدول التكراري منتظمة ـ فإذا ما

كانت الفئات غير منتظمة فإنه لا يصح استخدام التكرارات الأصلية كارتفاعات للمستطيلات ، ويستخدم بدلاً منها التكرارات المعدلة والتي يتم الحصول عليها بقسمة التكرار الأصلي بكل فئة على طول الفئة المناظرة ، ويمكن توضيح ذلك فى التطبيق التالى .

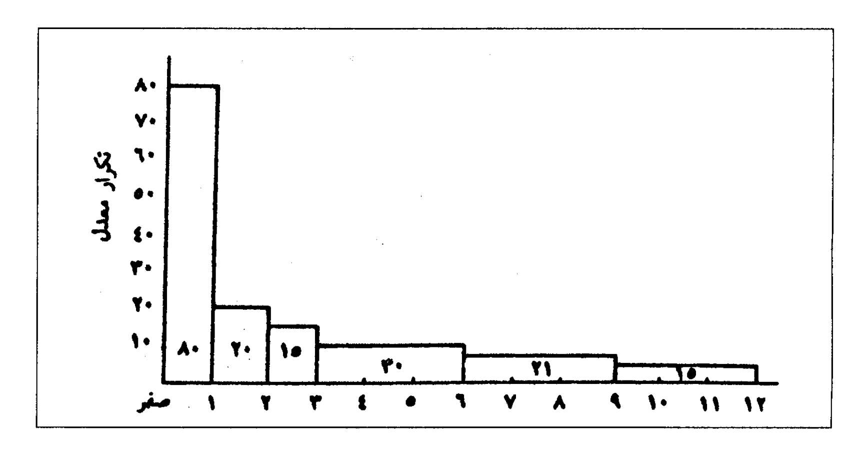
تطبيق (٦-٤):

مطلوب رسم المدرج التكرارى للتوزيع التالى والذي يمثل أعمار الوفيات من الأطفال الأقل من سنة في إحدى الدول عام (١٩١٧) .

الحل :

لاحظ أن الفئات غير منتظمة ، مما يستلزم تعديل التكرارات لغرض رسم المدرج التكرارى . في الخانة الثالثة ، تم حساب طول كل فئة وفي الخانة الرابعة تم حساب التكرار المعدل وذلك بقسمة التكرار بكل فئة على طول الفئة المناظرة .

العمر بالشهر	التكرار (ألف)	طول الفئة	التكرار المعدل
صفر-١	٨٠	١	٨٠
١-٢	٢٠	١	٢٠
٢-٣	١٥	١	١٥
٣-٦	٣٠	٣	١٠
٦-٩	٢١	٣	٧
٩-١٢	١٥	٣	٥
	١٨١		

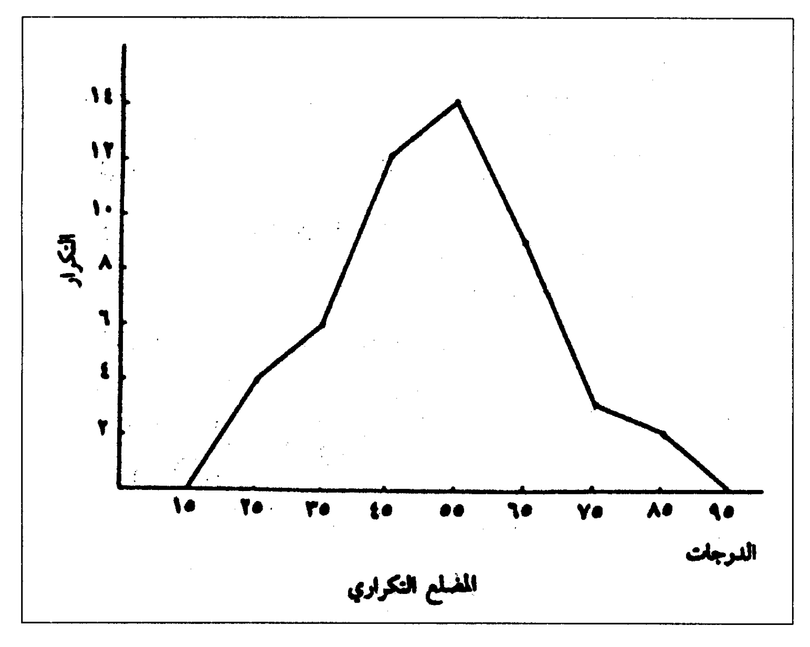


ويلاحظ أنه باستخدام التكرارات المعدلة كارتفاعات للمستطيلات فإن مساحة المستطيلات تناسب مع التكرارات .

٦-٣-٢ المضلع التكراري :

وهو وسلة أخرى لعرض التوزيع التكراري ، ويمتاز عن المدرج التكراري في إنه يمكننا من مقارنة بين أكثر من توزيع تكراري ، وذلك برسمها في شكل واحد . ويتم رسم المضلع التكراري بحيث يخصص المحور الأفقي لمراكز الفئات والمحور السيني للتكرارات ، ثم نضع نقطة فوق مركز كل فئة وبارتفاع يناظر التكرار المقابل للفئة . ويراعى عند رسم المضلع التكراري توصيل النقاط المذكورة بخطوط مستقيمة ومده ليلامس المحور الأفقي من الطرفين ، وذلك بافتراض فئتين وهميتين تكرار كل منهما صفراً .

هذا ويمكن رسم المضلع التكراري مع المدرج التكراري في شكل واحد، وذلك بوضع النقاط عند منتصف القواعد العلوية للمستطيلات . ويلاحظ أن مساحة المدرج التكراري تساوي تماماً المساحة تحت المضلع التكراري في حالة ما إذا كانت الفئات منتظمة . والشكل التالي يوضح المضلع التكراري للتوزيع التكراري الوارد بالجدول رقم (٥-٢) .



المضلع التكراري

٦-٣-٣ المنحنى التكراري:

فكرته مشابهة للمضلع التكراري ، ويتم رسمه بنفس الطريقة ، غير أن النقاط يتم توصيلها باليد ، بحيث نحصل على منحنى ممهد لا توجـد بـه انكسارات أو تغيرات فجائية كما في حالة المضلع التكراري . وعند رسم المنحنى التكراري يلاحظ أنه ليس من الضروري أن يمـر علـى جميـع النقاط.

أنواع المنحنيات التكرارية :

يختلف شكل المنحنى التكراري باختلاف البيانات ، ولأغراض الدراسة العلمية ، يتم تصنيف المنحنيات تبعاً لعدة عوامل نعرض أكثرها شيوعاً .

(أ) الالتواء :

وتبعاً لهذه الخاصية يتم تقسيم المنحنيات إلى منحنيات ملتوية ومنحنيات متماثلة.

(ب) التفرطح :

وتبعاً لهذه الخاصية يتم تقسيم المنحنيات إلى مفرطحة ومدببة .

(جـ) الصيغة الرياضية :

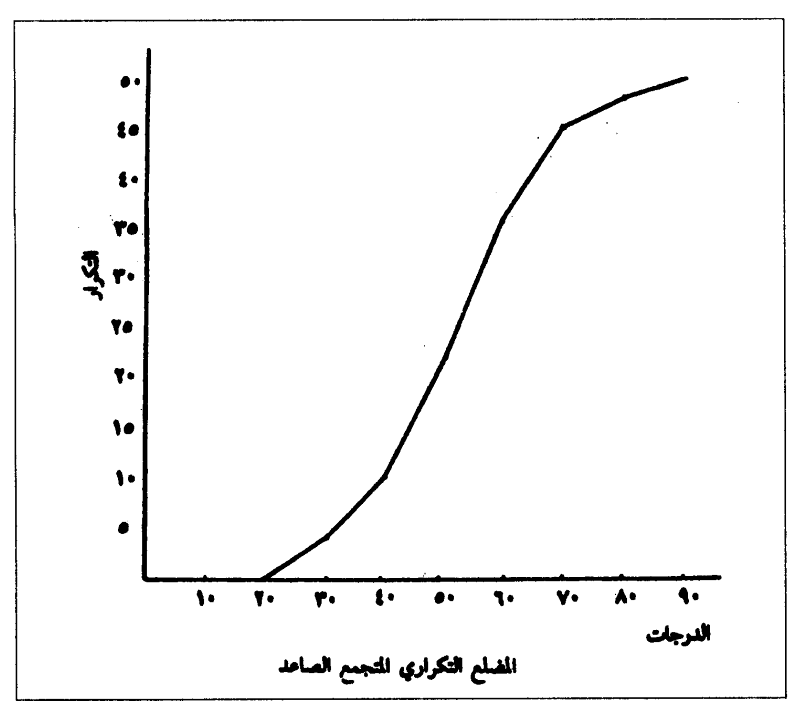
ومن هذه الناحية يتم تقسيم المنحنيات التكرارية إلى مجموعات أهمهـا التوزيع الطبيعي Normal Distribution وتوزيع ت. T-dist. وتوزيع ف F-dist. وتوزيع كا^2 Chi-square dist. . هذه التوزيعات وغيرها معروضـة تفصيلا فى الفصل العشرون

٦-٣-٤ المضلع التكراري المتجمع :

يستخدم المضلع التكراري المتجمع الصاعد (النازل) لتمثيل التكرار المتجمع الصاعد (النازل) بيانياً .

تطبيق (٦-٥):

إرسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد للبيانات الواردة بالجدول رقم (٥-٣)



المضلع التكراري المتجمع الصاعد

ومن هذا الشكل يمكن بسهولة الحصول على عدد الطلاب الحاصلين

على درجات أقل من درجة معينة (تحدد على المحور الأفقـــي) ، وذلـــك بالنظر إلى التكرار المناظر على المحور الرأسي .

٦-٣-٥ المنحنى التكراري المتجمع:

يتم رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد (النازل) بنفس طريقة رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد (النازل) ، بخـــلاف أن النقـــاط يـــتم توصيلها باليد وليس بخطوط مستقيمة ، وبهذا نحصل على منحنى ممهد لا توجد به تغيرات فجائية .

٦-٤ قواعد العرض البياني:

١- المحور الرأسي يبدأ من الصفر . أما المحور الأفقي فذلك ليس ضرورياً.

٢- هناك اتفاق بين الإحصائيين على أن تكون نسبة ارتفاع المحور الرأسي إلى المحور الأفقي $\frac{٣}{٤}$ تقريباً .

عند رسم المضلع أو (المنحنى) التكراري المتجمع الصاعد ، يفضل أن يصنع في المتوسط زاوية قدرها من ٤٠^{o} إلى ٥٠^{o} مع المحور الأفقي .

٦-٥ تطبيقات متنوعة:

تطبيق (٦-٦):

البيان التالي يوضح أعمار المستخدمين بإحدى الشركات :

٣٥	٢٧	٣٤	٢٦	٣٥	٢٥	٣٦	٣٩	٣٧	٣٠
٤٠	٣٢	٤٦	٣٩	٣٧	٤١	٤٥	٢٥	٤٤	٢٦
٣٢	٤٤	٣٦	٥٣	٤٢	٥٧	٣٧	٣٠	٣٩	٣٥
٤٧	٢٨	٤٨	٣٣	٥٤	٢٨	٤٩	٣٢	٣٤	٥١
٣٥	٣٠	٣٨	٣٦	٤٣	٣١	٥٨	٣٧	٤٣	٢٩

والمطلوب :

١- توزيع الأعمار في جدول تكراري .

٢- رسم المدرج التكراري والمضلع التكراري في شكل واحد .

٣- رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد .

الحـــل :

١- الجدول التكراري :

(أ) حيث أن عدد المشاهدات ٥٠ فإن عدد الفئات المناسب هـو ٧ وذلـك بالاسترشاد بقاعدة ستورج .

(ب) طول الفئة = $\frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}}$

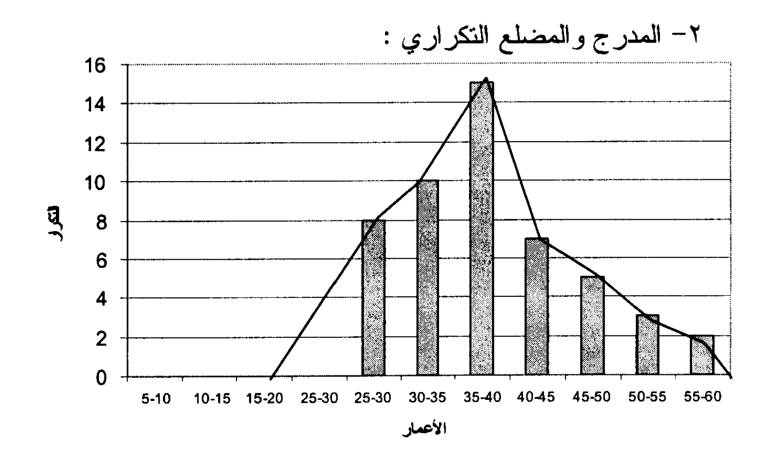
طول الفئة = $\frac{٥٨-٢٥}{٧}$ = $\frac{٣٣}{٧}$ = ٥

مع التقريب لأقرب رقم صحيح

التوزيع التكراري لأعمار المستخدمين

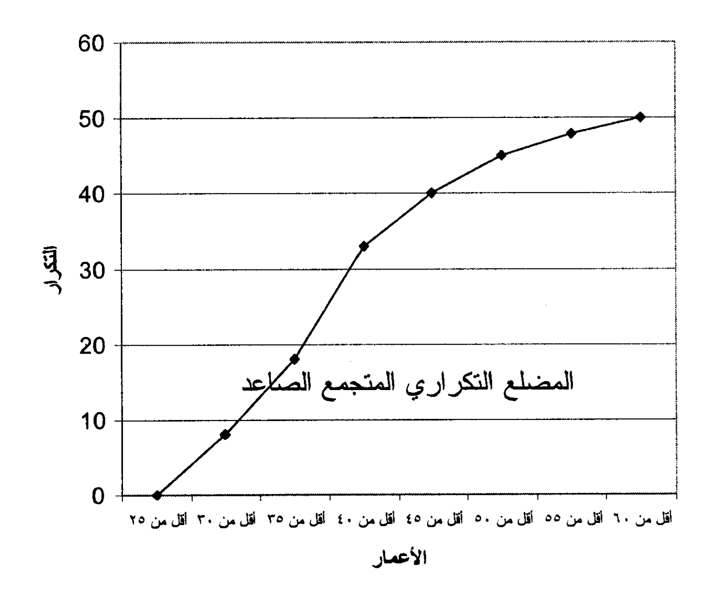
الفئات	العلامات	التكرار
٢٥-٣٠	//// ///	٨
٣٠-٣٥	//// ////	١٠
٣٥-٤٠	//// //// ////	١٥
٤٠-٤٥	//// //	٧
٤٥-٥٠	////	٥
٥٠-٥٥	///	٣
٥٥-٦٠	//	٢
		٥٠

٢- المدرج والمضلع التكراري :



٣- لرسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ، نوجد أولاً التكرار المتجمع الصاعد ، كما يلي :

	التكرار الصاعد
أقل من ٢٥	صفر
أقل من ٣٠	٨
أقل من ٣٥	١٨
أقل من ٤٠	٣٣
أقل من ٤٥	٤٠
أقل من ٥٠	٤٥
أقل من ٥٥	٤٨
أقل من ٦٠	٥٠



فصل ٧: النسب والمعدلات

Ratios and Rates

٧-١ الأهمية

٧-٢ النسب

٧-٣ المعدلات

٧-٤ المعدلات المعيارية

الفصل السابع

النسب والمعدلات

٧-١ الأهمية:

تستخدم النسب والمعدلات كثيرا بغرض تحقيق مزيدا من الإيضاح والإفصاح عن طبيعة الظاهرة محل البحث ، كما تستخدم لتسهيل إجراء المقارنات بين الظواهر .

٧-٢ النسب Ratios

وتعرف النسبة لعدد ما وليكن س إلى عدد آخر ص علي أنها خارج قسمة س علي ص . وقد يتم عرضها أحيانا كنسبة مئوية .

وللنسبة تطبيقات كثيرة ومن الأمثلة علي ذلك :

$$\text{نسبة النوع} = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{عدد الإناث}} \times ١٠٠$$

$$\text{نسبة الكثافة السكانية} = \frac{\text{عدد السكان}}{\text{المساحة بالكيلو متر أو الميل المربع}}$$

$$\text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العقلي}}{\text{العمر الزمني}} \times ١٠٠$$

وهناك نوع خاص من النسب ، حيث تكون س جزء من ص ، مثل نسبة عـدد الطلاب الناجحين بالثانوية العامة ، والرقم س/ ص هنا يطلق عليـه نـسبة proportion ، مثال ذلك أيضا نسبة البطالة ، نسبة الأمية ، نسبة الـذكور ، نسبة الأجانب من العاملين ، نسبة المدخنين ..الخ .

نسبة التغير :

وهي نوع من النسب يعتمد علي الزمن وتعرف نسبة التغير بأنها النسبة بين مقدار التغير خلال زمنين إلى المقدار في البداية ، وتكون النسبة موجبة في حالة الزيادة وسالبة في حالة النقص .

$$ق = \frac{س_٢ - س_١}{س_١} \times ١٠٠ \qquad (٧-١)$$

حيث ق نسبة التغير ، س١ المقدار في الزمن الأول ،س٢ المقدار في الـزمن الثاني

تطبيق (٧-١):

مدينة عدد سكانها ٣٧٨ ألف عام ١٩٧٥ أصبح عددها ٥٢٥ ألف عام ١٩٨٥ ، ما هي نسبة الزيادة .

نسبة الزيادة = (٥٢٥-٣٧٨) / ٣٧٨ = ٠,٣٩

٧-٣ المعدلات Rates

وهناك نوع آخر من النسب ويعد من المؤشرات الهامة وهو ما يطلق عليه المعدل حيث أن النسبة في حد ذاتها قد تكون رقم كسري صغير جدا ، ولذا يتم ضربها في رقم ثابت يتفق عليه وغالبا ما يكون ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠٠ حسب الأحوال ، وغالبا ما يستخدم لعرض معدل التغير في وحدة الوقت ، ومن أمثلة المعدلات المعرفة :

$$\text{معدل المواليد الخام} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء في السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

معدل انتشار مرض معين في لحظة معينة the point prevalence .

$$= \frac{\text{عدد المرضي بهذا المرض في تلك اللحظة}}{\text{عدد السكان المعرضين لخطر المرض في تلك اللحظة}} \times ١٠٠$$

معدل حدوث المرض in cidence rate

$$= \frac{\text{عدد المصابين بالمرض أثناء السنة}}{\text{عدد السكان المعرضين لخطر المرض في منتصف السنة}} \times ١٠٠$$

٧-٤ المعدلات المعيارية

المعايرة هى احدى الاساليب التى تستخدم لالغاء الاثار المتواجدة فى البيانات بفعل بعض العوامل والتغيرات الغير مرغوب فيها .

والمعدلات المعيارية تعد من الاساليب الهامة للوصف خاصة لاغراض المقارنات فمثلا معدل الوفيات الخام لايعد كافيا لغرض المقارنات سـواء بـين المجتمعات المختلفة أو بين فترات مختلفة للمجتمع نفسة وذلك بسبب اخـتلاف البناء السكانى . ان توزيع السكان حسب العمر مثلا يؤثر على معدل الوفيـات الخام ، فهذا المعدل يبدو كبيرا اذا كان المجتمع يحوى نسبة كبيرة من المسنين، حيث تزداد معدلات الوفاة فى هذة الفئة . وبالعكس فان معدل الوفيـات الخـام يبدو قليلا اذاكان المجتمع يحوى نسبة عالية من الاطفال والشباب ، حيث تقل معدلات الوفيات فى تلك الفئات .

وعلى ذلك يفضل ، خاصة لاغـراض المقارنـات حـساب معـدلات الوفيات بعد استبعاد اثر التركيب العمرى . وهذا هو مايتبع غالبا حيـث يـتم تعديل معدلات الوفيات او معيارتها ، لاستبعاد اثر العوامل المؤثرة مثل العمـر والجنس و السلالة ،...... الخ

وهناك عدة طرق تستخدم فى تعديل او معايرة المعدلات ، ومن اكثرها شيوعا طريقة المعايرة المباشـرة Direct standardisation . فـى هـذه الطريقة يتم اختيار مجتمع معيارى Standard population يتم على اساسة

الحساب . وهذا المجتمع المعيارى قد يكون احد المجتمعات محل المقارنـــة او المتوسط الحسابى لتوزيعها او مجتمع اخر بعيد عن هذة المجتمعات . فمثلا عند مقارنة بين عدة محافظات يمكن اخذ مجتمع السكان بالدولة كمجتمع معيارى . ويتم حساب العدد المعيارى(م) باستخدام المتوسط الحسابى المرجح كما فـــى الصيغة العامة التالية :

$$\text{مـ} = \frac{\text{مج س و}}{\text{مج و}} \qquad (٧-٢)$$

حيث س المعدل الخاص بالفئة ، و التكرار النسبى للفئة بالمجتمع المعيارى

تطبيق (٧-٢):

البيان التالي يعرض ثلاثة توزيعات حسب العمر وهي : توزيع الوفيات وتوزيع السكان الفعلي وتوزيع السكان المعياري والمطلوب إيجاد : معدل الوفيات الخام، ومعدل الوفيات المعياري

فئات العمر	عدد الوفيات	حجم السكان	المجتمع المعياري
٠-٢٠	٢٤	٣٠٠٠	٣٢٠
٢٠-٤٠	١٢	٤٠٠٠	٢٦٠
٤٠-٦٠	٥٢	٤٠٠٠	٢٤٠
٦٠ فأكثر	١٦٠	٢٠٠٠	١٨٠

الحل :

الفئات	عدد الوفيات	حجم السكان	س	و	س و
٠–٢٠	٢٤	٣٠٠٠	٨	٣٢٠	٢٥٦٠
٢٠–٤٠	١٢	٤٠٠٠	٣	٢٦٠	٧٨٠
٤٠–٦٠	٥٢	٤٠٠٠	١٣	٢٤٠	٣١٢٠
٦٠ فأكثر	١٦٠	٢٠٠٠	٨٠	١٨٠	١٤٤٠٠
	٢٤٨	١٣٠٠٠		١٠٠٠	٢٠٨٦٠

معدل الوفيات الخام = $\frac{٢٤٨}{١٣٠٠٠}$ × ١٠٠٠ = ١٩

معدل الوفيات المعياري = ٢٠٨٦٠/ ١٠٠٠ = ٢٠,٩

الفصل الثامن: المتوسطات
Averages

٨-١ الأهمية

٨-٢ المتوسط الحسابي

٨-٣ المتوسط الحسابي المرجح

٨-٤ المتوسط الهندسي

٨-٥ الوسيط

٨-٦ المنوال

٨-٧ العلاقة بين المتوسطات

٨-٨ تطبيقات متنوعة

الفصل الثامن

المتوسطات Averages

وصف المتغيرات يتم من خلال عدد كبير من الأساليب الإحصائية ، عرضنا منها التوزيع التكراري (الجدول التكراري) والعرض البيانى والنسب والمعدلات ، وأوضحنا أهمية ودور كل منهما فى عملية الوصف . وإستكمالا لعملية الوصف نعرض فى هذا الفصل أسلوبا آخر من الأساليب الهامة ، وهى المتوسطات (مقاييس النزعة المركزية)

٨-١ الأهمية:

من المفيد وصف البيانات بمجموعة من الأرقام تلخصها وتوضح فحواها وخصائصها . من أهم هذه المقاييس أو المؤشرات مقاييس النزعة المركزية أو (المتوسطات) Averages . يلاحظ بصفة عامة ، أن المشاهدات أو قيم الظاهرة تميل إلى التمركز أو (هناك نزعة نحو تمركزها) عند قيم معينة في مركز التوزيع التكراري . وهناك عدة أنواع من هذه المتوسطات نعرض منها أكثرها شيوعا وتطبيقا : المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

ويستخدم المتوسط الحسابي في حالة المتغيرات الكمية والوسيط للمتغيرات الترتيبية والمنوال للمتغيرات الاسمية[1] .

---

1 راجع مستويات القياس بالقسم ١-٣-١

والغرض من هذه المقاييس هو وصف المجموعة برقم واحد يمثلها فهو يعبر عن مزيد من الوصف والتلخيص . ويفيد هذا الرقم المتوسط في المقارنات المستعرضة أو الآنية بين عدة مجموعات أو مجتمعات . كما يفيد في المقارنات التاريخية أو الطولية بما يمكن من وصف التغير أو التطور في الظاهرة عبـــر الزمن . هذا يعد الأساس لتحقيق فوائد كبرى للعلم والبحث العلمى .

٨-٣ المتوسط الحسابي : Arithmetic Mean

يعتبر المتوسط أو (الوسط) الحسابي أهم مقاييس النزعة المركزيـــة أو أكثرها استخداماً . كما أنه يسهل حسابه . والوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو ناتج قسمة مجموع هذه القيم على عددها . فإذا كان لدينا متغير يأخذ القـــيم ٣ ، ٤ ، ٥ فإن : المتوسط الحسابي = ١٢ / ٣ = ٤

وبصفة عامة فإنه إذا ما رمزنا للمتغير بالرمز (س) وقيمـــه بـــالرموز ($س_١$) ، ($س_٢$) ، ($س_٣$) ، ٠٠٠٠ ، ($س_ن$) ، متوسطه الحسابي بـــالرمز ($\bar{س}$) ، فإنه يمكن كتابة طريقة احتساب المتوسط الحسابي بالصيغة التالية :

$$\bar{س} = \frac{مج\ س}{ن} \qquad (٨-١)$$

حيث (مجـــ س) تعني مجموع قيم (س) ، أى : $س_١ + س_٢ + ٠٠ + س_ن$ ،

ن عدد القيم

تطبيق (٨-١):

مطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لدرجات الطـــلاب والموضـــحة فـــى التطبيق (٥-١) .

علينا إيجاد مجموع الدرجات كلها تم قسمتها علـــى ٥٠ وهـــو عـــدد الدرجات .

المتوسط الحسابي = ٢٦٠٠ / ٥٠ = ٥٢ درجة .

خصائص المتوسط الحسابي :

١- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفراً ، أي أن :

محـــ (س - $\bar{س}$) = صفر

ففي المثال السابق كان الوسط الحسابي $\bar{س}$ = ٤ وعليه تكون انحرافات القيم عن وسطها الحسابي هي (٣-٤) ، (٤-٤) ، (٥-٤) أي تساوي -١ ، صفر ، ١ وواضح أن مجموع هذه الانحرافات يساوي صفراً .

٢- إذا كانت س = د + أ حيث أ ثابت فإن : (٨- ٢)

$\bar{س}$ = $\bar{د}$ + أ

٣- إذا كانت س = ل د حيث ل ثابت فإن : (٨- ٣)

$\bar{س}$ = ل $\bar{د}$

٤- إذا كانت س = ل د + أ حيث أ ، ل ثوابت فإن : (٨- ٤)

$\bar{س}$ = ل $\bar{د}$ + أ

وتفيدنا الخصائص السابقة في تسهيل احتساب المتوسط الحسابي فبدلاً من إيجاد المتوسط الحسابي للمتغير (س) مباشرة ، تقوم بتحويله إلى متغير آخر (د) يمكن إيجاد متوسطه الحسابي ($\bar{د}$) بسهولة . وبعد ذلك نستخدم العلاقات الموضحة بعاليه لإيجاد المتوسط الحسابي ($\bar{س}$) للمتغير الأصلي (س). ويظهر ذلك واضحاً عند إيجاد المتوسط الحسابي في حالة القيمة المبوبة في جدول تكراري .

إيجاد المتوسط الحسابي للقيم المبوبة:

(أ) الطريقة المباشرة Direct Method

الطريقة المباشرة Direct Method هى الطريقة العامة والتى تستخدم فى كل الحالات بدون شروط ، ويمكن توضيحها بالتطبيق التالى.

تطبيق (٨-٢):

مطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب والموضحة فى الجدول التكرارى للتطبيق (٥-١) .

يلاحظ أن الفئة الأولى تكرارها (٤) أي أن هناك ٤طلاب حصلوا على درجات تقع في الفئة (٢٠-٣٠) . وقد سبق أن ذكرنا أنه يفترض أن كل درجة من هذه الدرجات الأربع تساوي تماماً مركز الفئة وهي (٢٥) . ولذا نستطيع

القول أن مجموع الدرجات الأربع يساوي (١٠٠) أي حاصل ضرب التكـرار في مركز الفئة . وبالمثل إذا ما انتقلنا إلى الفئة الثانية (٣٠-٤٠) ، فإن مجموع درجات الست طلاب هو ٦×٣٥=٢١٠ درجة ، وهكذا . ويتـضح ذلـك مـن الجدول التالى .

فإذا ما رمزنا لمركز الفئة بالرمز (س) وللتكرار بالرمز (ك) فإن :

$$\bar{س} = \frac{مج\ س\ ك}{ن} \qquad (٨-٥)$$

حيث ن = محـ ك ، مجموع التكرارات (عدد القيم)

$$\bar{س} = \frac{٢٦٠٠}{٥٠} = ٥٢ \text{ درجة}$$

الدرجات	التكرار (ك)	مركز الفئة (س)	التكرار × مركز الفئة (ك س)
٢٠-٣٠	٤	٢٥	١٠٠
٣٠-٤٠	٦	٣٥	٢١٠
٤٠-٥٠	١٢	٤٥	٥٤٠
٥٠-٦٠	١٤	٥٥	٧٧٠
٦٠-٧٠	٩	٦٥	٥٨٥
٧٠-٨٠	٣	٧٥	٢٢٥
٨٠-٩٠	٢	٨٥	١٧٠
	٥٠		٢٦٠٠

(ب) الطريقة المختصرة Short Cut Method

وتعتمد هذه الطريقة على الخاصية رقم (٢) للوسط الحسابي والتي سبق ذكرها حيث يتم تحويل المتغير (س) إلى متغير آخر (د = س – أ) .

تطبيق (٨-٣):

مطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب والموضحة في الجدول التكرارى للتطبيق (٥-١) ، بإستخدام الطريقة المختصرة .

الحل :

قيمة (أ) الملائمة هنا هي إحدى مراكز الفئات ، ويفضل أن تكون الفئة التي يناظرها أكبر تكرار ، و باعتبار (أ=٥٥) فإن قيم (د) تصبح على التوالي (٢٥-٥٥=-٣٠)، (٣٥-٥٥=-٢٠) ، وهكذا . ويتم احتساب المتوسط الحسابي (د) كما اتبع في الطريقة المباشرة تماماً ، ويوضح ذلك الجدول التالى.

الدرجات	ك	س	٩	ك د
٢٠-٣٠	٤	٢٥	-٣٠	-١٢٠
٣٠-٤٠	٦	٣٥	-٢٠	-١٢٠
٤٠-٥٠	١٢	٤٥	-١٠	-١٢٠
٥٠-٦٠	١٤	٥٥	صفر	صفر
٦٠-٧٠	٩	٦٥	١٠	٩٠
٧٠-٨٠	٣	٧٥	٢٠	٦٠
٨٠-٩٠	٢	٨٥	٣٠	٦٠
	٥٠			-١٥٠

$$\bar{د} = \frac{مجـ ك د}{ن} = \frac{-150}{50} = -3$$

$$\bar{س} = \bar{د} + أ = -3 + 55 = 52 \text{ درجة}$$

(ج) الطريقة القصيرة (الرمزية) Coding Method

وتعتمد هذه الطريقة على الخاصية رقم (٤) والتي سبق ذكرها ، حيث يتم تحويل المتغير (س) إلى متغير آخر د = $\frac{س - أ}{ل}$ وهذه الطريقة توفر كثيراً من العمل الحسابي اللازم ويفضل اتباعها في حالة التوزيعات التكرارية ذات الفئات المنتظمة ، حيث تكون قيمة (أ) الملائمة هي إحدى مراكز الفئات وقيمة (ل) هي طول الفئة .

تطبيق (٨-٤):

مطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب والموضحة في الجدول التكرارى للتطبيق (٥-١) ، بإستخدام الطريقة القصيرة (الرمزية) .

الحل:

قيمة (أ) الملائمة هنا هي إحدى مراكز الفئات (٥٥مثلاً) وقيمة (ل) هي طول الفئة (١٠) ، وعليه فإن قيم (د) على التوالي هى -٣ ، = -٢ ، = -١ وهكذا ، كما هو موضح بالجدول التالى:

الدرجات	ك	س	٩	ك د
٢٠-٣٠	٤	٢٥	-٣	-١٢
٣٠-٤٠	٦	٣٥	-٢	-١٢
٤٠-٥٠	١٢	٤٥	-١	-١٢
٥٠-٦٠	١٤	٥٥	صفر	صفر
٦٠-٧٠	٩	٦٥	١	٩٠
٧٠-٨٠	٣	٧٥	٢	٦٠
٨٠-٩٠	٢	٨٥	٣	٦٠
	٥٠			-١٥

$$\bar{د} = \frac{\text{مجـ ك د}}{ن} = \frac{-١٥}{٥٠} = -٠,٣$$

$\bar{س}$ = ل $\bar{د}$ + أ = (١٠)(-٠,٣) + ٥٥

= -٣ + ٥٥ = ٥٢ درجة

ويلاحظ أنه في حالة الفئات المنتظمة ليس من الضروري حساب قيم المتغير (د) ويمكن وضعها رأساً بوضع إحدى هذه القيم صفراً وتكون القيم السابقة عليه على الترتيب (-١ ، -٢ ، -٣ ، ...) وتكون القيم اللاحقة لها (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ...) وهكذا .

ويتم حساب الوسط الحسابي باستخدام الصيغة التالية :

$\bar{س}$ = $\bar{د}$ (طول الفئة) + مركز الفئة الصفرية

والفئة الصفرية هي الفئة المناظرة لقيمة د = صفر .

والمثال التالي يوضح ذلك .

تطبيق (٨-٥):

أوجد المتوسط الحسابي لتوزيع أعمار المستخدمين الموضح بالجـــدول التكراري للتطبيق (٦-٦) :

(أ) باستخدام الطريقة المباشرة

(ب) باستخدام الطريقة القصيرة

الحل : باستخدام الطريقة المباشرة :

الأعمار	ك	س	ك س
٢٥-٣٠	٨	٢٧,٥	٢٢٠
٣٠-٣٥	١٠	٣٢,٥	٣٢٥
٣٥-٤٠	١٥	٣٧,٥	٥٦٢,٥
٤٠-٤٥	٧	٤٢,٥	٢٩٧,٥
٤٥-٥٠	٥	٤٧,٥	٢٣٧,٥
٥٠-٥٥	٣	٥٢,٥	١٥٧,٥
٥٥-٦٠	٢	٥٧,٥	١١٥
	٥٠		١٩١٥

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{ن}} = \frac{١٩١٥}{٥٠} = ٣٨,٣ \text{ سنة}$$

الحل : باستخدام الطريقة القصيرة :

الأعمار	ك	س	ك س
٢٥-٣٠	٨	-٣	-٢٤
٣٠-٣٥	١٠	-٢	-٢٠
٣٥-٤٠	١٥	-١	-١٥
٤٠-٤٥	٧	صفر	صفر
٤٥-٥٠	٥	١	٥
٥٠-٥٥	٣	٢	٦
٥٥-٦٠	٢	٣	٦
	٥٠		-٤٢

$$\bar{د} = \frac{-٤٢}{٥٠}$$

$\bar{س} = \bar{د}$ (طول الفئة) + مركز الفئة الصفرية

$$= \frac{-٤٢}{٥٠} \text{ (٥) } + ٤٢,٥ = ٣٨,٣ \text{ سنة}$$

تطبيق (٨-٦):

أوجد المتوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

الفئات	التكرار
صفر-٥	٩
٥-١٠	١٣
١٠-٢٠	١٥
٢٠-٤٠	١٨
٤٠-٥٠	٢٢
٥٠-٨٠	٨٥
٨٠-٩٠	٢٣
٩٠-٩٥	٨
٩٥-١٠٠	٧
	٢٠٠

الحل :

حيث أن الفئات غير منتظمة ، يفضل استخدام الطريقة المباشرة ، إذ أن الطرق الأخرى لا تسهل العمل الحسابي في هذه الحالة .

الفئات	ك	س	ك س
صفر-٥	٩	٢,٥	٢٢,٥
٥-١٠	١٣	٧,٥	٩٧,٥
١٠-٢٠	١٥	١٥	٢٢٥
٢٠-٤٠	١٨	٣٠	٥٤٠
٤٠-٥٠	٢٢	٤٥	٩٩٠
٥٠-٨٠	٨٥	٦٥	٥٥٢٥
٨٠-٩٠	٢٣	٨٥	١٩٥٥
٩٠-٩٥	٨	٩٢,٥	٧٤٠
٩٥-١٠٠	٧	٩٧,٥	٦٨٢,٥
	٢٠٠		**١٠٧٧٧,٥**

$$\bar{س} = \frac{مج\ س\ ك}{ن} = ١٠٧٧٧,٥ / ٢٠٠ = ٥٣,٩$$

٨-٣ المتوسط الحسابي المرجح : Weighted

في الحالات السابقة كان يتم احتساب المتوسط الحسابي بافتراض أن كل القيم لها نفس الأهمية ، غير أن ذلك قد لا يكون صحيحاً بصفة عامة – فبفرض أننا بصدد احتساب متوسط سعر السوق لسلعة ما في إحدى المدن ، وكانت هذه السلعة تباع في عدة أسواق بأسعار مختلفة وحسب البيان التالي :

السوق	سعر السلعة
أ	٩
ب	٧
ج	٥

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{مجـ\ س}{ن} = \frac{٩+٧+٥}{٣} = ٧$$

وهذا المتوسط يكون صحيحاً فقط في حالة ما إذا كانت الأسواق الثلاثة لها نفس الأهمية ، بمعنى أن كمية مبيعاتها واحدة ، فإذا ما اختلفت كمية المبيعات فإنه يجب أخذ ذلك في الحسبان عند احتساب متوسط السعر . ويتم ذلك بترجيح الأسعار ، أي إعطائها أوزان حسب أهميتها النسبية . ويتم ذلك باستخدام المتوسط الحسابي المرجح كما يلي :

$$\text{المتوسط الحسابي المرجح}(\bar{س}) = \frac{\text{مج س و}}{\text{مج و}} \qquad (٨- ٦)$$

حيث (و) تمثل الأوزان المخصصة للقيم المختلفة .

تطبيق (٨-٧):

بإستخدام البيانات عاليه ،وبفرض أن كمية المبيعات في الأسواق المختلفة كانت (٨٠٠،١٥٠،٥٠) على الترتيب ، استخدم هذه الكميات كأوزان تعبر عن الأهمية النسبية للأسعار المذكورة فى حساب المتوسط الحسابي المرجح .

السوق	السعر (س)	كمية المبيعات (و)	س و
أ	٩	٥٠	٤٥٠
ب	٧	١٥٠	١٠٥٠
ج	٥	٨٠٠	٤٠٠٠
		١٠٠٠	٥٥٠٠

المتوسط الحسابي المرجح = ٥٥٠٠ / ١٠٠٠= ٥.٥

تطبيق (٨-٨):

البيان التالي يمثل درجات أحد الطلاب في المواد المقررة ، حيث تختلف عدد الساعات الأسبوعية المخصصة لدراسة كل مادة . أوجد المتوسط الحسابي المرجح :

المادة	الدرجة	عدد الساعات
أ	٩٥	٤
ب	٨٩	٣
ج	٨٥	٢
د	٦٠	١

الحل :

المادة	الدرجة (س)	عدد الساعات (و)	س و
أ	٩٥	٤	٣٨٠
ب	٨٩	٣	٢٦٧
ج	٨٥	٢	١٧٠
د	٦٠	١	٦٠
		١٠	٨٧٧

المتوسط الحسابي المرجح = ٨٧٧/١٠= ٨٧,٧

تطبيق (٨-٩)

قطعت سيارة رحلتها على ثلاث سرعات مختلفة كما هو موضح بالبيان التالي ، أوجد متوسط سرعة السيارة خلال الرحلة :

الفترة	السرعة كيلو/ساعة	الزمن (ساعة)
الأولى	٣٠	٥
الثانية	٧٠	٣
الثالثة	٨٠	٢

الحل :

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـــ س و}}{\text{مجـــ و}} = \frac{\text{٥٢٠}}{\text{١٠}} = \text{٥٢ كم / ساعة .}$$

مزايا المتوسط الحسابي :

(أ) يعتمد حسابه على كل القيم

(ب) يسهل التعامل معه جبرياً

عيوب المتوسط الحسابي :

(أ) يتأثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة ، فالمتوسط الحسابي للقيم (٩،٨،٧) هــو (٨) . فإذا أضيف لهذه المجموعة إحدى القيم الشاذة ولتكن صــفر فــإن المتوسط الحسابي يتأثر كثيراً بها ويصبح (٦) . وهــذا الــرقم لا يمثــل المجموعة تمثيلاً صحيحاً .

(ب) لا نستطيع استخدامه في حالة الفئات المفتوحة ، حيث أن حسابه يتطلــب معرفة مركز كل فئة .

(ج) لا نستطيع استخدامه في حالة الظواهر الوصفية ، غير الرقمية، فمثلاً لا نستطيع تحديده للبيانات : (ممتاز ــ جيــد جــداً ــ جيــد ــ مقبــول ــ ضعيف) .

٨-٤ المتوسط الهندسي : Geometric Mean

يستخدم المتوسط الهندسي في دراسة الظواهر التي تزيد مفرداتها بنسبة ثابتة كما في دراسة النمو في الكائنات الحية ، كما في نمو السكان والحيوانات ، والحشرات ، والبكتريا ، ٠٠٠ الخ . وكذا في حالة النمو الاقتصادي ، وكذا يستخدم المتوسط الهندسي في دراسة التغيرات النسبية في الأسعار . وفي معالجة مثل هذه الظواهر فإن المتوسط الهندسي يفضل عن المتوسط الحسابي حيث يعطي نتائج أدق ؛ كما يتضح من الأمثلة أدناه .

والمتوسط الهندسي (هـ) للقيم س_{1} ، س_{2} ، ٠٠٠ ، $\text{س}_{\text{ن}}$ يتم إيجاده باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{هـ} = \sqrt[\text{ن}]{\text{س}_{1}\ \text{س}_{2}\ \cdots\ \text{س}_{\text{ن}}} \qquad (٨-٧)$$

ولتسهيل العمل الحسابي نستخدم اللوغاريتمات ، حيث:

$$\text{لو هـ} = \frac{1}{\text{ن}} \left(\text{مجـ لو س} \right) \qquad (٨-٨)$$

ومنها نوجد قيمة هـ .

وبالنسبة للقيم المبوبة في توزيع تكراري تستخدم الصيغة :

$$\sqrt[\text{ن}]{\text{س}_{1}^{\text{ك}_{1}}\ \text{س}_{2}^{\text{ك}_{2}}\ \cdots\ \text{س}_{\text{م}}^{\text{ك}_{\text{م}}}} \qquad (٨-٩)$$

أي أن لو هـ = ١/ن (محـ ك لو س) (٨-١٠)

ومنها نوجد قيمة هـ .

وبالمثل فإن صيغة **المتوسط الهندسي المرجح** ، تصبح :

$$\text{هـ} = \sqrt[\text{ن}]{\text{س}_{١}^{\text{و}_{١}}\ \text{س}_{٢}^{\text{و}_{٢}} \cdots \text{س}_{\text{م}}^{\text{و}_{\text{م}}}} \qquad (٨-١١)$$

$$\text{أو لو هـ} = \frac{\text{محـ و لو س}}{\text{محـ و}} \qquad (٨-١٢)$$

تطبيق (٨-١٠):

بفرض أن عدد السكان في بلد ما كان ٤ مليون نسمة عام ١٨٠٠ ، ٩ مليون عام ١٩٠٠ . ما هو عدد السكان في منتصف الفترة أي في عام ١٨٥٠ ؟

الحل :

$$\text{هـ} = \sqrt{(٤)(٩)} = ٦ \text{ مليون نسمة}$$

تطبيق (٨-١١):

تزايد عدد السكان في إحدى الدول في عشر سنوات بمقدار ٢٠% وفي العشر سنوات التالية بنسبة ٣٠% وفي العشر سنوات التي تليها بنسبة ٤٥% . ما هو متوسط معدل الزيادة ؟

الحل :

$$\text{هـ} = \sqrt[3]{(١٢٠)(١٣٠)(١٤٥)} = ١٣١,٣$$

وعلى ذلك يكون متوسط الزيادة ٣١,٣

لاحظ أن المتوسط الهندسي لنسب الزيادة لا يعطي النتيجة الصحيحة .

تطبيق (٨-١٢):

أوجد المتوسط الهندسي المرجح للبيانات التالية :

السلعة	منسوب السعر	الوزن
سلع غذائية	٤٨٠	٣٠
مواد خام	٥٠٧	١٦
مواد نصف مصنوعة	٤٦٢	١٠
مواد مصنعة	٢٨٠	٢٠
سلع غذائية	١٣٠	٤

منسوب السعر عبارة عن النسبة المئوية لسعر سلعة في سنة ما المقارنة بسنة أخرى .

الحل :

س	و	لو س	و لو س
٤٨٠	٣٠	٢,٦٨١	٨٠,٤٣٠
٥٠٧	١٦	٢,٧٠٥	٤٣,٢٨٠
٤٦٢	١٠	٢,٦٦٥	٢٦,٦٥٠
٢٨٠	٢٠	٢,٤٤٧	٥٣,٣٠٥
١٣٠	٤	٢,١١٤	٨,٤٥٦
	٨٠		٢١٢,١٢١

لو هـ = مجـ و لو س / مجـ و = ٢١٢,١٢١ / ٨٠ = ٢,٦٥١

هـ = ٤٤٨,٢٤٢

٨-٥ الوسيط: Median

يستخدم للمتغيرات الترتيبية

الوسيط هو قيمة المشاهدة التي يقع ترتيبها وسط المجموعة عند ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو (تنازلياً) .

ويتم إيجاد ترتيب الوسيط بقسمة عدد القيم (ن) على ٢ ، غير أن حالة القيم الغير مبوبة تتطلب إضافة واحد ، وذلك حتى نحصل على الأوسط بدقة.
أي أنه في حالة القيم غير المبوبة يكون :

ترتيب الوسيط = (ن+١) / ٢

مثلا لإيجاد الوسيط للقيم

٤، ٩ ،٧، ٦، ٣، ٩، ٨

نقوم أولاً بترتيبها ترتيباً تصاعدياً

٣، ٤ ، ٦، ٧ ، ٨، ٩، ٩

ترتيب الوسيط = (٧+١) / ٢ = ٤

قيمة الوسيط (و)= ٧

تطبيق (٨-١٣):

أوجد الوسيط للقيم التالية ١٠،٩،٩،٨،٤،٣،٢،١

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{ن}+1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

في هذه الحالة ، فإن قيمة الوسيط تقع بين القيمتين ذوي الترتيب الرابع والخامس ، وبتحديد أكثر فإنها تزيد عن القيمة ذات الترتيب الرابع بنصف الفرق بين القيمتين ذوي الترتيب الرابع والخامس . أي أن :

و= ٤ + (١/٢) (٨-٤) = ٦

البيانات المبوبة :

وبالنسبة للبيانات المبوبة في جدول تكراري فإن الوسيط هو القيمة التي تقسم التكرار الكلي ن(مجـ ك) إلى قسمين متساويين ، أي أن ترتيب الوسيط هو $\frac{\text{ن}}{2}$. ولحساب قيمة الوسيط يتم الاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد ، (ويمكن أيضاً باستخدام التكرار المتجمع النازل وبأسلوب مشابه) .

تطبيق (٨-١٤):

مطلوب حساب الوسيط لدرجات الطلاب الموضحة بالجدول التكراري (٥-٢)

الحل

نقوم بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد ، وهذا موضح بالجدول أدناه .

التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد

الدرجات	التكرار	التكرار الصاعد
٢٠-٣٠	٤	٤
٣٠-٤٠	٦	١٠
٤٠-٥٠	١٢	٢٢
٥٠-٦٠	١٤	٣٦
٦٠-٧٠	٩	٤٥
٧٠-٨٠	٣	٤٨
٨٠-٩٠	٢	٥٠

نوجد ترتيب الوسيط وهو = ٥٠/٢ = ٢٥

نريد الآن البحث عن القيمة التي تناظر الترتيب ٢٥ ، بالنظر إلى التكرار الصاعد الموضح بالجدول أعلاه يتضح أن هناك ٢٢ طالباً حصلوا على درجات تقل عن ٥٠ ، ويمكن القول بأن القيمة المناظرة للطالب الذي ترتيبه ٢٢ هي ٥٠ درجة . معنى ذلك أن الطالب الذي ترتيبه ٢٥ يقع في الفئة التالية وهي فئة الدرجات (٥٠-٦٠) . أي أن الوسيط يقع في هذه الفئة ، ولذا نسميها الفئة الوسيطية ، وهذه الفئة تبدأ من ٥٠ درجة وتنتهي في ٦٠ وهذه الزيادة (طول الفئة) وقدرها ١٠ درجات نتجت بسبب إضافة ١٤ طالباً (تكرار الفئة الوسيطية) ولحساب الوسيط فإننا نأخذ في الحسبان فقط الزيادة المترتبة على إضافة ثلاث طلاب فقط (٢٥-٢٢) أى (ترتيب الوسيط ناقصاً التكرار الصاعد السابق للفئة الوسيطية) ، على ذلك فإن الوسيط يمكن حسابه كما يلي :

٥٠ + (٣/١٤) (١٠) = ٥٠ + ٢,١٤ = ٥٢,١٤ درجة

وبذلك فإن الوسيط يتم حسابه باستخدام الصيغة التالية :

$$و = ب + \frac{ت - ك ص س}{ك} \times ل \qquad (٨- ١٣)$$

حيث ب = بداية الفئة الوسيطية

ت = ترتيب الوسيط

ك.ص.س = التكرار الصاعد السابق للفئة الوسيطية

ل = طول الفئة الوسيطية

ك = تكرار الفئة الوسيطية

تطبيق (٨-١٥)

أوجد الوسيط للبيانات الموضحة بالجدول التكراري التالي :

جدول رقم (١٦)

الفئات	التكرار	التكرار الصاعد
أقل من ١٠	٥	٥
١٠-٢٠	٢٥	٣٠
٢٠-٣٠	٤٠	٧٠
٣٠-٤٠	٧٠	١٤٠
٤٠-٥٠	٩٠	٢٣٠
٥٠-٦٠	٤٠	٢٧٠
٦٠-٧٠	٢٠	٢٩٠
٧٠ فأكثر	١٠	٣٠٠

$$ترتيب\ الوسيط = \frac{ن}{٢} = \frac{٣٠٠}{٢} = ١٥٠$$

إذن الفئة الوسيطية هي الفئة (٤٠-٥٠)

$$و = ٤٠ + \frac{١٥٠ - ١٤٠}{٩٠} \times ١٠$$

$$= ٤٠ + \frac{١٠}{٩٠} \times ١٠ = ٤١,١$$

مزايا الوسيط :

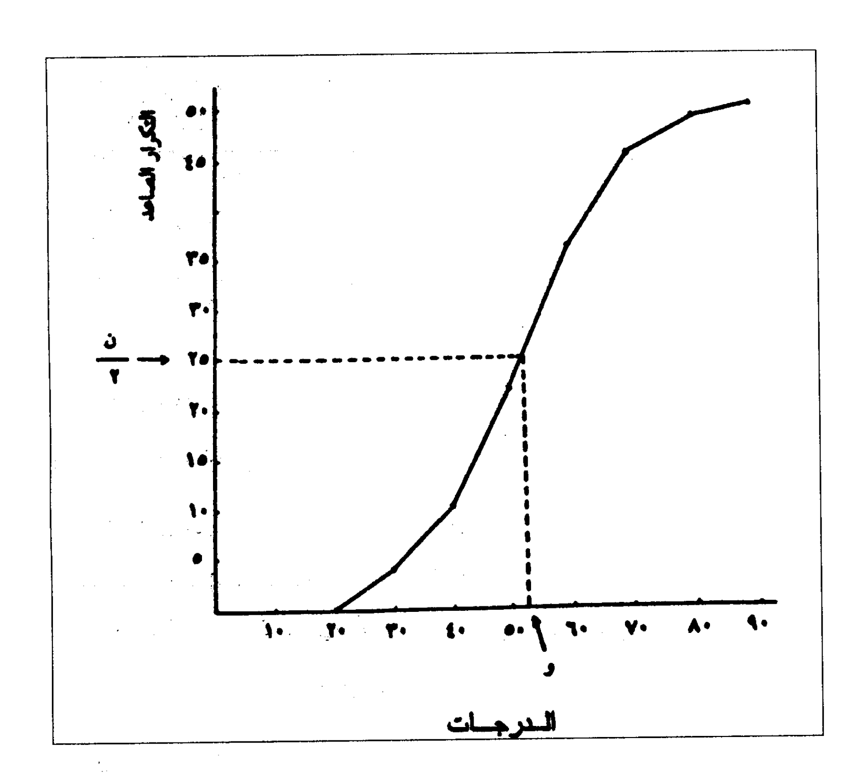
(أ) لا يتأثر بالقيم المتطرفة .

إيجاد الوسيط بالرسم :

ويمكن بسهولة إيجاد الوسيط بعد رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ، حيث تحدد القيمة (الدرجة) على المحور الأفقي والتي تناظر ترتيب الوسيط على المحور الرأسى كما يتضح من التطبيق التالى .

تطبيق (٨-١٦):

مطلوب حساب الومسيط بالرسم لدرجات الطلاب الموضحة بالجدول رقم (٥-٢)



مزايا الوسيط :

(ب) لا يتأثر بالقيم المتطرفة .

(ج) يمكن إيجاده للظواهر الغير رقمية التي يمكن ترتيبها ، مثال ذلك درجات الطلاب على أساس ممتاز ، جيد جداً ، ... الخ والحالة الاجتماعية والاقتصادية على أساس عالية جداً ، متوسط ... الخ .

(د) يمكن إيجاده في حالة الفئات المفتوحة .

عيوب الوسيط :

(أ) لا يعتمد في حسابه على كل قيم المتغير .

(ب) لا يسهل التعامل معه جبرياً .

٨-٦ المنوال : Mode

يستخدم المنوال أساسا فى المتغيرات الاسمية المنوال هو القيمة الشائعة بين عدة قيم ، وبعبارة أخرى هي القيمة صاحبة أكبر تكرار . فإذا كان لـــدينا القيم ٧،٦،٨،٧،٥،٣،٨،٧،٢ فإن المنوال هو (٧) حيث أن هذا العـــدد تكـــرر ثلاث مرات وهو أكبر تكرار . وأحياناً لا يكون للقيم منوال كمـــا فـــي حالـــة البيانات التالية : ٩،٢،٥،٣،٧،٦ . حيث لا توجد قيمة لها تكرار أكبر من القيم الأخرى . وأحياناً يكون للظاهرة منوالين أو أكثر .ويعـــد ذلـــك مـــن عيـــوب المنوال .

البيانات المبوبة:

في حالة البيانات المبوبة في جدول تكراري ، لا نستطيع التحدث عمـــا إذا كانت هناك قيمة معينة لها أكبر تكرار ، حيث تـــذوب القـــيم فـــي الفئـــات المختلفة. وعليه فإننا نعرف **الفئة المنوالية** ، وهي الفئة المناظرة لأكبر تكرار. وبعد تحديد الفئة المنوالية يتم تحديد قيمة تقريبية للمنوال ، ويـــتم ذلـــك بعـــدد مختلف من الطرق نعرض منها ما يلي :

١- مركز الفئة المنوالية :

وتعد هذه الطريقة سهلة ، حيث تعتبر قيمة المنـــوال هـــي مركزالفئـــة

المنوالية . ولكن هذه الطريقة غير دقيقة ، حيث أنهـا تتجاهـل تماماً تـأثير تكرارات الفئات الأخرى .

فبالنسبة للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب والموضح بالجـدول رقـم (٥-٢) نجد أن الفئة المنوالية هي (٥٠-٦٠) وهي الفئة المناظرة لأكبر تكرار وهو ١٤ وعلى ذلك فإن قيمة المنوال باستخدام هذه الطريقة تكون ٥٥ .

٢- طريقة الفروق (بيرسون) :

تعتبر هذه الطريقة أفضل وأدق الطرق ، حيث يـتم تحديـد المنـوال بواسطة ثلاث فئات ، الفئة المنوالية والفئة السابقة لها والفئة اللاحقة عليهـا . ويستخدم في ذلك الصيغة التالية :

$$م = ب + \frac{ف_1}{ف_1 + ف_2} \times ل \qquad (٨-١٤)$$

حيث :

ب = بداية الفئة المنوالية

$ف_1$ = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة السابقة لها .

$ف_2$ = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة عليها .

ل = طول الفئة المنوالية

تطبيق (٨-١٧):

أوجد المنوال لدرجات الطلاب فى التوزيع التكراري الموضح بالتطبيق (٥-١)

الحل

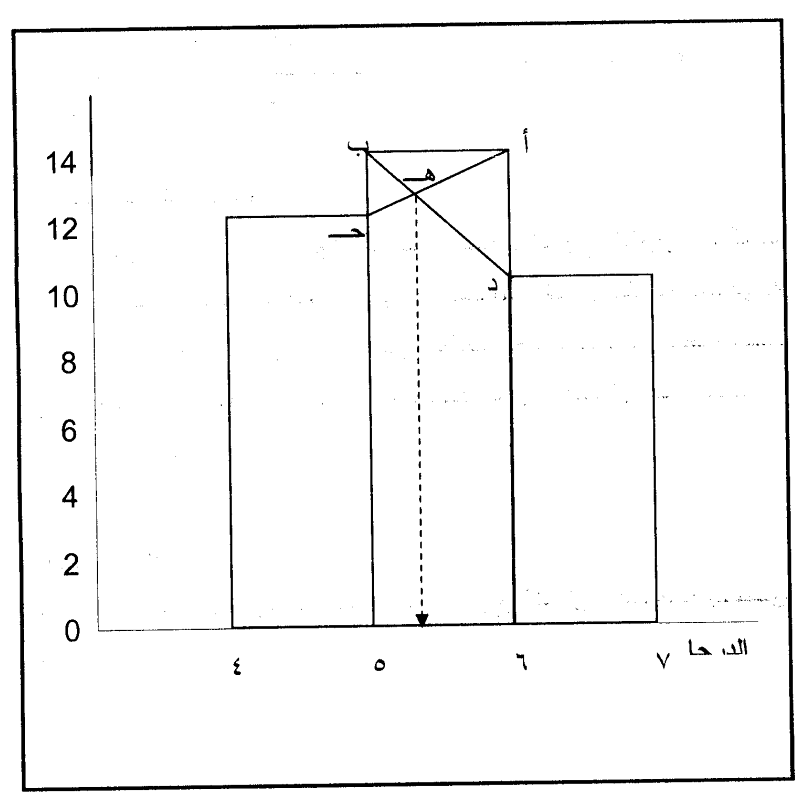
$$= ٥٠ + \frac{(١٤-١٢)}{(١٤-١٢) + (١٤-٩)} \times ١٠ = ٥٠ + ٢,٨٦ = ٥٢,٨٦$$

٣- إيجاد المنوال بالرسم :

يمكن بسهولة إيجاد المنوال بالرسم باستخدام المدرج التكراري ، كما هو موضح أدناه ، حيث يتم توصيل رؤوس المستطيل الممثل للفئة المنوالية بالمستطيلين السابق واللاحق ، أي توصيل النقاط أ حـ ، ب د . والنقطة هـ هي نقطة تقاطع المستقيمين أ حـ ، ب د تحدد لنا قيمة المنوال على المحور الأفقي .

تطبيق (٨-١٨):

أوجد المنوال بالرسم لدرجات الطلاب فى التوزيع التكراري الموضح بالتطبيق (٥-١)



المدرج التكراري

ويلاحظ أن قيمة المنوال المحددة بالرسم قريبة جداً من القيمة التي سبق تحديدها بطريقة الفروق وهي ٥٢,٨٦ ، وفي الحقيقة فإنه إذا ما كـــان الرســـم دقيقاً فإن القيمة المحددة بالرسم يجب أن تساوي القيمة المحددة بطريقة الفروق حيث أنهما يعتمدان على فكرة واحدة .

ويلاحظ أننا لم نرسم المدرج التكراري كاملاً ، حيث أن المنوال يتم تحديده بثلاث فئات فقط وهي الفئة المنوالية والفئة السابقة واللاحقة .

إيجاد المنوال في التوزيعات غير المنتظمة:

يتم أيضاً استخدام نفس الطرق السابقة ولكن بعد تعديل التكرارات ، ونحصل على التكرارات المعدلة بكل فئة بقسمة التكرار الأصلي على طول الفئة كما يتضح من المثال الآتي :

تطبيق (٨-١٩):

أوجد المنوال للتوزيع التكراري الآتي :

الفئات	التكرار
صفر-٢	٢
٢-٦	١٠
٦-١٠	١٦
١٠-٢٠	٢٠
٢٠-٣٠	١٥
٣٠-٥٠	١٠

الحل :

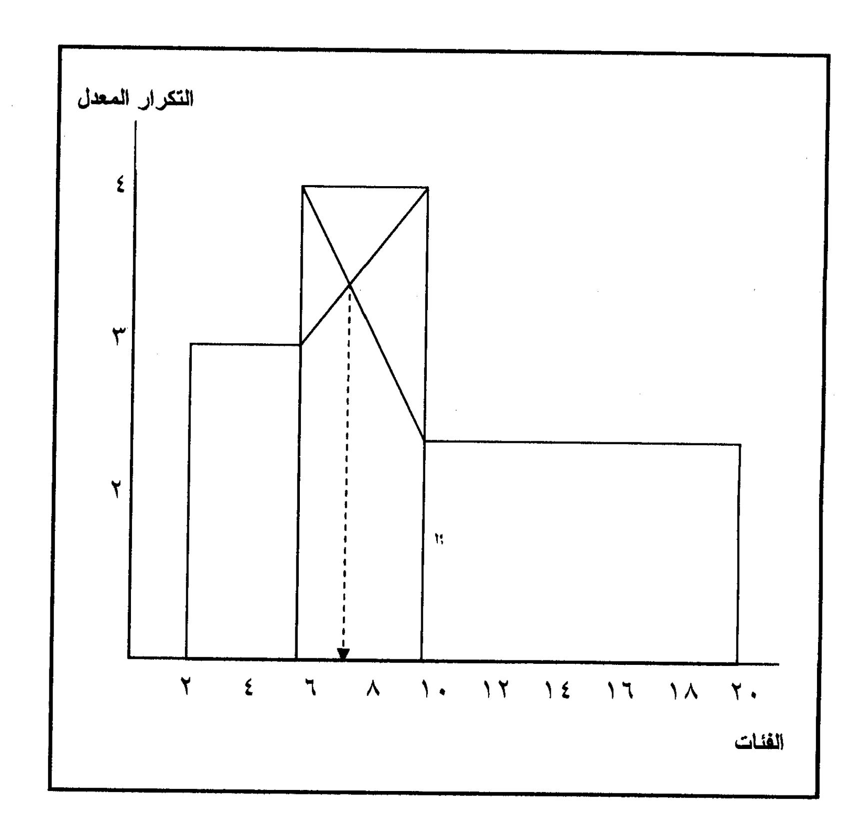
حيث أن الفئات غير منتظمة نقوم أولاً بتعديل التكرارات كما يلي :

الفئات	التكرار	طول الفئة	التكرار المعدل
صفر-٢	٢	٢	١
٢-٦	١٠	٤	٢,٥
٦-١٠	١٦	٤	٤
١٠-٢٠	٢٠	١٠	٢
٢٠-٣٠	١٥	١٠	١,٥
٣٠-٥٠	١٠	٢٠	٠,٥

$$\text{م} = \text{بداية الفئة المنوالية} + \frac{\text{ف}_{١}}{\text{ف}_{١}+\text{ف}_{٢}} \times \text{طول الفئة المنوالية}$$

$$= ٦ + \frac{١,٥}{٢+١,٥} \times ٤ = ٧,٧١٤$$

ويمكن تحديد قيمة المنوال أيضاً باستخدام المدرج التكراري كما هو موضح بالشكل أدناه



مزايا المنوال :

(أ) لا يتأثر بالقيم المتطرفة .

(ب) يمكن إيجاده للظواهر غير الرقمية حتى التى لا يمكن ترتيبهـا مثـل الحالة الاجتماعية (أعزب ، متزوج ، ...) وفصيلة الدم (أ،ب،أب،و) .

عيوب المنوال :

(أ) لا يعتمد في حسابه على كل قيم المتغير .

(ب) لا يسهل التعامل معه جبرياً .

٨-٧ العلاقة بين المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال :

توجد علاقة تجريبية بين المتوسطات الثلاث التي سبق ذكرها وهي المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال .

م = ٣و - ٢$\bar{س}$ (٨-١٥)

وهذه العلاقة صحيحة في التوزيعات ذات المنحنى التكراري القريب من التماثل . وتفيدنا في الحصول على قيمة تقريبية لأي من هذه المتوسطات بمعرفة المتوسطين الآخرين .

٨-٨ تطبيقات متنوعة

تطبيق (٨-٢٠):

الآتي أطوال عينة من المسامير الصلب (بالسنتيمتر) من إنتاج إحدى الشركات. والمطلوب إيجاد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال ؟

الطول	٣,٨-	٣,٩-	٤-	٤,١-	٤,٢-	٤,٣-	٤,٤-	٤,٥-٤,٦
العدد	٣	١٥	٣٢	٢٩	١١	٧	٢	١

الحل :

المتوسط الحسابي = ٤,١١٤ ، الوسيط = ٤,١ المنوال = ٤,٠٨٥

تطبيق (٨-٢١)

في إحدى المكتبات العامة ، تم إعداد البيان التالي وهو يوضح عدد مرات تداول الكتاب خلال العام السابق والمطلوب إيجاد المتوسط الحسابي والوسيط .

عدد مرات تداول الكتاب	صفر-٢	٢-٤	٤-٨	٨-١٢	١٢-١٨	١٨-٢٤	٢٤-٣٠
التكرار	٧٠٠٠	٢٠٠٠	٦٠٠	٢٠٠	١٠٠	٤٠	١٠

الحل :

المتوسط الحسابي = ٢,١٣

$$\text{الوسيط} = \text{صفر} + \frac{٤٩٧٥ - \text{صفر}}{٧٠٠٠} \times ٢ = ١,٤٢١$$

تطبيق (٨-٢٢):

في إحدى الصناعات كانت نسبة التغير في الإنتاج في الثلاث سنوات السابقة هي ١,٦،٢،٢,٥ أوجد متوسط نسبة التغير .

الحل :

$$هـ = \sqrt[3]{(١,٦)\ (٢)\ (٢,٥)} = ٢$$

تطبيق (٨-٢٣):

لمجموعة القيم التالية ، أوجد (أ) المدى (ب) الوسيط (جـ) المنوال (د) الربيع الأول راجع (٢-٦-١) .

٤	٥	٣	٧	٤	٤	٥	٤
٧	٤	٦	٥	٦	٤	٤	٧
٤	٤	٥	٤	٤	٣	٦	

الحل :

٣	٣	٤	٤	٤	(٤)	٤	٤
٤	٤	٤	(٤)	٤	٥	٥	٥
٥	٦	٦	٦	٧	٧	٧	

(أ) المدى = أكبر قيمة ـ أصغر قيمة

= ٧ ـ ٣ = ٤

(ب) ترتيب الوسيط = $\frac{ن + ١}{٢} = \frac{١+٢٣}{٢} = \frac{٢٤}{٢} = ١٢$

قيمة الوسيط = ٤(القيمة الثانية بين قوسين)

(ج) المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً ويمكن تحديدها مباشرة بأعداد التوزيع التكراري التالي :

القيمة	٣	٤	٥	٦	٧
التكرار	٢	١١	٤	٣	٣

$$\text{ترتيب } ر_{١} = \frac{ن + ١}{٤} = \frac{١+٢٣}{٤} = \frac{٢٤}{٤} = ٦$$

$ر_{١}$ = ٤(القيمة الأولى بين قوسين)

تطبيق (٨-٢٤):

التوزيع التكراري التالي يوضح فترة إعارة الكتاب في إحدى المكتبات : والمطلوب إيجاد كل من الوسيط والمنوال ؟

فترة إعارة الكتاب (يوم)	١-٣	٣-٦	٦-١٠	١٠-٢٠
التكرار %	٤٠	٣٠	٢٠	١٠

الحل :

فترة الإعارة	التكرار	التكرار الصاعد	طول الفئة	التكرار المعدل
١-٣	٤٠	٤٠	٢	٢٠
٣-٦	٣٠	٧٠	٣	١٠
٦-١٠	٢٠	٩٠	٤	٥
١٠-٢٠	١٠	١٠٠	١٠	١

$$\text{ترتيب الوسيط } و = ب + \frac{ت - ك\ ص\ س}{ك} \times ل$$

$$= ٣ + \frac{٥٠-٤٠}{٣٠} \times ٣ = ٤$$

الفئة المنوالية (١-٣)

$$\text{قيمة المنوال } هـ = ب + \frac{ف_{١}}{ف_{١}+ف_{٢}} \times ل$$

$$= 1 + \frac{٢٠}{١٠+٢٠} \times ٢ = ٢,٣٣$$

تطبيق (٨-٢٥):

في دراسة للأسرة في أحد المجتمعات ، قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التكراري التالي ، عن دخل الأسرة الشهري (ألف ريال) ؟

دخل الأسرة	٢-٥	٥-٧	٧-٩	٩-١٣	١٣ فأكثر
عدد الأسرة	٥٦	٨١	٣٨	١٧	٨

أوجد :

(أ) التوزيع التكراري النسبي (الأصلي والمتجمع الصاعد) .
(ب) نسبة الأسر التي يقل دخلها عن ٧٠٠٠ ريال .
(ج) عدد الأسر التي يقل دخلها عن ٩٠٠٠ ريال .
(د) الوسيط .

(أ)

دخل الأسرة	التكرار	التكرار الصاعد	طول الفئة	
			الأصلي	الصاعد
٢-٥	٥٦	٥٦	٠,٢٨	٠,٢٨
٥-٧	٨١	١٣٧	٠,٤١	٠,٦٩
٧-٩	٣٨	١٧٥	٠,١٩	٠,٨٧
٩-١٣	١٧	١٩٢	٠,٠٨	٠,٩٦
١٣ فأكثر	٨	٢٠٠	٠,٠٤	١
	٢٠٠		١	

(ب) ٦٩% (جـ) ١٧٥

(د) الوسيط = ٥ + $\frac{١٠٠-٥٦}{٨١}$ × ٢ = ٦,٠٨٦

تطبيق (٨-٢٦):

فيما يلي بيان بأعداد المتخرجين من الجامعة من أصل فوج معين وعدد سنوات بقاء كل منهم بالدراسة . والمطلوب حساب متوسط عدد سنوات الدراسة للطالب بالمرحلة الجامعية .

عدد الخريجين	٣٥٠	٣٠٠	١٥٠	١٠٠	٥٠
سنوات الدراسة	٤	٥	٦	٧	٨

الحل : المتوسط الحسابي (المرجح) = $\frac{\text{مجـ س و}}{\text{مجـ و}}$ = $\frac{٤٩٠٠}{٩٥٠}$ = ٥,١٥٨

تطبيق (٨-٢٧):

التوزيع التالي يعرض نسبة الأمية في كل من الريف والحضر في مجتمع معين.

والمطلوب: إيجاد نسبة الأمية في المجتمع كله

المنطقة	عدد السكان %	نسبة الأمية
الريف	٨٠	٨٠
الحضر	٢٠	٣٠

الحل :

المنطقة	عدد السكان (و)	نسبة الأمية (س)	س و
ريف	٨٠	٨٠	٦٤٠٠
حضر	٢	٣٠	٦٠٠
	١٠٠		٧٠٠٠

$$\bar{س} = \frac{مجـ\ س\ و}{مجـ\ و} = \frac{٧٠٠٠}{١٠٠} = ٧٠$$

تطبيق (٨-٢٨):

البيان التالي يوضح توزيع دخل الأسرة في الشهر (ألف ريال) في أحد المجتمعات .

المطلوب :

(أ) إيجاد المتوسط الحسابي لدخل الأسرة

(ب) إيجاد الوسيط

دخل الأسرة	١-٥	٥-٩	٩-١٣	١٣-١٧	١٧-٢١
التكرار	٤٠	٣٠	١٥	١٠	٥

الحل :

دخل الأسرة	ك	س	س ك	التكرار الصاعد
١-٥	٤٠	٣	١٢٠	٤٠
٥-٩	٣٠	٧	٢١٠	٧٠
٩-١٣	١٥	١١	١٦٥	٨٥
١٣-١٧	١٠	١٥	١٥٠	٩٥
١٧-٢١	٥	١٩	٩٥	١٠٠
	١٠٠		٧٤٠	

(أ) $\bar{س} = \frac{٧٤٠}{١٠٠} = ٧,٤$

(ب) ترتيب الوسيط $= \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠$

و $= ٥ + \frac{٥٠-٤٠}{٣٠} \times ٤ = ٦,٣٣$

الفصل التاسع : مقاييس الموضع
Measures of Position

٩-١ الربيعات Quartiles

٩-٢ العشيرات Deciles

٩-٣ المئينات Percentiles

الفصل التاسع

مقاييس الموضع

Measures of Position

رأينا أن الوسيط يعد من مقاييس النزعة المركزية فهو يفيد في تقـديم قيمة متوسطة أو مركزية للتوزيع . ويقدم لنا الوسيط معلومة أخري هامة فهـو يقسم القيم إلي مجموعتين متساويتين من حيث العدد ، فإذا كنا بـصدد دراسـة دخل الفرد في مجتمع معين ، وكان الوسيط هو ألف دولار فإن ذلك يعنـي أن نصف المجتمع دخله أقل من ألف ونصفه الأخر أكبر من ألف . وهناك علـي أي حال مقاييس أخري تفيد في نفس الغرض ، وتـسمي مقـاييس الموضـع position أو المجزآت Quantiles ويمكن تعريفها بأنها عبارة عن مجموعة من القيم تجزئ التكرار الكلي بنسب معينة .

٩-١ الربيعات Quartiles

الربيعات ، وهي ثلاثة قيم تجزئ التكرار الكلي إلي أربعة أجزاء ، وهـذه الربيعات الثلاث تسمي الربيع الأول والثاني والثالث ، فإذا رمزنا إليها بالرموز ر١ ، ر٢ ، ر٣ ورتبنا القيم ترتيباً تصاعدياً فإنها تبدو كما يلي :

ر١ ر٢ ر٣

أي أن :

ر١ : الربيع الأول (الأدنى) وهو القيمة التي يسبقها ربع القيم الأصغر منها

ر٢ : الربيع الثاني وهو القيمة التي يسبقها ربع القيم الأصغر منها

ر٣ : الربيع الثالث (الأعلى) القيمة التي يسبقها ٣/٤ القيم الأصغر منها .

ويلاحظ أن ر٢ هو الوسيط . ولذا أن طريقة حساب الربيع هي نفس طريقة حساب الوسيط ، ويمكن عرضها كما يلي :

(١) ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً .

(٢) إيجاد ترتيب أو رتبة الربيع وفقا لما يلي :

ترتيب الربيع

بيانات الربيع	الأول	الثاني	الثالث
مبوبة	١/٤ ن	١/٢ ن	٣/٤ ن
غير مبوبة	١/٤ (ن+١)	١/٢(ن+١)	٣/٤(ن+١)

(٣) إيجاد قيم الربيع :

$$ر = ب + \frac{ت - ك.ص.س}{ك} \times ل \qquad (٩-١)$$

وهذه الصيغة مماثلة تماماً لصيغة إيجاد قيمة الوسيط ويمكن اعتبار هذه الصيغة عامة لإيجاد الربيع (الأول – الثاني – الثالث) حيث :

ر : الربيع ، وهنا يجب وضع دليل لهذا الرمز ، أحد الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ .

ت : ترتيب الربيع ...

ك.ص.س : التكرار الصاعد السابق لفئة الربيع

ك : تكرار فئة الربيع

ل : طول فئة الربيع

تطبيق (٩-١):

أوجد الربيع الأول والثاني والثالث لمجموعة القيم التالية :

١٣ ، ٩ ، ١٨ ، ٦ ، ٢٧ ، ٣٥ ، ٢٢

الحل:

(١) ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً :

٦ ، ٩ ، ١٣ ، ١٨ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٥ .

(٢) ترتيب الربيع الأول : = ١/٤ (٧ + ١) = ٢

ترتيب الربيع الثاني : = ٢/٤ (٧ + ١) = ٤

ترتيب الربيع الثالث : = ٣/٤ (٧ + ١) = ٦

(٣) قيمة الربيعات : ر١ = ٩ ، ر٢ = ١٨ ، ر٣ = ٢٧

تطبيق (٩-٢):

أوجد الربيعات الثلاثة في التطبيق السابق في حالة إضافة القيمة ٣٩ .

الحل:

ترتيب القيم : ٦ ، ٩ ، ١٣ ، ١٨ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٥ ، ٣٩

ترتيب ر١ = ١/٤ (٨ + ١) = = ٢ ١/٤

ترتيب ر٣ = ٢/٤ (٨ + ١) = = ٤ ١/٢

ترتيب ر$_3$ = $\frac{٣}{٤}$ (٨ + ١) = = ٣/٤ ٦

ر$_1$ = القيمة التي تقع في الترتيب الثاني مضافاً إليها $\frac{١}{٤}$ الفرق بين هذه القيمة والتي تليها .

ر$_1$ = ٩ + ١/٤ (١٣ – ٩) = ١٠

ر$_2$ = ١٨ + ١/٢ (٢٢ – ١٨) = ٢٠

ر$_3$ = ٢٧ + ٣/٤ (٣٥ – ٢٧) = ٣٣

تطبيق (٩-٣):

أوجد الربيع الأول والثالث في التطبيق الخاص بدرجات الطلبة فـي التطبيـق (٥-١)

الحل: انظر التطبيق (١٠-٣)

إيجاد الربيع بالرسم:

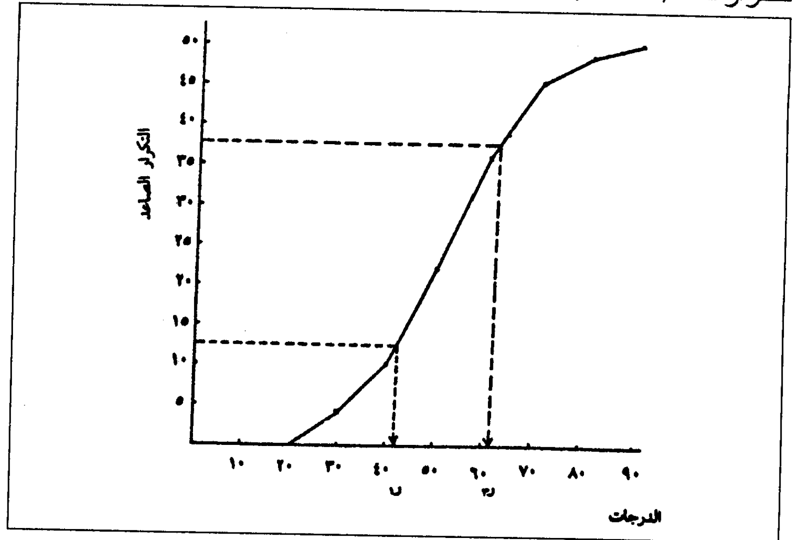
يمكن إيجاد قيم ر$_1$ ، ر$_3$ من الرسم باستخدام المضلع التكراري المتجمـع الصاعد بأسلوب مشابه تماماً لحساب الوسيط . وفي هذه الحالة تكون قيمة ر$_1$، ر$_3$ هي القيم المناظرة للتكرار الصاعد ١/٤ ن ، ٣/٤ ن على الترتيب .

تطبيق (٩-٤):

أوجد الربيع الأدني والربيع الأعلي بالرسم في التطبيق الخـاص بـدرجات الطلبة فى التطبيق (٥-١)

الحل:

من الشكل التالي يمكن القول أن ر١ = ٤٣ ، ر٣ = ٦٢ وهي القـــيم النـــاظرة للتكرارات ١٢,٥ ، ٣٧,٥ .



٩-٣ العشيرات Deciles :

بنفس المفهوم فإن العشيرات ، وعددها تسعة تجزئ التوزيع التكراري الي عشرة أجزاء .

٩-٣ المئينات Percentiles:

وبنفس المفهوم فإن المئينات ، وعددها ٩٩ تجزئ التوزيع التكراري الـــي مائة جزئ .

* ويمكن عرض الصيغة التالية لإيجاد قيمة المجزئ بصفة عامة

$$\text{جـ} = \text{ب} + \frac{\text{ت} - \text{ك.ص.س}}{\text{ك}} \times \text{ل} \qquad (\text{٩-٢})$$

حيث : جـ : المجزئ (وقد يكون الوسيط – الربيع – العشير – المئين)

ب : بداية فئة المجزئ

ت : ترتيب المجزي

ك.ص.س: التكرار الصاعد السابق لفئة المجزئ

ك : التكرار الأصلي لفئة المجزئ

ت : طول فئة المجزئ

تطبيق (٩-٥):

في التطبيق (٥-١) الخاص بدرجات الطلاب : أوجد

(أ) العشير الرابع

(ب) العشير الثامن

(ج) المئين ٣٥

(د) المئين ٨٥

الحل:

(أ) ترتيب العشير الرابع = ٤/١٠ (٥٠) = ٢٠

إذن فئة العشير الثاني ٤٠ – ٥٠

وبالرجوع للتوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

$$\text{ر}_{٣} = ٤٠ + \frac{٢٠ - ١٠}{١٢} \times ١٠ = ٤٨,٣$$

(ب) ترتيب عـ٨ = ٨/١٠ (٥٠) =٤٠

عـ٨ = ٦٠ + (٤٠ ـ ٣٦) / ٩,١ × ١٠ = ٦٤,٤

(ج) ترتيب المئين ٣٥ = ٣٥/١٠٠ (٥٠)= ١٧,٥

مـ٣٥ = ٤٠ + (١٧,٥ ـ ١٠) / ١٢ × ١٠ = ٤٦,٢٥

(د) ترتيب مـ٨٥ =٨٥/١٠٠(٥٠) = ٤٢٠٥

مـ٨٥ = ٦٠ + (٤٢,٥ ـ ٣٦) / ٩ × ١٠ = ٦٧,٢٢

تطبيق(٩- ٦):

التوزيع التكراري التالي يعرض درجات الطلبة الناجحين في الثانوية العامـــة .

فإذا كانت الجامعات تقبل ٣٥ % فقط منهم ، أوجد الحد الأدني للقبول بالجامعة.

الدرجة	٥٠ - ٦٠	٦٠ - ٧٠	٧٠ - ٨٠	٨٠ - ٩٠	٩٠ - ١٠٠
عدد الطلاب	٢١٦	٩٨	٣٧	٢٢	٥

الحل:

المطلوب مـ٦٥ (نسبة غير المقبولين ١٠٠ – ٣٥)

نعد التوزيع المتجمع الصاعد

الدرجة	٥٠ - ٦٠	٦٠ - ٧٠	٧٠ - ٨٠	٨٠ - ٩٠	٩٠ - ١٠٠
التوزيع الصاعد	٢١٦	٣١٤	٣٥١	٣٧٣	٣٧٨

ترتيب م٦٥ = ٦٥/١٠٠ = ٢٤٥,٧

$$م_{65} = ٦٠ + \frac{٢٤٥,٧ - ٢١٦}{٩٨} \times ١٠$$

= ٦٠ + ٣,٠٣ = ٦٣,٠٣

تطبيق(٩-٧):

التوزيع التكراري الموضح أدناه يمثل توزيع السكان حسب فئات العمر ، والمطلوب :

- إيجاد الوسيط
- إيجاد الربيع الأول والربيع الثالث

العمر	. - ٢٠	٢٠ - ٤٠	٤٠ - ٦٠	٦٠ - ٨٠	٨٠ - ١٠٠
عدد الطلاب	٣٥	٢٥	٢٠	١٥	٥

الحل:

العمر	التكرار	الصاعد
. - ٢٠	٣٥	٣٥
٢٠ - ٤٠	٢٥	٦٠
٤٠ - ٦٠	٢٠	٨٠
٦٠ - ٨٠	١٥	٩٥
٨٠ - ١٠٠	٥	١٠٠

الترتيب : الوسيط = ١/٢ (١٠٠) = ٥٠

ر١ = ١/٤ (١٠٠) = ٢٥

ر٣ = ٤/٣ (١٠٠) = ٧٥

و = ٢٠ + ٥٠ - ٣٥ / ٢٥ = ٣٢

ر١ = . + ٢٥ - ٠ / ٣٥ × ٢٠ = ١٤,٣

ر٣ = ٤٠ + ٧٥ - ٦٠ / ٢٠ × ٢٠ = ٥٥

الفصل العاشر

مقاييس التشتت

Dispertion

١٠-١ الأهمية

١٠-٢ المدى

١٠-٣ الإنحراف الربيعى

١٠-٤ الإنحراف المتوسط

١٠-٥ التباين والإنحراف المعيارى

١٠-٦ معامل الإختلاف

١٠-٧ دليل الإختلاف الكيفى

١٠-٨ تطبيقات متنوعة

الفصل العاشر

مقاييس التشتت

Measures of Variation

١٠-١ الأهمية

خاصية التشتت ، أو التنوع ، أو الإختلاف بين القيم لا تفصح عنها مقاييس النزعة المركزية ، ويستخدم لهذا الغرض مقاييس أخري يطلق عليها مقاييس التشتت نعرض منها:

(أ) المدي .

(ب) الانحراف الربيعي .

(د) التباين ، والانحراف المعياري .

(هـ) معامل الاختلاف .

وهذه المقاييس كلها يتم استخدامها في حالة البيانات الكمية .

(و) دليل الإختلاف الكيفى(Index of qualitative variation (IQV .

ويستخدم لقياس التشتت فى المتغيرات الكيفية

إن مقاييس التشتت على درجة كبيرة من الأهمية ، وبصفة خاصة التباين والإنحراف المعيارى ، حيث يبنى عليهما الكثير من النظريات الإحصائية التى تعد الأساس فى تنفيذ البحوث العلمية .

١٠-٣ المدى The Range

يعرف المدي لمجموعة من القيم بأنه الفرق بين اكبر قيمـــة وأصـــغر قيمة، أى :

المدى = اكبر قيمة - أصغر قيمة (١٠- ١)

تطبيق (١٠-١):

أوجد المدى لمجموعة القيم :

٧ ، ٦ ، ٩ ، ٤ ، ٨ ، ٦

الحل: المدى = ٩ - ٤ = ٥

وفي **البيانات المبوبة** في جدول تكراري ، يعرف المدي بأنه الفرق بين الحد الأعلي للفئة العليا وبين الحد الادني للفئة الدنيا .

فإذا نظرنا الي التوزيع التكراري لدرجات الطلبـــة الموضـــح بالجـــدول رقـــم (٥-٢) نجد أن المدي = ٩٠ - ٢٠ = ٧٠ درجة .

ويمتاز المدى بسهولة حسابه ووضوح فكرته وهو يستخدم كيثيرا في مراقبـــة جودة الانتاج وفي وصف الأحوال الجوية .

ومن عيوب المدى أنه لا يعتمد في حسابه علي كل القيم ، بل يحسب من واقع قيمتين فقط اكبر قيمة واصغر قيمة ، وهو لذلك يتأثر كثيرا بالقيم المتطرفة.

١٠-٣ الإنحراف الربيعي Quartile Deviation

الانحراف الربيعي هم أحد مقاييس التشتت ، والتي يـــتم حـــسابه بعـــد استبعاد بعض القيم المتطرفة أو الشاذة . وبالتحديد فهو يـــستبعد ربـــع القـــيم

الصغيرة من ناحية وربع القيم الكبيرة من ناحية أخـــري . فـــإذا كـــان لـــدينا مجموعة من القيم وقمنا بتقسيمها إلي أربع أقسام فإنه يمكن تصورها كما يلي :

______.______________.______________.________

ر١ ر٢ ر٣

ويعرف الانحراف الربيعي بأنه يساوي نصف المدى بين الربيع الثالث والربيع الأول[1] . أي أن :

(ح) الانحراف الربيعي = $\frac{\text{ر٣} - \text{ر١}}{٢}$ (١٠-٢)

تطبيق (١٠-٢):

أوجد الانحراف الربيعي لمجموعة القيم التالية :

٩٦ ، ٨٨ ، ٨٠ ، ٢٤ ، ٢٨ ، ٣٢ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٦ ، ٧٦ ، ٦٨

الحل:

نقوم أولا بترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً :

٢٤ ، ٢٨ ، ٣٢ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٦ ، ٦٨ ، ٧٦ ، ٨٠ ، ٨٨ ، ٩٦

ترتيب الربيع الأول = (١/٤) (١١ + ١) = ٣

الربيع الأول (ر١) = ٣٢

ترتيب الربيع الثالث = (٣/٤) (١١ + ١) = ٩

الربيع الثالث (ر٣) = ٨٠

الانحراف الربيعي = (٨٠-٣٢) /٢ = ٢٤

---

1 راجع القسم ٩-١

تطبيق (١٠-٣):

أوجد الانحراف الربيعي للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب الموضح بالجدول رقم (٥- ٢) :

الحل:

ترتيب الربيع الأول (ر١) = (١/٤) (٥٠) = ١٢,٥

ترتيب الربيع الثالث (   ) = ٣/٤ (٥٠) = ٣٧,٥

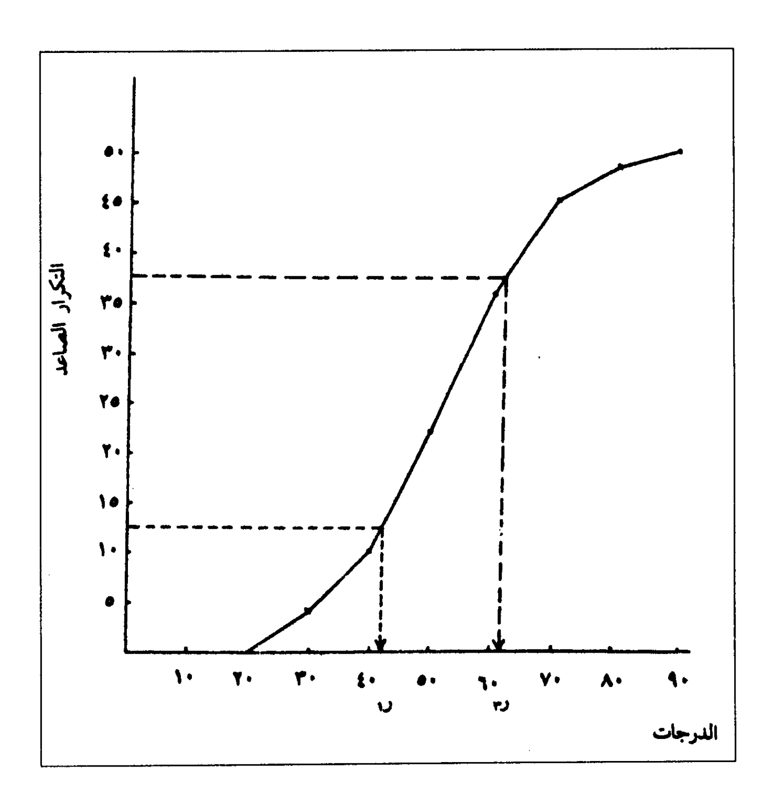
ر١ = ٤٠ + (١٢,٥ ـ ١٠) / ١٢ × ١٠ = ٤٠ + ٢,١ = ٤٢,١

ر٣ = ٦٠ + (٣٧,٥ ـ ٣٦) / ٩ × ١٠ = ٦٠ + ١,٧ = ٦١,٧

الانحراف الربيعي = ١/٢ (٦١,٧ - ٤٢,١) = ٩,٨

الدرجات	التكرار	التكرار الصاعد
٢٠ - ٣٠	٤	٤
٣٠ - ٤٠	٦	١٠
٤٠ - ٥٠	١٢	٢٢
٥٠ - ٦٠	١٤	٣٦
٦٠ - ٧٠	٩	٤٥
٧٠ - ٨٠	٣	٤٨
٨٠ - ٩٠	٢	٥٠

هذا ويمكن حساب قيمة ر١ ، ر٣ مـــن الرســـم باســـتخدام المــضلع التكراري المتجمع الصاعد ،بأسلوب مشابه لحساب الوسيط ، وتكون قيم ر١ ، ر٣ هي القيم المناظرة للتكرار الصاعد ١٢,٥ ، ٣٧,٥ علي الترتيب.



تطبيق (١٠-٤):

أوجد الانحراف الربيعي للتوزيع التكراري التالي :

الفئات	التكرار	التكرار الصاعد
٤ –	٦	٦
٨ –	١٠	١٦
١٢ –	١٨	٣٤
١٦ –	٣٠	٦٤
٢٠ –	١٥	٧٩
٢٤ –	١٢	٩١
٢٨ –	١٠	١٠١
٣٢ –	٦	١٠٧
٣٦ – ٤٠	٢	١٠٩

ترتيب الربيع الأول = ن = (١٠٩) = ٢٧,٢٥

ترتيب الربيع الثالث = ن = (١٠٩) = ٨١,٧٥

ر١ = ١٢ + ٤ = ١٤,٥

ر٣ = ٢٤ + ٤ = ٢٤,٩

الانحراف الربيعي = (ر٣ – ر١) / ٢

= (٢٤,٩ – ١٤,٥) / ٢ = ٥,٢١

١٠-٤ الانحراف المتوسط: Mean Absolute Deviations

تقوم فكرة الانحراف المتوسط علي أساس استخدام متوسط انحرافات القيم عن وسطها الحسابي . وبفرض أن لدينا مجموعة القيم التالية للمتغير س

٦ ، ٧ ، ٤ ، ٥ ، ٨

فإن متوسطها الحسابي $\overline{س} = \frac{مج\ س}{ن} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$

وتكون انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ، أي (س − $\overline{س}$) كما يلي :

صفر ، ١ ، −٢ ، −١ ، ٢

ويلاحظ أن مجموعة الأنحرافات يساوي صفراً ، كما سبق أن أوضحنا عند ذكر خواص المتوسط الحسابي . والسبب في ذلك يرجع إلي أن بعض هذه الانحرافات موجب وبعضها سالب ويكون المجموع يساوي صفراً بصفة عامة. ولتلافي ذلك يتم إهمال الاشارات السالبة عند حساب الانحراف المتوسط ، ويعبر عن ذلك كما يلي :

$$|ح| \quad الانحراف\ المتوسط = \frac{مج\ |س - \overline{س}|}{ن} \qquad (١٠-٣)$$

حيث $|س - \overline{س}|$ تعني القيمة الموجبة للانحرافات .

ولتطبيق ذلك علي المثال اعلاه ، نجد أن

الانحراف المتوسط = $\frac{١}{٥}$ (صفر + ١ + ٢ + ١ + ٢)

= ٦/٥ = ١,٢

وتكون صيغة الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة في جدول تكراري كما يلي :

$$(ح) \text{ الانحراف المتوسط } = \frac{\text{مج ك} |س - \bar{س}|}{ن}$$

تطبيق (١٠-٥):

أوجد الإنحراف المتوسط لدرجات الطلاب بالتطبيق (٥-١)

ك |س - $\bar{س}$|

الدرجات	التكرار ك	مركز الفئة س	|س - $\bar{س}$|	ك|س - $\bar{س}$|
٢٠ - ٣٠	٤	٢٥	٢٧	١٠٨
٣٠ - ٤٠	٦	٣٥	١٧	١٠٢
٤٠ - ٥٠	١٢	٤٥	٧	٨٤
٥٠ - ٦٠	١٤	٥٥	٣	٤٢
٦٠ - ٧٠	٩	٦٥	١٣	١١٧
٧٠ - ٨٠	٣	٧٥	٢٣	٦٩
٨٠ - ٩٠	٢	٨٥	٣٣	٦٦
	٥٠			٥٨٨

يتم أولاً حساب المتوسط الحسابي . وقد سبق حسابه ويساوي ٥٢ درجة.

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مج ك} / س - \bar{س} /}{ن}$$

$$= \frac{٥٨٨}{٥٠} = ١١,٧٦$$

١٠-٥ التباين Variance

والإنحراف المعيارى Standard deviation

يعرف التباين بأنه المتوسط الحسابي لمربعات انحراف القيم عن وسطها الحسابي. والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين ، وهما يعتبران أهم مقاييس التشتت وأكثرها تطبيقاً . ويستخدم الرمز σ (ويقرأ سيجما) للتعبير عن الانحراف المعياري ، وهو من الحروف اليونانية .

فإذا كان لدينا القيم س١ ، س٢ ، .... ، س ن ، فإن

التباين σ^2 = مج (س − $\bar{س}$)٢ / ن (١٠-٤)

σ = $\sqrt{}$ التباين (١٠-٥)

تطبيق (١٠-٦):

أوجد التباين والانحراف المعياري للمجموعة التالية :

= ٤ ، ٦ ، ٢ ، صفر ، ٣ ، ٥ ، ٨

الحل:

$\bar{س}$ = ٢٨ /٧ = ٤

ويتم حساب التباين كما يلي :

س	(س- س-)	(س - س-)٢
٤	صفر	صفر
٦	٢	٤
٢	-٢	٤
صفر	-٤	١٦
٣	-١	١
٥	١	١
٨	٤	١٦
٢٨		٤٢

والصيغة التالية أكثر سهولة من الناحية الحسابية :

$$\sigma^{٢} = \frac{١}{ن} \left[مج\ س^{٢} - \frac{(مج\ س)^{٢}}{ن} \right] \quad (١٠-٦)$$

تطبيق (١٠-٧):

أوجد التباين والانحراف المعياري للمجموعة التالية :

٢ ، ٣ ، ١ ، ٧ ، ١٠ ، ٥ ، ٨

الحل:

س	$س^2$
٢	٤
٣	٩
١	١
٧	٤٩
١٠	١٠٠
٥	٢٥
٨	٦٤
٣٦	٢٥٢٠

σ^2 = (١/ ٧) [٢٥٢ – (٣٦)^2/٧] = ٩,٥٥١

σ = $\sqrt{}$٩,٥٥١ = ٣,٠٩٠

خواص التباين (الانحراف المعياري):

(أ) إذا كانت س = د + أ حيث أ ثابت فإن (١٠– ٧)

$\sigma^2_{س} = \sigma^2_{د}$

ويعني ذلك أنه إذا ما تم تحويل المتغير س إلي متغير آخر د = س – أ فإن التباين للمتغير س يكون هو نفسه التباين للمتغير د ، أي أن طرح قيمة ثابتة من قيم س لا يغير من قيمة التباين الناتج .

فإذا كانت س لها القيم ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠ فإنه يمكن حساب التباين إما مباشرة باستخدام المتغير س أو باستخدام متغير آخر د = س – أ (أ = ٣٠ مثلا) .

س		
٥٠	١٠	١٠٠
٤٠	صفر	صفر
٣٠	-١٠	١٠٠
١٢٠		٢٠٠

٢6 س = ٢٠٠ / ٣

د = س – ٣٠		
٢٠	١٠	١٠٠
١٠	صفر	صفر
صفر	-١	١٠٠
٣٠		٢٠٠

٢6 س = ٢6 د = ٢٠٠ / ٣

(ب) إذا كانت س = ل د حيث ل ثابت فإن : (١٠- ٨)

$$\sigma^{٢}_{\text{س}} = \text{ل}^{٢}\ \sigma^{٢}_{\text{د}}$$

(ج) إذا كانت س = ل د + أ حيث أ ، ل ثوابت فإن : (١٠- ٩)

$$\sigma^{٢}_{\text{س}} = \text{ل}^{٢}\ \sigma^{٢}_{\text{د}}$$

وتفيدنا هذه الخاصية في إمكان تحويل المتغير س إلي متغير آخر د = (س-ا) / ل لتسهيل ايجاد التباين . ففي المثال السابق إذا اعتبرنا أ = ٣٠ ، ل = ١٠ فإنــه يمكن حساب التباين لقيم د بسهولة كما يلي :

د	$(د - \bar{د})^2$
٢	١
١	صفر
صفر	١
	٠٢

$$\sigma^2_{س} = ل^2 \sigma^2_{د}$$

$\sigma^2_{د} = _٢/٣$

$\therefore \sigma^2_{س} = ل٢ ٢6 د = (١٠)^2 (٢/٣) = ٢٠٠/٣$

البيانات المبوبة :

يتم حساب التباين بنفس الصيغة السابقة مع أخذ التكرارات (ك) في الحسبان أي أن :

σ^2 = ١ /ن [مج س٢ ك- (مج س ك $)^2$ / ن] (١٠-١٠)

تطبيق (١٠-٨):

أوجد التباين والإنحراف المعيارى للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب الواردة بالجدول (٥-٢)

الحل:

الدرجات	التكرار ك	مركز الفئة س	ك س	ك $س^2$
٢٠ – ٣٠	٤	٢٥	١٠٠	٢٥٠٠
٣٠ – ٤٠	٦	٣٥	٢١٠	٧٣٥٠
٤٠ – ٥٠	١٢	٤٥	٥٤٠	٢٤٣٠٠
٥٠ – ٦٠	١٤	٥٥	٧٧٠	٤٢٣٥٠
٦٠ – ٧٠	٩	٦٥	٥٨٥	٣٨٠٢٥
٧٠ – ٨٠	٣	٧٥	٢٢٥	١٦٨٧٥
٨٠ – ٩٠	٢	٨٥	١٧٠	١٤٤٥٠
	٥٠		٢٦٠٠	١٤٥٨٥٠

σ^2 = (١/٥٠) [١٤٥٨٥٠ – (٢٦٠٠)^2/٥٠] = ٢١٣

σ = $\sqrt{}$ ٢١٣ = ١٤,٥٩٥

(ب) الطريقة المختصرة :

وفيها تستخدم الخاصية رقم (١) حيث يتم خصم قيمة معينة من المتغير س لنحصل علي متغير آخر د = س – أ . ويفضل اختيار قيمة أ أحد مراكز الفئات التي تناظر اكبر تكرار ، كما فى التطبيق التالى.

تطبيق (١٠-٩):

أوجد التباين والإنحراف المعيارى للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب الواردة بالجدول (٥-٢) بإستخدام الطريقة المختصرة

يفضل اعتبار أ = ٥٥ . ويكون الحل كما يلي :

الفئات	ك	س	د	ك د	
٢٠ – ٣٠	٤	٢٥	-٣٠	-١٢٠	٣٦٠٠
٣٠ – ٤٠	٦	٣٥	-٢٠	-١٢٠	٢٤٠٠
٤٠ – ٥٠	١٢	٤٥	-١٠	-١٢٠	١٢٠٠
٥٠ – ٦٠	١٤	٥٥	صفر	صفر	صفر
٦٠ – ٧٠	٩	٦٥	١٠	٩٠	٩٠٠
٧٠ – ٨٠	٣	٧٥	٢٠	٦٠	١٢٠٠
٨٠ – ٩٠	٢	٨٥	٣٠	٦٠	١٨٠٠
	٥٠		٢٦٠٠	-١٥٠	١١١٠٠

$$\sigma_{س}^2 = \frac{1}{ن}\left[مج\ ك\ د^2 - \frac{(مج\ ك\ د)^2}{ن} \right]$$

$$= \frac{1}{50}\left[11100 - \frac{(-150)^2}{50} \right] = 213$$

$$\sigma = \sqrt{213} = 14.595$$

(ج) الطريقة القصيرة :

ويتم فيها استخدام الخاصية رقم (٣) حيث يتم تحويل المتغيــر س إلـــي متغير آخر

د = (س-ا) / ل

وهذه الطريقة يفضل استخدامها في حالة الفئات المنتظمة حيث تكون قيمة أ هي

أحد مراكز الفئات ، وقيمة ل هي طول الفئة . وبذلك نحصل علـــي متغيـــر ذ يسهل التعامل معه حيث يأخذ القيم :

... ، -٣ ، -٢ ، -١ ، صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ...

وتكون قيمة $\sigma^{٢}_{س}$ = $ل^{٢}\ \sigma^{٢}_{د}$

= (طول الفئة)^{٢} $\sigma^{٢}_{د}$

تطبيق (١٠-١٠):

أوجد التباين والإنحراف المعيارى للتوزيع التكـــراري لـــدرجات الطـــلاب الواردة بالجدول (٥-٢) بإستخدام الطريقةالقصيرة

باعتبار أ = ٥٥ ، ل = طول الفئة = ١٠ يكون الحل كما يلي :

الفئات	ك	س	د	ك د	
٢٠ – ٣٠	٤	٢٥	٣٠-	١٢-	٣٦
٣٠ – ٤٠	٦	٣٥	٢٠-	١٢-	٢٤
٤٠ – ٥٠	١٢	٤٥	١٠-	١٢-	١٢
٥٠ – ٦٠	١٤	٥٥	صفر	صفر	صفر
٦٠ – ٧٠	٩	٦٥	١٠	٩	٩
٧٠ – ٨٠	٣	٧٥	٢٠	٦	١٢
٨٠ – ٩٠	٢	٨٥	٣٠	٦	١٨
	٥٠		٢٦٠٠	١٥-	١١١

٢6 س = $\frac{1}{ن}$ [مج ك د٢ – $\frac{(مج ك د)^{٢}}{ن}$]

$$= \frac{١}{٥٠} \left[١١١ - \frac{(-١٥)^{٢}}{٥٠} \right] = ٢,١٣$$

$$\sigma^{٢}_{س} = ل^{٢} \sigma^{٢}_{د}$$

$$= (١٠)^{٢} (٢,١٣) = ٢١٣$$

$$\sigma = \sqrt{٢١٣} = ١٤,٥٩٥$$

١٠-٦ معامل الإختلاف Coefficient of Variation (C.V.)

إن معنوية مقدار الانحراف المعياري المستخرج لمتغير ما يعتمد علي قيم هذا المتغير . ولتوضيح ذلك نفترض أننا بصدد قياس أوزان طلبة المرحلتين الابتدائية والثانوية ، وكانت النتائج كما يلي :

	الانحراف المعيارى	متوسط الحسابى
طلبة المرحلة الابتدائية	١٠ كجم	٤٠ كجم
طلبة المرحلة الثانية	١٠ كجم	٧٠كجم

فمعنوية المقدار ١٠ كانحراف معياري لطلبة المرحلة الابتدائية تزيد عن معنوية المقدار ١٠ كانحراف معياري لطلبة المرحلة الثانوية . أي أننا لا نستطيع القول أن التشتت واحد في الحالتين حيث يختلف مقدار المتوسط الحسابي (أو قيم المتغير) .

ولتخليص قيم الانحراف المعياري من أثر هذا الخلاف في قيم المتغير

فإننا نقوم بنسبة مقدار الانحراف المعياري إلي المتوسط ، ويسمي ذلك المقياس الهام معامل الاختلاف ، أي أن

م.أ = σ / $\bar{س}$ (١٠-١١)

وأحياناً يضرب الرقم في ١٠٠ لنحصل عليه كنسبة مئوية .

وبحساب معامل الاختلاف لأوزان الطلبة أعلاه نجد أن :

في المرحلة الابتدائية = $\frac{١٠}{٤٠}$ = ٠,٢٥

في المرحلة الثانوية = $\frac{١٠}{٧٠}$ = ٠,١٤

ومن ذلك يتضح أن التشتت فى الأوزان اكبر بين طلاب المرحلة الابتدائية .

ويمكن عن طريق معامل الاختلاف مقارنة التشتت بين الظواهر المختلفة ، حيث تختلف وحدات القياس . وذلك لأن معامل الاختلاف يخلص قيم الظاهرة من وحدة القياس . فإذا كنا بصدد قياس أوزان وأطوال طلاب المرحلة الابتدائية، وكانت النتائج كما يلي :

	الانحراف المعيارى	المتوسط الحسابى
الأوزان	١٠كجم	٤٠كجم
الاطوال	١٤كجم	١٤٠كجم

فإننا لا نستطيع القول استناداً إلي الانحراف المعياري وحده بأن التشتت في الأطوال اكبر من التشتت في الأوزان ، وذلك لاختلاف وحـــدات القيـــاس (بالاضافة إلي اختلاف المتوسطات) ويصبح من الضرورة اســـتخدام معامـــل الاختلاف لأغراض المقارنة ، كما يلي :

م. أ للأوزان = ٤٠/١٠ = ٠,٢٥

م. أ للأطوال = ١٤ / ١٤٠ = ٠,١

وعلي ذلك نستطيع القول بأن التشتت في الأوزان أكبر من التشتت في الأطوال.

تطبيق(١٠-١١):

لغرض تقييم احدي طرق التعليم الحديثة ، أجري اختبار لمجمـــوعتين من الطلاب ، المجموعة الأولي ، تم تعليمهـــا حـــسب الطريقـــة التقليديـــة ، والمجموعة الثانية تم تعليمها حسب الطريقة الحديثة . وكانت نتـــائج درجـــات الاختبار كما يلي ، والمطلوب التعليق عليها .

	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
المجموعة الأولي	٦٠	٨
المجموعة الثانية	٧٥	١٥

من الواضح أن الطريقة الحديثة أدت إلي زيادة القـــدرة علـــي التحـــصيل العلمي ، وبحساب معامل الاختلاف نجد أنه

في المجموعة الأولي = ٦٠/٨ = ٠,١٣٣

في المجموعة الثانية = ٧٥/١٥ = ٠,٢٠٠

أي أن الطريقة الحديثة رغم أنها أدت إلي زيادة القدرة علي التحصيل فإنها أدت إلي زيادة التشتت في المستوي العلمي للطلاب .

١٠-٧ دليل الإختلاف الكيفي:

(Index of Qualitative variation): (I.Q.V.)

المقاييس السابقة للتشتت يمكن استخدامها في حالة المتغيرات الكمية فقط. أما إذا كنا بصدد قياس التشتت أو الاختلافات في المتغيرات الكيفية فإنه توجد مجموعة من المقاييس المعدة لهذا الغرض ، نعرض ما نراه أهم هذه المقاييس وهو ما نطلق عليه دليل الاختلاف الكيفي (د. أ .) ويستخدم هذا المؤشر علي سبيل المثال لقياس الاختلافات في الحالة الاجتماعية (متزوج – أعزب – أرمل – مطلق) والجنسية (مصري – سعودي – اميركي – ...) ، نوع الجريمة (قتل – سرقة – رشوة – ...) ، الديانة (مسلم – مسيحي – يهودي) ، الوظيفة (إداري – فني – كتابي ...) ... الخ .

كما يمكن استخدام هذا المؤشر لقياس التشتت للمتغيرات التي يمكن ترتيبها كما في حالة تقديرات الطلاب مثلاً علي أساس (ممتاز – جيد – جيد جداً ..) والحالة الاجتماعية والاقتصادية (ممتازة – متوسط – ..) ... الخ .

غير أنه في مثل هذه الحالات فإن هذا الدليل لا يأخذ الترتيب في الاعتبار.

ولتوضيح مفهوم هذا المقياس نفرض المجموعات الأربع التالية وكل منها يمثل

مجموعة من ستة أشخاص مختلفي الجنسيات – ونـــود قيـــاس الاخـــتلاف أو التشتت بينهم من ناحية الجنسية .

	المجموعة الأولي	المجموعة الثانية	المجموعة إلثالثة	المجموعة رابعة
مصري	٦	٥	٣	٢
سعودي	٠	١	٢	٢
عراقي	٠	٠	١	٢
	٦	٦	٦	٦

من الواضح أن المجموعة الأولي تمثل حالة من التجانس التام أو عدم وجود تشتت من حيث الجنسية ، حيث أن كل أفراد المجموعة من جنسية واحدة (مصري) . وفي المجموعة الثانية بدأ يظهر شيء من الاختلاف يمكن قياســـه رقمياً باعتبار وجود خمس حالات اختلاف حيث أن كل شخص مصري يختلف عن الشخص السعودي من حيث الجنسية . وفي المجموعة الثالثة بدأ التـــشتت يتزايد داخل المجموعة ويمكن قياسه بعد حالات الخلاف كما يلي :

ثلاثة مصريين يختلفون عن ثلاثة آخرين فيكون عدد حالات الخلاف

٣ × ٣ = ٩ ؛ كما يوجد شخصان سعوديان يختلفان عـــن العراقـــي أي عـــدد حالات الخلاف ٢ × ١ = ٢ ؛ ويكون مجموعـــة حـــالات الخـــلاف فـــي المجموعة الثالثة هي ١١ حالة وفي المجموعة الرابعة زاد التشتت إلي أقصاه حيث تكون عدد حالات الخلاف كما يلي :

٢ مصري يختلفون عن ٤ من جنسيات اخري (٢ × ٤ = ٨)

٢ سعودي يختلفون عن ٢ عراقي (٢ × ٢ = ٤)
وتكون عدد حالات الخلاف الكلية = ١٢
وبتلخيص ما سبق نجد أن عدد حالات الخلاف في المجموعات الأربع كما يلي:
صفر ، ٥ ، ١١ ، ١٢
هذا هو ما يجري عند استخدام (د . أ .) غير أنه يتم القسمة دائماً علي عـــدد حالات الاختلاف القصوى ، أي أن

$$\text{د . أ} = \frac{\text{عدد الاختلافات الفعلية}}{\text{عدد الاختلافات القصوى}}$$

وعليه تصبح المقادير اعلاه كما يلي صفر ، $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{١١}{١٢}$ ، ١ للمجموعات الأربـــع علي التوالي .
وبذلك تنحصر قيمته دائماً بين الصفر والواحد الصحيح .
ولعرض الصيغة العامة لحساب هذا المؤشر نفرض أن المتغير مـــصنف الـــي عدد من التـــصنيفات أو الفئـــات قـــدره م ، وهـــي ك١ ، ك٢ ، ... ، ك م . ومجموعها مجــ ك = ن .
عدد الاختلافات الفعلية (خ) = محــ ك ر ك ل حيث ر أصغر مـــن ل أي يتم جمع حاصل ضرب كل تكرار في الأخر دون تكرار
عدد الاختلافات القصوي = $\frac{١}{٢}$ م (م – ١)$(\frac{ن}{م})^٢$
ويمكن عرضها أيضاً علي الصورة : $\frac{ن^٢}{٢}$ /٢ $\frac{(م-١)}{}$/ ٢
وتكون الصيغة النهائية كما يلي :

$$\text{م . أ .} = \frac{\text{٢م خ}}{\text{ن}^{٢}\,(\text{م}-١)} \qquad (١٠-١٢)$$

ويلاحظ أن (د . أ .) يمكن حسابه باستخدام التكرار الأصـــلي كمـــا يمكـــن استخدام التكرار النسبي .

تطبيق (١٠-١٢):

في دراسة لقياس درجة التخصص وتقسيم العمل في احـــدي المجتمعـــات تـــم تصنيف المهن كما هم موضح بالتوزيع التكراري التالي .

والمطلوب : قياس التشتت باستخدام دليل الاختلاف الكيفي

المهن	عمال عاديون	عمال مهرة	فنيون	أخري
التكرار %	٥٠	٢٠	٢٠	١٠

الحل:

$$\text{خ} = ٥٠\,(٢٠ + ٢٠ + ١٠) + ٢٠\,(٣٠) + ٢٠\,(١٠) = ٣٣٠٠$$

$$\text{د . أ} = \frac{٢(٣٣٠٠)\,(٤)}{(١٠٠)^{٢}(٣)} = ٠,٨٨$$

تطبيق (١٠-١٣):

التوزيع التكراري التالي يمثل الحالة الاجتماعية لمستخدمي احـــدي الـــشركات والمطلوب قياس التشتت بين المجموعة .

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	أرمل	مطلق
التكرار	٢٧	٩٨	١٢	٥

الحل:

خ = مجـــــ ك ر ك ل = ٢٧ (٩٨ + ١٢ + ٥) + ٩٨ (١٢ + ٥) + ١٢ (٥) = ٤٨٣١

د.أ = ٢م مج ك ر ك ل / ن٢ (م −١) = (٢)(٤) (٤٨٣١) / (١٤٢)٢ (٤−١) = ٠,٦٣٩

تطبيق (١٠−١٤):

فيما يلي بيان بالنسب المئوية لتوزيع الاشخاص حسب الديانـــة فـــي مـــدينتين والمطلوب بيان ايهما اكثر تشتتاً .

الديانة	مدينة (أ)	مدينة (ب)
مسلم	٨٥	٦٠
مسيحي	١٠	٣٠
يهودي	٥	١٠

الحل:

مدينة (أ) خ = مجــ ك ر ك ل = ٨٥ (١٥) + ١٠ (٥) = ١٣٢٥

د.أ = ٢م خ / ن٢(٢−١) = ٢(٣)(١٣٢٥) / (١٠٠)٢(٢) = ٠,٣٩٨

مدينة (ب) : خ = مجــ ك ر ك ل = ٦٠ (٤٠) + ٣٠ (١٠) = ٢٧٠٠

د.أ = ٢(٣)(٢٧٠٠) / (١٠٠)٢(٢) = ٠,٨١٠

أي أن التشتت في المدينة (ب) اكبر منه في المدينة (أ) .

١٠-٨ تطبيقات متنوعة

تطبيق (١٠-١٥):

التوزيع التكراري التالي يمثل العدد اليومي للطلاب المترددين علي احدي المكتبات وذلك خلال فترة معينة والمطلوب إيجاد المدى والانحراف الربيعي والانحراف المعياري .

عدد المترددين في اليوم	٢٠ - ٤٠	٤٠ - ٦٠	٦٠ - ١٠٠	١٠٠ - ١٦٠	١٦٠-٢٠٠
التكرار	١٠	٥٠	٨٠	٤٠	٢٠

الحل:

المدى = ٢٠٠ - ٢٠ = ١٨٠

الربيع الأول = ٤٠ + $\frac{١٠٠ - ٥٠}{٥٠}$ × ٢٠ = ٥٦

الربيع الثالث = ١٠٠ + $\frac{١٥٠ - ١٤٠}{٤٠}$ × ٦٠ =١١٥

الانحراف الربيعي = $\frac{١١٥ - ٥٦}{٢}$ =٢٩,٥

التباين = σ٢ = ١٧٥٠

الانحراف المعياري σ = جزر ١٧٥٠ = ٤١,٨٣٣

تطبيق (١٠-١٦):

أوجد الانحراف الربيعي ومعامل الاختلاف للتوزيع التكراري التالي :

أعمار المستخدمين	٢٥ -	٣٠ -	٣٥ -	٤٠ -	٤٥ -	٥٠ -	٥٥ - ٦٠
العدد	٨	١٠	١٥	٧	٥	٣	٢

ترتيب ر ١ = $\frac{١}{٤}$ (٥٠) = ١٢,٥ ترتيب ر ٢ = ٣٧,٥

ر ١ = ٣٠ + $\frac{١٢,٥ - ٨}{١٠}$ (٥) =٤٣,٢

ر٣ = ٤٠ + $\frac{٣٧,٥ - ٣٣}{٧}$ (٥) =٤٣,٢

الانحراف الربيعي = $\frac{٤٣,٢ - ٣٢,٢}{٢}$ = ٥,٥

معامل الاختلاف = $\frac{6}{س}$ = $\frac{٧,٩٦}{٣٨,٣}$ = ٠,٢٠٨

تطبيق (١٠-١٧):

البيان التالي يوضح عدد الجرائم التي تمت في احدي المدن خلال عام وتوزيعها حسب نوع الجريمة . أوجد دليل الاختلاف الكيفي .

نوع الجريمة	سطو	سرقة سيارات	سرقة	خطف	قتل
التكرار	٤٧	١٤	٤٨	٧	٥

الحل:

خ = محـــ ك ر ك ل = ٤٧ (٧٤) + ١٤ (٦٠) + ٤٨ (١٢) + ٧ (٥)
= ٤٩٢٩

د.أ = ٢(٥)(٤٩٢٩) / (١٢١)٢ (٤) = ٠,٨٤٢

تطبيق (١٠-١٨):

القيم الموضح أدناه تمثل أجور عينة من العمال (ألـــف ريـــال) فـــي احـــدي الصناعات .

والمطلوب :

ايجاد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة

٤ ، ٣ ، ٢ ، ٥ ، ١

الحل:

س	
٤	١٦
٣	٩
٢	٤
٥	٢٥
١	١
١٥	٥٥

$$\bar{س} = \frac{١٥}{٥} = ٣$$

$$σ^{٢} = \frac{١}{٥} \left[٥٥ - \frac{(١٥)^{٢}}{٥} \right] = ٢$$

σ =جزر ٢ = ١,٤١٤

تطبيق (١٠-١٩):

الأرقام الموضحة أدناه تمثل عدد الأولاد في الأسرة وذلك في عينة من الأسر .

والمطلوب : ايجاد التباين .

٣، ٢ ، ٤ ، ١ ، ٥

الحل:

س	
٣	٩
٢	٤
٤	١٦
١	١
٥	٢٥
١٥	٥٥

$$σ^{٢} = \frac{١}{٥} \left[٥٥ - \frac{(١٥)^{٢}}{٥} \right] = ٢$$

تطبيق (١٠-٢٠):

- المطلوب قياس التشتت بين الطبقات في المجتمع أدناه .

الطبقة	ممتاز	جيد	متوسط
عدد الاشخاص (ألف)	٢	١٠	٢٠

الحل:

خ = ٢ (١٠ + ٢٠) + ١٠ (٢٠) = ٦٠ + ٢٠٠ = ٢٦٠

د . أ = ٢ (٢٦٠)(٣) / ٢(٣٢) (٢) = ٠,٧٦٢

تطبيق (١٠-٢١):

التوزيع التكراري التالي يعرض مدة الإعارة الفعلية للكتاب في احدي المكتبات العامة .

المطلوب :

- ايجاد الربيع الأول والربيع الثالث .
- إيجاد الانحراف الربيعي .

مدة الإعارة (يوم)	١ - ٣	٣ - ٩	٩ - ٢١	٢١ - ٣١	٣١ - ٥٠
عدد المراجع %	١٠	٣٠	٥٠	٧	٣

الحل:

مدة الإعارة	عدد المراجع %	التكرار الصاعد
١ - ٣	١٠	١٠
٣ - ٩	٣٠	٤٠
٩ - ٢١	٥٠	٩٠
٢١ - ٣١	٧	٩٧
٣١ - ٥٠	٣	١٠٠
	١٠٠	

ترتيب ر١ = $\frac{١}{٤}$ (١٠٠) = ٢٥

ترتيب ر٣ = $\frac{٣}{٤}$ (١٠٠) = ٧٥

ر١ = ٣ + $\frac{٢٥ - ١٠}{٣٠}$ × ٦ = ٦

ر٣ = ٩ + $\frac{٧٥ - ٤٠}{٥٠}$ × ١٢ = ١٧,٤

ح = $\frac{١٧,٤ - ٦}{٢}$ = ٥٠٧

تطبيق (١٠-٢٢):

البيان التالي يوضح توزيع السكان حسب فصيلة الدم .

والمطلوب :

قياس التشتت باستخدام دليل الاختلاف الكيفي

فصيلة الدم	أ	ب	أ ب	و
عدد السكان %	٤٠	٢٠	١٠	٣٠

الحل:

خ = ٤٠ (٢٠ + ١٠ + ٣٠) + ٢٠ (١٠ + ٣٠) + ١٠ (٣٠) = ٣٥٠٠

د . أ = $\frac{٢ (٣٥٠٠) (٤)}{(١٠٠)٢ (٣)}$ = ٠,٩٣٣

تطبيق (١٠-٢٣):

في دراسة لقياس درجة التخصص وتقسيم العمل في احـــدي المجتمعـــات تـــم تصنيف المهن كما هم موضح بالتوزيع التكراري التالي .

والمطلوب :

قياس التشتت باستخدام دليل الاختلاف الكيفي

المهن	عمال عاديون	عمال مهرة	فنيون	أخري
التكرار %	٥٠	٢٠	٢٠	١٠

الحل:

خ = ٥٠ (٢٠ + ٢٠ + ١٠) + ٢٠ (٣٠) + ٢٠ (١٠) = ٣٣٠٠

د . أ = $\frac{٢(٣٣٠٠) (٤)}{(١٠٠)٢(٣)}$ = ٠,٨٨

تطبيق (١٠-٢٤):

البيان التالي يوضح رصيد المكتبة في احدي المكتبات المتخصصة موزعاً حسب اللغة .

والمطلوب :

قياس التشتت باستخدام دليل الاختلاف الكيفي

اللغة	عربي	إنجليزي	فرنسي	ألماني
عدد الكتب %	٢٥	٥٠	١٥	١٠

الحل:

ح = ٢٥ + (٧٥) + ٥٠ (٢٥) + ١٥ (١٠) = ٣٢٧٥

د. أ . = $\frac{\text{٢خ م}}{\text{ن٢ (م-١)}}$ = $\frac{\text{٢(٣٢٧٥) (٤)}}{\text{(١٠٠)٢ (٣)}}$ = ٠,٨٧

تطبيق (١٠-٢٥):

المطلوب قياس التشتت (التنوع) في اللغة في المجموعة المكتبية التالية، والتي تخص احدي المكتبات .

لغة الكتاب	عربي	إنجليزي	فرنسي	أخري
عدد الكتب	٥٠	٣٠	١٠	١٠

الحل:

خ = ٥٠ (٥٠) + ٣٠ (٢٠) + ١٠ + (١٠) = ٣٢٠٠

د.أ = $\frac{\text{٢خ م}}{\text{ن٢ (م-١)}}$ = ٢(٣٢٠٠)(٤) / (١٠٠)^{٢} (٤-١) = ٠,٨٥

الفصل الحادي عشر

مقاييس المركز النسبى

Relative Position

11-1 الأهمية

11-2 الرتبة المئينية

11-3 الدرجة المعيارية

11-4 الدرجة المعيارية المعدلة

11-5 تطبيقات متنوعة

الفصل الحادي عشر

مقاييس المركز النسبي

Measures of Relative Position

١١-١ الأهمية

إن القيم الخام في حد ذاتها لا تتضمن معنى كاف للإفصاح عن حقيقتها ومركزها كما أنها في كثير من الأحيان لا تـصلح لأغـراض المقارنـات أو لأغراض دمجها مع مثيلاتها من القيم الأخري . فبفرض أن أحد الطلبة حصل علي ٦٠ درجة في اختبار الإحصاء ، فكيف يكون حكمنا علي مـستوي هـذا الطالب إذا علمنا أن درجة الاختبار من مائة ؟ هل نستطيع القول أن مـستواه عال – متوسط – منخفض ؟ في الحقيقة لا نستطيع . قد يكون الاختبار صعباً إلي درجة كبيرة وأن هذا الطالب قد حصل علي اعلي درجة ، وبـذلك يمكـن القول أن مستوي هذا الطالب عال ، وبالعكس قد يكون الاختبار سهلاً للغايـة ، وقد تكون هذه الدرجة اقل الدرجات ، وبذلك يمكن القول أن مستوي هذا الطالب منخفضاً . أي أن القيم الخام يحسن الحكم عليها في ضوء مركزها النسبي مـن المجموعة التي تنتمي إليها .

ونعرض فيما يلي لنوعين من المقاييس الاحصائية التي تستخدم لتحديد المراكز النسبية للقيم وهما الرتبة المئينية والدرجة المعيارية .

١١-٣ الرتبة المئينية Percentile Rank

عند ترتيب القيم **ترتيباً تصاعدياً** يمكن إستخدام الرتب لبيـــان المركـــز النسبي لهذه القيم ، علي أنه لأغراض المقارنات وزيادة الايضاح فإنه يفـــضل عرض هذه الرتب كنسب مئوية ، وتعرف الرتبة المئينية لقيمـــة معينـــة فـــي مجموعة معينة بالنسبة المئوية لعدد القيم الأقل منها ، وتحسب بالصيغة التلية :

$$[س] = \frac{١٠٠}{ن} \left(رتبة\ س - ٠,٥ \right) \qquad (١١-١)$$

حيث : [س] الرتبة المئينية للقيمة س

ن عدد القيم فى المجموعة

رتبة س تحدد علي أساس ترتيب القيم تصاعدياً . وفـــي حالـــة وجـــود قيـــود أي تكرارفى بعض القيم ، تحسب الرتبة علي أساس متوسط رتب هذه القـــيم . أما بالنسبة للبيانات المبوبة ، يمكن الحصول علي هذه الرتب بـــسهولة وذلـــك برسم المضلع (أو المنحني) التكراري المتجمع الصاعد – وذلك بعد تحويـــل التكرارات إلي تكرارات نسبية . كما أنه يمكـــن اســـتخدام الـــصيغة التاليـــة مباشرة.

$$[س] = \frac{١٠٠}{ن} \left[ك.ص.س + \frac{س - ب}{ل} \times ك \right] \qquad (١١-٢)$$

حيث : ك.ص.س = التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة التى تحوى س

ب = بداية الفئة

ل = طول الفئة

ك = تكرار الفئة

تطبيق (١١-١):

للتوزيع التكراري الموضح أدناه ، أوجد الرتبة المئينية المقابلة للدرجة ٧٧

(أ) عن طريق الرسم

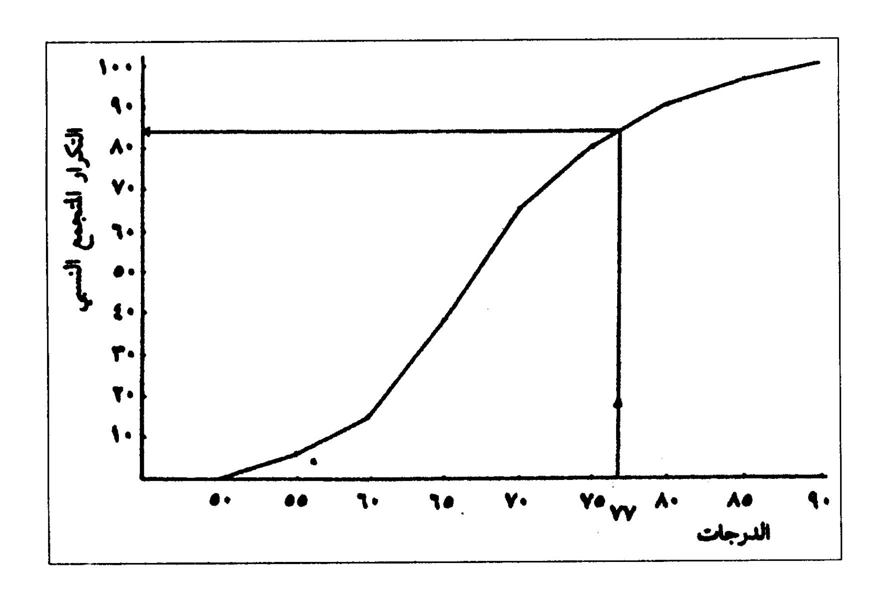
(ب)باستخدام الصيغة الحسابية

الحل :

(أ) عن طريق الرسم :

نبدأ بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد ثم التكرار النسبي ومن الرسم أدناه نجـد أن نسبة التكرار المناظرة للدرجة ٧٧ هي ٨٤ تقريباً وهي الرتبة المئينية

الدرجات	التكرار	التكرار الصاعد	التكرار الصاعد النسبي
٥٠ - ٥٥	١٠	١٠	٥
٥٥ - ٦٠	٢٠	٣٠	١٥
٦٠ - ٦٥	٤٦	٧٦	٣٨
٦٥ - ٧٠	٥٤	١٣٠	٦٥
٧٠ - ٧٥	٣٠	١٦٠	٨٠
٧٥ - ٨٠	٢٠	١٨٠	٩٠
٨٠ - ٨٥	١٢	١٩٢	٩٦.
٨٥ - ٩٠	٨	٢٠٠	١٠٠
	٢٠٠		



(ب) باستخدام الصيغة الحسابية:

$$[٧٧] = \frac{١٠٠}{٢٠٠}\left[١٦٠ + \frac{٧٧ - ٧٥}{٥}(٢٠)\right] = ٨٤$$

بايجاد الرتب المئينية يتم تحويل القيم الخام (سواء كانب رقمية او غير رقمية ويمكن ترتيبها) الى اخرى حتى يمكن فهمها وتفسيرها ، كما يمكن استخدامها لغرض المقارنات مع غيرها من القيم. ويعاب على الرتب المئينية انها لا تعتبر مقياسا أو تدريجا له وحدات متساوية ، وبالتالى فإنه لا يمكن جمعها (أو إيجاد متوسط مجموعةمن الدرجات مثلا) – واخيرا فإن الرتبة المئينية توضح لنا المركز النسبى للقيمة الخام فى ضوء مجموعة معينة من القيم ويجب تفسيرها فى ضوء ذلك .

١١-٣ الدرجة المعيارية Standard Score

تعتبر الدرجة المعيارية من اهم مقاييس المركز النسبى ، وهى تعبر عن بعد الدرجة الخام عن المتوسط الحسابى للمجموعة ، ويقاس هذا البعد بوحدات من الانحراف المعيارى . ويتم حساب الدرجة المعيارية سّ لاى قيمة س فى المجموعة كما يلى :

$$\text{سّ} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\sigma} \qquad (١١-٣)$$

وهذه القيم المعيارية تمكننا من تفهم طبيعة القيم الخام ، ومقارنتها كما انها تقدم مقياسا او تدريجا له وحدات متساوية ، وبالتالى فإنه يمكن جمع مجموعة من درجات الطالب مثلا.

وكما تحدثنا بالنسبة للرتبة المئينية فإن الدرجة المعيارية لقيمة ما تعبر كذلك عن مركزها النسبى فى ضوء مجموعة معينة من القيم.

ومن أهم خصائص الدرجات المعيارية أن متوسطها الحسابى يساوى صفر وإنحرافها المعيارى يساوى واحد.

تطبيق (١١-٢):

فى أى المادتين يكون مستوى الطالب أفضل :

	الإحصاء	الإجتماع
درجة الطالب	٦٠	٧٠
المتوسط الحسابى لدرجات الطلبة	٥٤	٦٥
الإنحراف المعيارى	٢	٢,٥

الحل:

الدرجة المعيارية لدرجة الاحصاء = $\frac{٦٠-٥٤}{٢}$ = ٣

الدرجة المعيارية لدرجة الاجتماع = $\frac{٧٠ - ٦٥}{٢,٥}$ = ٢

وبالتالى يعتبر مستواه فى الاحصاء أفضل من مستواه فى الاجتماع حيث ان درجته فى الاجتماع تبعد بدرجتين فقط عن متوسط الطلبة ، بينما فى الإحصاء يبعد بثلاث درجات .

تطبيق (١١-٣):

حول مجموعة القيم التالية الى درجات معيارية :

٢، ٣، ٤، ٥ ، ٦، ٧ ، ٨

الحل:

س	س٢	سَ
٢	٤	١,٥-
٣	٩	١-
٤	١٦	.٥-
٥	٢٥	صفر
٦	٣٦	.٥
٧	٤٩	١
٨	٦٤	١,٥
٣٥	٢٠٣	

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مج س}}{\text{ن}} = \frac{\text{٣٥}}{\text{٧}} = \text{٥}$$

$$\sigma\text{س} = \text{٢}$$

$$\text{سَ} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\sigma}$$

وعلى سبيل المثال تكون الدرجة المعيارية لقيمة س = ٢ كما يلى :

$$\text{سَ} = \frac{\text{٢} - \text{٥}}{\text{٢}} = \frac{-\text{٣}}{\text{٢}} = -\text{١,٥}$$

وتكون الدرجة المعيارية للقيمة ٣ كما يلى :

$$\text{سَ} = \frac{٣-٥}{٢} = \frac{-٢}{٢} = -١$$

وهكذا يتم حساب الدرجات المعيارية لباقى القيم (ويمكنك التحقق من ان متوسطها يساوى صفرا وان انحرافها المعيارى يساوى واحد صحيح).

١١-٤ الدرجة المعيارية المعدلة

يلاحظ على الدرجات المعيارية انها تتضمن بالضرورة بعض القيم السالبة . وهذه الامور غير مرغوب فيها ويصعب تفهمها خاصة بالنسبة للقارئ العادى وللتخلص من هذه الأمور يتم تحويل الدرجات المعيارية إلى درجات معيارية أخرى ؛ وهى على أى حال كثيرة ومتعددة، ويمكن إنشائها بصيغة التحويل التالية :

ص = أ + ب سَ (١١-٤)

حيث : ص = هى الدرجة المعيارية المعدلة.

أ = المتوسط الحسابى المرغوب فيه للقيم الجديدة .

ب = الانحراف المعيارى المرغوب فيه للقيم الجديدة.

تطبيق (١١-٤):

حول مجموعة القيم التالية الى درجات معيارية متوسطها ٥٠ وانحرافها المعيارى يساوى ١٠

٢، ٣، ٤، ٥ ، ٦، ٧ ، ٨

الحل:

نبدأ اولا بإيجاد الدرجات المعيارية سَ وهذه تم الحصول عليها بالمثال السابق، ثم نغوض فى الصيغة الموضحة اعلاه ، كما هو موضح فيما يلى:

س	سَ	ص= ٥٠+١٠سَ
٢	-١,٥	٣٥
٣	-١ ٤٠	
٤	-٠,٥	٤٥
٥	صفر	٥٠
٦	٠,٥	٥٥
٧	١	٦٠
٨	١,٥	٦٥

* ملحوظة : يمكنك التحقق من ان قيم ص متوسطها يساوى ٥٠ وانحرافها المعيارى يساوى ١٠ .

١١-٥ تطبيقات مختلفة

تطبيق (١١-٥):

المطلوب تعيين الطالب المثالى (الحاصل على افضل تقدير) وذلك من اوئل المستويات الختلفة ، فى احدى الكليات باستخدام البيانات التالية :

المستوى الدراسى	الاول	الثانى	الثالث	الرابع
معدل الطالب الاول	٩٢	٩٠	٨٨	٨٧
متوسط درجات الطلبة س-	٦٢	٦٦	٦٨	٦٩
الانحراف المعيارى	١٠	٦	٤	٣

الحل:

الدرجة المعيارية سّ =	٣	٤	٥	٦

حيث سّ كما وردت بالصيغة (١١-٣)

وبذالك يكون الطالب المثالى هو اول المستوى الرابع .

تطبيق (١١-٦):

فى مادة الاحصاء حصل أحد الطلاب على ٨٠ درجة فى احد الاختبارات وعلى ٧٥ درجة فى اختبار اخر. فهل يعنى ذلك أن مستواه قد انخفض ؟

اجب فى ضوء البيانات التالية :

	المتوسط الحسابى	التباين
الاختبار الاول	٧٠	١٦
الاختبار الثانى	٦٦	٩

الحل:

يمكن القول ان مستواه قد ارتفع حيث ان درجاته المعيارية هى ٢,٥ ؛ ٣ على الترتيب.

تطبيق (١١-٧)

البيان التالى يعرض درجات ثلاث اختبارات اجريت لخمس طلاب .

اوجد متوسط درجة كل طالب بعد تحويل الدرجات الى درجات معيارية .

الطالب	اختبار أ	اختبار ب	اختبار ج
١	١٠٠	٧٥	٥٣
٢	٩٠	٨٠	٥٧
٣	٧٠	٦٠	٥٥
٤	٥٠	٥٠	٤٥
٥	٤٠	٤٥	٥٠

الحل:

نبدأ بايجاد المتوسط الحسابى وكذا الانحراف المعيارى لكل اختبار من الاختبارات الثلاث . وهى كما يلى :

المتوسط : ٧٠،٦٢،٥٢

النحراف المعيارى : ٢٢,٨ ، ١٣,٦٤ ، ٤,٢

وبتطبيق الصيغة الخاصة بالدرجة المعيارية ، سَ $= \frac{\text{س} - \text{سَ}}{\sigma}$ نحصل على

القيم الموضحة بالجدول ادناه. وعلى سبيل المثال:

الدرجة المعيارى للطالب رقم (١) فى المادة أ $= \frac{١٠٠ - ٧٠}{٢٢,٨} = ١,٣١٦$

الدرجة المعيارية للطالب رقم (٤) فى المادة ب $= \frac{٥٠ - ٦٢}{١٣,٦٤} = -٠,٨٨٠$

	اختبار أ	اختبار ب	اختبار ج	المتوسط
١	١,٣١٦	٠,٩٥٣	٠,٨٣٥	٠,٨٣٥
٢	٠,٨٧٧	١,٣٢٠	١,١٩٠	١,١٢٩
٣	صفر	-٠,١٤٧	٠,٧١٤	٠,١٨٩
٤	-٠,٨٧٧	-٠,٨٨٠	-١,٦٦٦	-١,١٤١
٥	-١,٣١٦	-١,٢٤٦	-٠,٤٧٦	-١,٠١٣

تطبيق (١١-٨):

٧- حول القيم التالية الى درجات معيارية، ثمالى درجات معيارية متوسطها ٥٠٠ وانحرافها المعيارى ١٠٠

٦، ١٢، ١٤، ٢٠

الحل:

سَ = ١٣، 6 = ٥

الدرجات المعيارية : سً = (س - سَ) / σ وتكون كما يلى :

-١,٤ ، -٠,٢ ، ٠,٢ ، ١,٤

الدرجة المعيارية المعدلة : ص = ٥٠٠ + ١٠٠ سً وتكون الدرجات كما يلى :

٣٦٠، ٤٨٠، ٥٢٠، ٦٤٠

تطبيق (١١-٩):

البيان التالى يوضح درجات عشرين طالبا ، والمطلوب تحديد الرتب المئنية المناظرة للدرجات ٤، ٧، ٨

الرتب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الدرجة	صفر	٢	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٥	٦
الترتيب	١١	٦	٧	٧	٨	٨	٨	٩	٩	١٠

الحل:

الرتب المئينية للدرجة س = (رتبة س − ٠,٥) / ن × ١٠٠

الرتبة المئينية للدرجة ٤ = (٦− ٠,٥) / ٢٠ × ١٠٠= ٢٧,٥

متوسط رتبة الدرجة ٧ = (١٢ + ١٣) ÷ ٢ = ١٢,٥

الرتبة المئينية للدرجة ٧ = (١٢,٥ − ٠,٥) / ٢٠ × ١٠٠ = ٦٠

متوسط رتب الدرجة ٨ = (١٤ + ١٥ + ١٦ + ١٧) ÷ ٤ = ١٥,٥

الرتب المئينية للدرجة ٨ = (١٥,٥ − ٠,٥) / ٢٠ × ١٠٠ = ٧٥

تطبيق (١١−١٠):

فيما يلى درجات احد الطلاب فى المواد المقررة ، وكذا المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى بكل مادة. والطلوب تقييم تحصيل الطالب فى المواد المختلفة بترتيبها حسب مستواه :

المادة	الدرجة الخام	المتوسط الحسابى	الانحراف المعيارى
احصاء	٧٥	٦٩	٣
إجتماع	٨٥	٧٥	٧
علم نفس	٩٠	٨٥	٨
تربية	٨٠	٧٠	٦
لغات	٦٠	٦٤	٨

الحل:

الدرجة المعيارية للقيمة س = $\frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\sigma}$

من الدرجات المعيارية فى المواد المختلفة يتبين ان مستواه فى هذه المواد على الترتيب هو : الاحصاء التربية، الاجتماع، علم النفس، اللغات حيث ان الدرجات المعيارية هى ٢، ١,٧، ١,٤٣، ٠,٦٢، – ٠,٥

تطبيق (١١-١١):

حول القيم التالية الى درجات معيارية . ١، ٧

الحل:

س	س٢	سَ
١	١	١−
٧	٤٩	١+

$\bar{\text{س}} = \frac{٨}{٢} = ٤$

$\sigma^{٢} = \frac{١}{\text{ن}} \{ \text{مج س}^{٢} - (\text{مج س})^{٢} \} = \frac{١}{٢} [٥٠ - \frac{(٨)^{٢}}{٢}] = ٩$

$\sigma = ٩ = ٣$

$\text{س}' = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\sigma}$

$\text{أ} = \frac{١ - ٤}{٣} = \frac{-٣}{٣} = -١$

$٧- \quad \frac{٧ - ٤}{٣} = \frac{٣}{٣} = +١$

تطبيق (١١-١٢):

حول مجموعة القيم التالية الى درجات معيارية.

٣ ، ١ ،١ ، ٣

الحل:

س	س٢	سَ
٣	٩	١
١	١	١−
١	١	١−
٣	١	١
٨	٢٠	

سَ = مج س / ن = ٨ / ٤ = ٢

σ٢ = ١ / ٤ [٢٠ − (٨)٢ / ٤] = ١

σ = ١ = ١

سَ = (س − سَ) / σ

الفصل الثانى عشر

الأرقام القياسية

Index Numbers

١٢-١ الأهمية
١٢-٢ الأرقام القياسية البسيطة Simple
١٢-٣ الأرقام القياسية المرجحة Weighted
١٢-٣-١ رقم لاسبير Laspeyre
١٢-٣-٢ رقم باشر Paasche
١٢-٤ القوة الشرائية Purchasing Power
١٢-٥ تعديل القيم Deflating Values
١٢-٦ تغيير الأساس Base Shifting

الفصل الثانى عشر

الأرقام القياسية

Index Numbers

١٢-١ الأهمية

الرقم القياسي هو مؤشر أو مقياس للتغير النسبي في متغيـــر مـــا أو فـــي مجموعة من المتغيرات في فترة معينة بالمقارنة بفترة سابقة • فمثلا إذا كان سعر سلعة ما في سنة ١٩٧٠ هو ٥٠ ريالا وأصبح ٩٠ ريالا في سنة ١٩٨٠ فإن الرقم القياسي للسعر في سنة ١٩٨٠ باعتبار أن ١٩٧٠ هي سنة الأساس هو : ٩٠ / ٥٠ × ١٠٠ =١٨٠%

فالرقم القياسي يعرض كنسبة مئوية – علي أن علامة النسبة المئوية غالبا ما تحذف وتسمي سنة ١٩٧٠ سنة الأساس ، وسنة ١٩٨٠ سنة المقارنة .. ويوضح الرقم القياسى أن سعر السلعة زاد في سنة المقارنة ٨٠ % عما كان عليه في ســـنة الأساس وعموماً فإن لكل رقم قياسي فترة أساس . وفي هذا المثـــال فـــإن فتـــرة الأساس هي سنة ١٩٧٠ . وغالباً ما يعبر عن ذلك بـــ١٩٧٠ = ١٠٠

ويتم اختيار **فترة الأساس** بحيث تكون فترة طبيعية مستقرة لا تتضمن ظروف غير عادية كالحروب أو الأضرابات أو الكساد أو المجاعة . وفترة الأساس قد تكون يوم معين أو منتصف شهر معين أو سنة أو عدة سنوات .

وتستخدم الأرقام القياسية لقياس التغير الذي يطرأ علي العديد من الظواهر الأقتصادية و الأجتماعية ، مثل تغيرات الأسعار ، وتغيرات القوة الشرائية للنقود ، الدخل القوى ، الاستهلاك ، الانتاج ، الصادرات ، الواردات ،البطالـــة ، تكـــاليف المعيشة ، الأجور ، أرباح الشركات ، إنتاجها ، مبيعاتها ، ... الخ.

وللملائمة نكتفي بعرض الأرقام القياسية للأسعار ، حيث أن تكوين الأرقام القياسية للظواهر الأخري كالكميات أو القيم يتم بنفس الأسلوب

١٢-٣ الأرقام القياسية البسيطة Simple

في حالة قياس التغير في سعر إحدي السلع ، كما فى المثال أعلاه ، فـــإن الرقم القياسي يتم إيجاده كما يلي :

الرقم القياسي =س١ / س٠ ×١٠٠ (١٢-١)

حيث س١ تمثل سعر السلع في ســنة المقارنـــة ،س. ســعر الـسلعة فـــي ســنة الأساس ، وفي حالة قياس التغير في أسعار مجموعة من السلع فإن :

الرقم القياسي للأسعار = مج س١/ مج س٠×١٠٠ (١٢-٢)

فإذا كان لدينا مجموعة السلع التالية :

السلعة	اسعار ١٩٧٠ (س.)	أسعار ١٩٨٠ (س١)
لبن	٢٠	٣٠
دجاج	٥٠	٩٠
خبز	١٠	٢٠
	٨٠	١٤٠

الرقم القياسي للأسعار = $\frac{١٤٠}{٨٠}$ × ١٠٠ = ١٧٥

ويلاحظ أن الرقم القياسي البسيط يتجاهل الأهمية النسبية للسلع ، كما أنه يتغير بتغير وحدة قياس الكمية . فمثلا سعر اللبن الموضح يناظر كمية معينة ، فإذا ما تغيرت الكمية يتغير السعر ، وبالتالي يتغير الرقم القياسي المحسوبة .
ولذلك فإنه يفضل استخدام الأرقام القياسية المرجحة .

١٢-٣ الأرقام القياسية المرجحة Weighted

تختلف الأرقام القياسية المرجحة بـإختلاف الأوزان التـي تـستخدم فـي الترجيح ، وهي متعددة ، نذكر اكثرها استخداماً .

١٢-٣-١ رقم لاسبير Laspeyre

الرقم القياسي المرجح بكميات سنة الأساس (ك.) ، ويعرف برقم (لاسبير) وصيغته كما يلي :

$$\text{الرقم القياسي للأسعار} = \frac{\text{مج س١ ك٠}}{\text{مج س٠ ك٠}} \times ١٠٠ \qquad (١٢-٣)$$

١٢-٣-٢ رقم باش Paasche

الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة (ك١) ، ويعرف برقم (باش) وصيغته كما يلي

$$\text{الرقم القياسي للأسعار} = \frac{\text{مج س}_{1}\ \text{ك}_{1}}{\text{مج س}_{0}\ \text{ك}_{1}} \times ١٠٠ \qquad (١٢-٤)$$

ويلاحظ ما يلي :

١ - لا يتأثر كلا الرقمين إذا ما تغيرت وحدة قياس الكمية ، بخلاف الحال عند حساب الرقم القياسي البسيط للأسعار.

٢ - إن رقم لاسبير يكون واقعياً في حالة بقاء تشكيلة الكميات المستهلكة في سنة الأساس كما هي في سنة المقارنة ، وذلك ليس محتمل بصفة عامة ، حيث أن تغير الدخول والعادات ، وظهور سلع جديدة ، قد يغير من تشكيلة السلع المستهلكة ، ويعالج رقم باش هذه الحقيقة باستخدامه كميات سنة المقارنة في الترجيح .

٣ - رقم لاسبير يسهل تكوينه ، حيث أنه يستخدم كميات سنة الأساس دائماً في أي سنة من سنوات المقارنة ، ! أما رقم باش فإنه يصعب تكوينه ، حيث أنه يتطلب تحديد الكميات المستهلكة في كل سنة من سنوات المقارنة .

تطبيق (١٢-١):

الآتي اسعار مجموعة من السلع في عامي ١٩٧٠ ، ١٩٨٠ أوجد الرقم القياسي للأسعار باستخدام صيغة لاسبير وباستخدام صيغة باش .

	الكميات		الأسعار	السلعة
١٩٨٠ ك١	١٩٧٠ ك.	١٩٨٠ س١	١٩٧٠ س.	
٢٥٠	١٠٠	٣٠	٢٠	لبن
٨٠٠	٦٠٠	٩٠	٥٠	دجاج
٣٠٠	٤٠٠	٢٠	١٠	خبز

الحل:

س.ك١	س١ك١	س.ك.	س١ك.	السلعة
٥٠٠٠	٧٥٠٠	٢٠٠٠	٣٠٠٠	لبن
٤٠٠٠٠	٧٢٠٠٠	٣٠٠٠٠	٥٤٠٠٠	دجاج
٣٠٠٠	٦٠٠٠	٤٠٠٠	٨٠٠٠	خبز
٤٨٠٠٠	٨٥٥٠٠	٣٦٠٠٠	٦٥٠٠٠	

الرقم القياسي (لاسبير) = ٦٥٠٠٠ / ٣٦٠٠٠ × ١٠٠ = ١٨٠

الرقم القياسي (باش) = ٨٥٥٠٠ /٤٨٠٠٠ × ١٠٠ =١٧٨

١٢-٤ القوة الشرائية Purchasing Power

القوة الشرائية لوحدة النقد (جنيه مثلا) تمثل قيمة الجنيه في سنة معينة بالمقارنة بسنة الأساس . ويستخدم لقياسها معكوس الرقم القياسي للأسعار . فالرقم القياسي للأسعار يمثل كمية النقود المطلوبة لشراء كمية ثابتة من السلع . ومعكوس هذا الرقم وهو القوة الشرائية يمثل كمية السلع التي يمكن شراؤها بمقدار ثابت من النقود وعلي ذلك فإن القوة الشرائية تكون منسوبة إلي فترة أساس الرقم القياسي للأسعار .

$$\text{القوة الشرائية لوحدة النقد} = \frac{١٠٠}{\text{الرقم القياسى للاسعار}} \qquad (١٢-٥)$$

تطبيق (١٢-٢):

إذا كان الرقم القياسي للأسعار في احدي الدول عام ١٩٨٨ بالمقارنة بعـــام ١٩٧٠ هو ١٨٠ فما هي القوة الشرائية لوحدة النقد عام ١٩٨٨ .

القوة الشرائية = ١٠٠ / ١٨٠ = ٠,٥٥٥

١٢-٥ تعديل القيم Deflating Values

إن وحدات النقد تتخذ أساساً لتقييم وتثمين الأشياء والأصـــول والخـــدمات والممتلكات . ومع ذلك فقيمة النقد في تناقص مستمر مع الزمن . وعلي ذلك فـــإن القيم تفقد معناها الحقيقي ويصعب تفسيرها . كيف نفسر السلاسل الزمنية للـــدخل والأجور والانتاج والصادرات والواردات و .. إلخ . كيف نفسر قيمة أصول إحدي الشركات وهي مشتراة علي فترات زمنية تختلف فيها القوة الشرائية للنقود .

التعديل Deflation عملية يتم من خلالها تحويل القيمة علي أساس ســـعر العملة الجاري إلي قيمة أخري علي أساس سعر عملة معياري Standardized

ويتم التعديل باستخدام الصيغة التالية :

القيمة المعدلة = القيمة الجارية × القوة الشرائية (١٢-٦)

وتستخدم هذه المعادلة للتوصل إلي ما يسمي الدخل الحقيقي و الأجر الحقيقي والقيم الحقيقية للأصول والممتلكات والقيم الحقيقية للقروض ٠

تطبيق (١٢-٣):

بفرض أن متوسط الأجور ارتفع من ٢٤٠ جنيه عام ١٩٦٠ إلي ٢٦٠ جنيه عام ١٩٧٠ بينما ارتفع الرقم القياسي للأسعار في السنوات نفسها من ١٨٢ إلي ٢٠٨ وضح مدي التغير الحقيقي في مستوي الأجور ٠

متوسط الأجر الحقيقي عام ١٩٦٠ = ٢٤٠ × ١٠٠ /١٨٢ = ١٣٢ جنيه

متوسط الأجر الحقيقي عام ١٩٧٠ = ٢٦٠ × ١٠٠ / ٢٠٨ = ١٢٥ جنيه

أي أن الأجور الحقيقية انخفضت من ١٣٢ إلي ١٢٥ جنيه ٠

تطبيق (١٢-٤):

إذا علم أن مبيعات إحدي شركات المنسوجات ارتفعت من ٧٦ مليون جنيه عام ١٩٨٠ ألي ٨٢ مليون جنيه عام ١٩٨٧ - بينما ارتفع الرقم القياسي لأسعار المنسوجات في السنتان من ١٦٠ إلي ١٩٠ والمطلوب توضيح التغير الحادث في المبيعات ٠

المبيعات المعدلة عام ١٩٨٠ = ٧٦ × ١٠٠/ ١٦٠ = ٤٧,٥ مليون جنيه

المبيعات المعدلة عام ١٩٨٧ = ٨٢ × ١٠٠ / ١٩٠ = ٤٣,٢ مليون جنيه

أي أن المبيعات علي أساس الأسعار الجارية ، زادت بمقدار ٨٢-٦ = ٦ مليون جنيه ، بينما أن الحقيقة كما تشير إليها القيم المعدلة توضح أن المبيعات قد نقصت بمقدار ٤٧,٥ - ٤٣,٢ = ٤,٣ مليون جنيه.

٦-١٢ تغيير الأساس Base Shifting

هناك حالات كثيرة تملي علينا تغيير فترة الأساس للرقم القياسي ، ويمكن عرض أهمها فيما يلي :

(١) بمضي الوقت تصبح فترة الأساس بعيدة عن واقع المجتمع الذي نعيشه ، وبالتالي يفضل اختيار فترة قريبة تتخذ كأساس .

(٢) عند مقارنة رقمان قياسيان أو أكثر ، مثال ذلك مقارنة الرقم القياسي للأجور بالرقم القياسي للأسعار أو مقارنة الأسعار في عدد دول . مثل هذه المقارنات تستلزم توحيد فترة الأساس .

وبعد اتفاق علي فترة قياس جديدة ملائمة نستخدم قيم الأساس المناظرة كمقام يتم علي أساسه باقي القيم .ويمكن استخدام الصيغة التالية :

$$\acute{ق} = \frac{ق}{ق_{٠}} \times ١٠٠ \qquad (٧-١٢)$$

حيث $\acute{ق}$ الرقم القياسي الجديد .

ق الرقم القياسي القديم .

$ق_{٠}$ الرقم القياسي لفترة الأساس .

تطبيق (١٢-٥):

البيان الموضح أدناه يعرض الأرقام القياسية للأجور والمطلوب تعديل هذه الأرقام باعتبار عام ١٩٨٠ أساس

السنة	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢
رقم باش	١٠٠	١١٠	١٣٠	١٤٥	١٦٠

الحل:

السنة	رقم باش ١٩٧٨ = ١٠٠	رقم باش ١٩٨٠ = ١٠٠
١٩٧٨	١٠٠	٧٧
١٩٧٩	١١٠	٨٥
١٩٨٠	١٣٠	١٠٠
١٩٨١	١٤٥	١١٢
١٩٨٢	١٦٠	١٢٣

مثلا : ١٠٠ /١٣٠×١٠٠=٧٧

١٢-٧ تطبيقات متنوعة:

تطبيق (١٢-٦):

البيان التالي يمثل فئات العاملين بأحد المجتمعات وأجـورهم فـي الـساعة . والمطلوب حساب الرقم القياسي للأجور لعام ١٩٨٠ بالمقارنة بعام ١٩٧٥ – وذلك باستخدام صيغة لاسبير – صيغة باش .

فئات العاملين	عدد العاملين		الأجور	
	١٩٧٥	١٩٨٠	١٩٧٥	١٩٨٠
أ	٢٥	٣٠	٥٠	٦٠
ب	١٠٠	١٢٠	٣٠	٤٠
ج	٧٠٠	٨٥٠	١٠	١٥
د	١٥٠٠	٢٠٠٠	٥	١٠

الحل:

فئات العاملين	ك.	ك١	س.	س١	س١ك.	س.ك.	س١ك١	س.ك١
أ	٢٥	٣٠	٥٠	٦٠	١٥٠٠	١٢٥٠	١٨٠٠	١٥٠٠
ب	١٠٠	١٢٠	٣٠	٤٠	٤٠٠٠	٣٠٠٠	٤٨٠٠	٣٦٠٠
ج	٧٠٠	٨٥٠	١٠	١٥	١٠٥٠٠	٧٠٠٠	١٢٧٥٠	٨٥٠٠
د	١٥٠٠	٢٠٠٠	٥	١٠	١٥٠٠٠	٧٥٠٠	٢٠٠٠٠	١٠٠٠٠
					٣١٠٠٠	١٨٧٥٠	٣٩٣٥٠	٢٣٦٠٠

الرقم القياسي (لاسبير) = مج س١ ك٠ / مجس٠ ك٠ × ١٠٠ = ٣١٠٠٠ / ١٨٧٥٠ × ١٠٠ =١٦٥,٣

الرقم القياسي (باش) = مج س١ ك١ / مج س٠ ك١ × ١٠٠ = ٣٩٣٥٠ / ٢٣٦٠٠ × ١٠٠ = ١٦٦,٧

تطبيق (١٢-٧):

البيان التالي يوضح اسعار المواد المستخدمة في صناعة احد المركبات والمطلوب حساب الرقم القياسي للأسعار لعام ١٩٨٠ باعتبار ١٩٧٠ = ١٠٠ وذلك باستخدام

صيغة لاسبير – صيغة باش .

المواد المستخدمة	السعر		الكمية	
	١٩٧٠	١٩٨٠	١٩٧٠	١٩٨٠
أ	٣٠	٤٠	٢٠	٣٠
ب	١٠	٣٠	١٠	٢٠
ج	٥	١٠	٧٠	٨٠
د	٨	٢٠	٨٠	١٠٠

الحل:

رقم لاسبير ٢٠١ ورقم باش ٢٠٠

تطبيق (١٢-٨):

المعلومات الموضحة بالجدول التالي تتعلق بالأسرة النموذجية في أحد المجتمعات والمطلوب إعداد الأرقام القياسية للأسعار لعام ١٩٨٠ بالمقارنة بعام ١٩٧٠ وذلك باستخدام صيغة لاسبير وباش.

الأصناف	الأسعار		الاستهلاك بالشهر	
	١٩٧٠	١٩٨٠	١٩٧٠	١٩٨٠
خبز	٢٥	٤٠	٣	٢
لبن	٢٠	٣٠	١٠	٨
لحم	٧٥	١٢٥	٣	٤
بيض	١٥	٢٠	٤	٣
خضروات	٥٠	٧٠	٣	٥
أخري	١٥	٢٠	١	٢

الحل:

رقم لاسبير ١٥٢,٤ – رقم باش ١٥٢,١

فصل ١٣

مقاييس الإلتواء

Skewness

١٣-١ الأهمية

١٣-٢ معامل إلتواء بيرسون الأول

١٣-٣ معامل إلتواء بيرسون الثانى

١٣-٤ معامل إلتواء بولي

١٣-٥ معامل إلتواء العزم الثالث

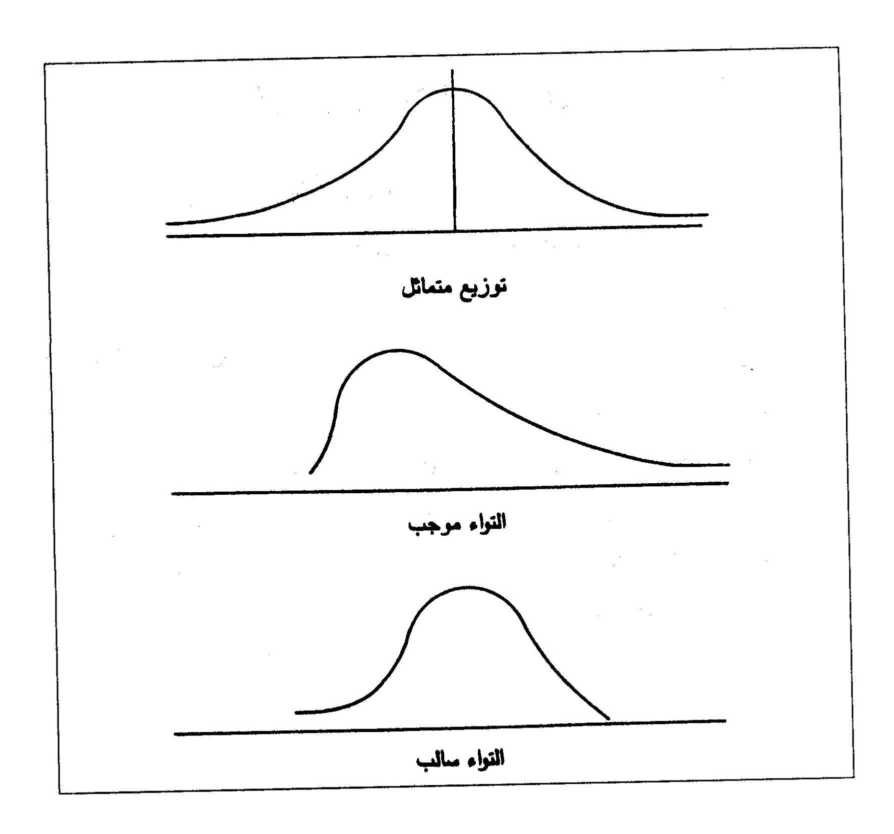
الفصل الثالث عشر

مقاييس الإلتواء

Measures of Skewness

١٣-١ الأهمية

إن معرفة المتوسط والتشتت لا يكفيان لوصف التوزيعات التكرارية ومقارنتها . فقد يتساوي توزيعان في متوسطهما وفي درجة تشتتهما ، ومع ذلك يختلفان من حيث الالتواء . والالتواء هو بعد المنحني عن التماثل ، ويعرف الالتواء بأنه موجب إذا كان ذيل التوزيع ناحية اليمين (القيم الكبيرة) ويعرف الالتواء بأنه سالب إذا كان ذيل التوزيع ناحية اليسار (القيم الصغيرة) .



والأشكال المعروضة تعطي وصفاً للمفاهيم التي تعرضنا لها ، فالتوزيع المتماثل Symmetric يعني أن القيم موزعة بتماثل حول قيمة معينـــة، فـــإذا نظرنا إلي الخط في منتصف التوزيع نجده يقسم القيم الي مجموعتين متماثلتين ويلاحظ أنه في التوزيعات المتماثلة يتساوي كل من المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال .

أما في حالة الالتواء الموجب positive فإنه عدد أكبر من الحالات يكون أقل من المتوسط الحسابي ، وتقع علي يساره ، كما أن القيم الشاذة أو المتطرفة (الكبيرة في هذه الحالة) تقع علي يمينه . وفي حالة الالتواء السالب Negative فإن ذلك يعني أن العدد الأكبر من الحالات يقع يمين المتوسط الحسابي ، والقيم المتطرفة علي اليسار (الصغيرة في هذه الحالة).

طرق قياس الالتواء:

يمكن معرفة طبيعة الالتواء عند رسم التوزيع علي أن هناك طرق أكثر دقة وتمدنا برقم يعد مقياساً للإلتواء يمكن من الوصف والمقارنة ، ونعرض فيما يلي مجموعة من الطرق المستخدمة ، وكلها تشترط أن تكون المتغيرات كمية ، وتفسر النتائج فيها كما يلي :

إذا كان الرقم صفر ، فأن ذلك يعني أن التوزيع متماثل وإذا كانت قيمته موجبة فإن ذلك يعني أن الإلتواء موجب ، وإذا كانت القيمة سالبة فأن ذلك يعني أن الالتواء سالب .

١٣-٣ معامل إلتواء بيرسون الأول K. Pearson :

ل١ = ($\bar{س}$ - م) / σ (١٣-١)

حيث $\bar{س}$ المتوسط الحسابي

مـ المنوال

σ الانحراف المعياري

١٣-٣ معامل إلتواء بيرسون الثاني :

$$ل_2 = \frac{3(\bar{س} - و)}{\sigma} \qquad (١٣-٢)$$

حيث و هو الوسيط

١٣ - ٤ معامل بولي للإلتواء Bowley :

$$ل_3 = \frac{ر_3 + ر_1 - 2ر_2}{ر_3 - ر_1} \qquad (١٣-٣)$$

حيث ر١ ، ر٢ ، ر٣ الربيع الأول والثاني (الوسيط) والثالث علي التوالي .

١٣-٥ معامل التواء العزم الثالث :

ويعتبر من أدق مقاييس الالتواء ، وصيغته :

$$ل = م_3^2 \ / \ (\sigma^2)^3 \qquad (١٣-٤)$$

وأحيانا يستخدم الجذر التربيعي كمقياس للإلتواء $م_3 \ / \ \sigma^3$

حيث $م_3$: العزم الثالث ، وصيغته

$$م_3 = \frac{مج (س - \bar{س})^3 ك}{ن} \qquad (١٣-٥)$$

تطبيق (١٣-١):

في التطبيق الخاص بدرجات الطلبة ، المطلوب :

١ - قياس الالتواء باستخدام :

(أ) معامل التواء بيرسون الأول .

(ب) معامل التواء بيرسون الثاني .

(ج) معامل التواء بولي .

(د) معامل التواء العزم الثالث .

الحل:

١ - قياس الالتواء .

(أ) بيرسون ل١ = $\frac{\bar{س} - م}{\sigma}$

$= \frac{٥٢ - ٥٢,٩}{١٤,٥٩٥} = -٠,٠٦$

(ب) بيرسون ل٢ = $\frac{٣(\bar{س} - و)}{\sigma}$

$= \frac{٣ (٥٢ - ٥٢,١٤)}{١٤,٥٩٥} = -٠,٠٣$

(ج) بولي ل٣ = $\frac{ر٣ + ر١ - ٢ر٢}{ر٣ - ر١}$

$= \frac{٦١,٧ + ٤٢,١ - ٢(٥٢,١٤)}{٦١,٧ - ٤٢,١} = ٠,٠٢$

(د) معامل التواء العزم الثالث :

$$\text{م}_{٣} = \frac{\text{مج}\,(\text{س} - \bar{\text{س}})\,\text{ل}}{\text{ن}} = \frac{١٦٢٠٠}{٥٠} = ٣٢٤$$

$$\text{ل} = \frac{(\text{م}_{٣})^{٢}}{(\sigma^{٢})^{٣}} = \frac{(٣٢٤)^{٢}}{(١٤,٥٩٥^{٢})^{٣}} = \frac{١٠٤٩٧٦}{٩٦٦٥٥٠٦} = ٠,٠١$$

وهذه النتائج كلها تشير إلي أن التوزيع قريب من التماثل .

الدرجات	ك	س	س− س̄	ك(س − س̄)٢	ك(س − س̄)٣	ك(س − س̄)٤
٢٠ − ٣٠	٤	٢٥	−٢٧	٢٩١٦	−٧٨٧٣٢	٢١٢٥٧٦٤
٣٠ − ٤٠	٦	٣٥	−١٧	١٧٣٤	−٢٩٤٧٨	٥٠١١٢٦
٤٠ − ٥٠	١٢	٤٥	−٧	٥٨٨	−٤١١٦	٢٨٨١٢
٥٠ − ٦٠	١٤	٥٥	٣	١٢٦	٣٧٨	١١٣٤
٦٠ − ٧٠	٩	٦٥	١٣	١٥٢١	١٩٧٧٣	٢٥٧٠٤٩
٧٠ − ٨٠	٣	٧٥	٢٣	١٥٨٧	٣٦٥٠١	٨٣٩٥٢٣
٨٠ − ٩٠	٢	٨٥	٣٣	٢١٧٨	٧١٨٧٤	٢٣٧١٨٤٢
	٥٠			١٠٦٥٠	١٦٢٠٠	٦١٢٥٢٥٠

فصل ١٤

مقاييس التفرطح

Kurtosis

الفصل الرابع عشر

مقاييس التفرطح

Measures of Kurtosis

من الخصائص الأخري للتوزيعات والتي ينبغي وصفها تحديد درجة تفرطحها ، فقد يتساوي توزيعان في المتوسط وفي التشتت وفي الالتواء ولكن قد يكون أحدهما أكثر تفرطحاً من الاخر .

وهذه الخاصية تقاس بمعامل التفرطح :

$$ت = م_٤ / \sigma^٤ \qquad (١٤-١)$$

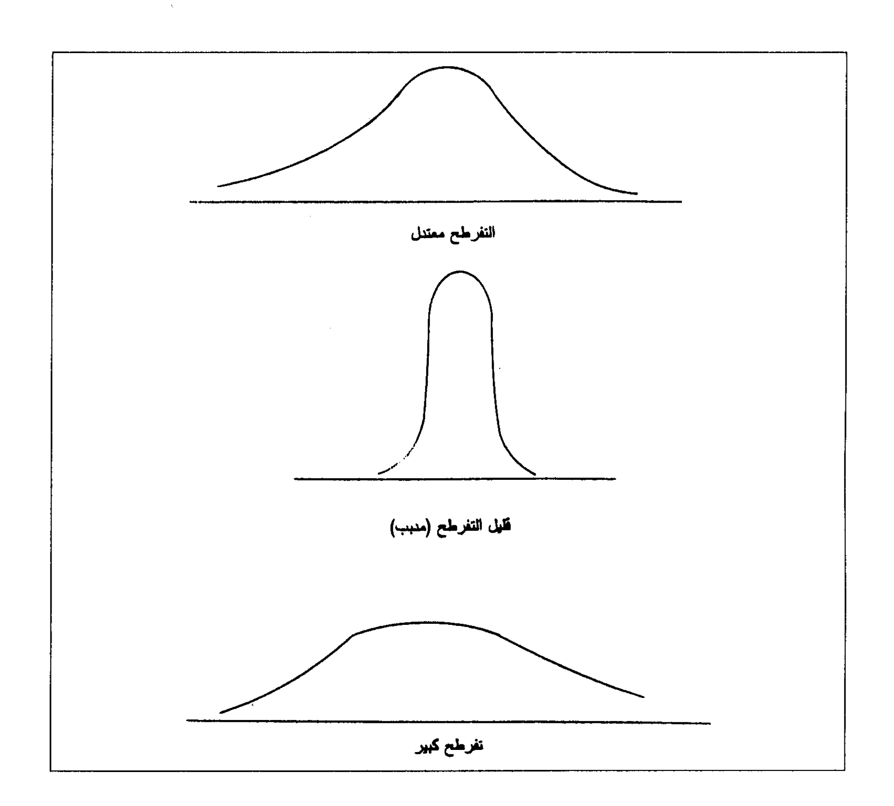
$$حيث\ م_٤ = \frac{مج\ (س - \bar{س})^٤\ ك}{ن} \qquad (١٤-٢)$$

وهو العزم الرابع . ويتطلب حساب معامل التفرطح أن تكون المتغيرات كمية ، كما أن حسابه يكون مناسباً في حالة التوزيعات ذات القيمة الواحدة وتكون قيمة هذا المعامل صفراً إذا كان التوزيع طبيعي(*) .

وإذا كانت القيمة موجبة فإن ذلك يعني أن التوزيع تتركز قيمه قريبة من المتوسط بدرجة أكثر من التوزيع الطبيعي المساوي له في الانحراف المعياري.

وإذا كانت القيمة سالبة فإن ذلك يعني التوزيع يكون قيمه أقل تركــزا بــالقرب من المتوسط وذلك بالمقارنة بالتوزيع الطبيعي المساوي لـــه فـــي الانحـــراف المعياري.

ويعتبر التوزيع الطبيعي ذو تفرطح معتدل Mesokurtic والتوزيعات التي يكون فيها معامل التفرطح موجباً تعد قليلـــة التفـــرطح Leptokurtic . أما التوزيعات التي يكـــون فيهـــا المعامـــل ســـالباً تعـــد ذو تفـــرطح كبيـــر Platykurtic. والأشكال التالية توضح ذلك .



تطبيق (١٤-١):

في التطبيق (٥-١) الخاص بدرجات الطلبة ، المطلوب قياس التفرطح :

الحل:

قياس التفرطح :

العزم الرابع $\text{م}_{٤} = \frac{\text{مج}\,(\text{س} - \bar{\text{س}})^{٤}\,\text{ك}}{\text{ن}} = \frac{٦١٢٥٢٥٠}{٥٠} = ١٢٢٥٠٫٥$

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_{\text{٤}}}{\sigma^{\text{٤}}} - \text{٣} = \frac{\text{١٢٢٥٠٥}}{(\text{١٤,٥٩٥})^{\text{٤}}} - \text{٣}$$

$$= \frac{\text{١٢٢٥٠٥}}{\text{٤٥٣٧٥}} - \text{٣} = \text{٢,٧} - \text{٣} = \text{-٠,٣}$$

فصل ١٥

مقاييس التركيز

Concentration

١٥-١ الأهمية

١٥-٢ منحنى لورنز

١٥-٣ نسبة جبيني للتركيز

الفصل الخامس عشر

مقاييس التركيز

Concentration Measures

15-1 الأهمية:

تستخدم هذه المقاييس لقياس مدي تركز المتغيرات لدي بعض الفئـــات في وقت معين أو عبر الزمن . مثال ذلك :

- تركز الدخل أو الأراضي لدي بعض الأفراد أو المجموعات .
- تركز الصناعة أو السوق في عدد قليل من المشروعات أو في مناطق قليلة .
- تركز السكان في مساحة قليلة من الأراضي .
- تركز الأرباح لدى بعض الشركات .

وهناك عدة أساليب تستخدم لقياس التركيز أهمها :

١- منحنى لورنز Lorenz curve .

٢- نسبة التركيز لجيني Gini concentration ratio .

٣- معمل شوتز Schutz coefficient .

٤- دليل هيرفندال Herfindahl index .

وفيما يلي نعرض منحنى لورنز و نسبة التركيز لجيني باعتبارهما من أكثر الأساليب شيوعاً في هذا المجال .

٣-١٥ منحنى لورنز:

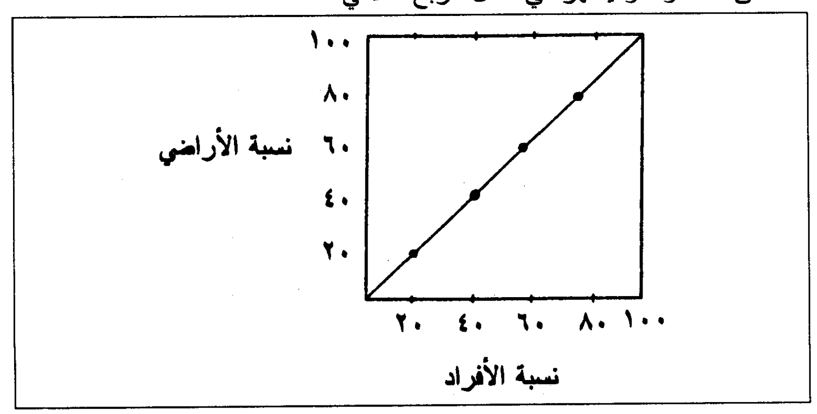
هو شكل بياني قدمه Lorenz عام ١٩٠٥ لقياس مدى تركز المتغير لدى بعض الفئات . و يتم تحديد مقدار التركز باعتباره ممثلا بالمساحة بين منحنى لورنز ومنحنى المساواة . وتقوم الفكرة على أساس أنه إذا كانت هناك مساواة في توزيع الأراضي على الأفراد مثلا لوجدنا أن :

١٠% من الأفراد يملكون ١٠% من الأراضي .

٢٠% من الأفراد يملكون ٢٠% من الأراضي .

وهكذا ...

وإذا عرضنا هذه العلاقة بيانياً نجدها ممثلة بخط مستقيم و هذا ما يسمى منحنى (خط) التوزيع المتساوي Line of equal distribution وباختصار منحنى المساواة و يظهر في شكل مربع كالآتي :



غير أنه من النادر أن يكون التوزيع على هذه الصورة و لذا نقوم

بعرض المنحنى الفعلي في نفس الوقت مع منحنى المساواة و يكون الفرق في المساحة بينهما ممثلا لمقدار التركز و يتم رسم منحنى لورنز بنفس الطريقة أي بعرض العلاقة بين :

- نسبة الأفراد [تكرار متجمع نسبي] .
- نسبة الأراضي [و هو أيضاً تجميع نسبي للأراضي المملوكة] .

ويمكن رسم عدة منحنيات في نفس الشكل - و ذلك لأغراض المقارنة ، مثال ذلك مقارنة مدى تركز الدخل أو الأراضي لدى الأفراد في أزمنة مختلفة وكذا لمقارنة مدى تركز الإنتاج لدى شركات الغزل وشركات الأغذية وشركات الأدوية .

وباستخدام الرموز - لنفرض أنه لدينا توزيع تكراري

ك عدد الأفراد أو التكرار بكل فئة

س قيمة المتغير ، مثلا الأراضي المملوكة لمجموعة الأفراد وعددها ك. وفي حالة ما إذا كانت س ترمز لمركز الفئة فإن قيمة الأراضي المملوكة تصبح س ك.

[ك] التكرار المتجمع

[س] القيمة المتجمعة للمتغير

ك التكرار المتجمع معروض كنسبة من التكرار الكلي

س القيم المتجمعة للمتغير معروضة كنسبة من مجموع القيم .

و بذلك يكون منحنى لورنز هو عرض بياني للعلاقة بين ك ، س .

تطبيق (١٥-١):

التوزيع التالي يوضح عدد الأشخاص و الثروة المملوكـــة لـــدى كـــل مجموعة.

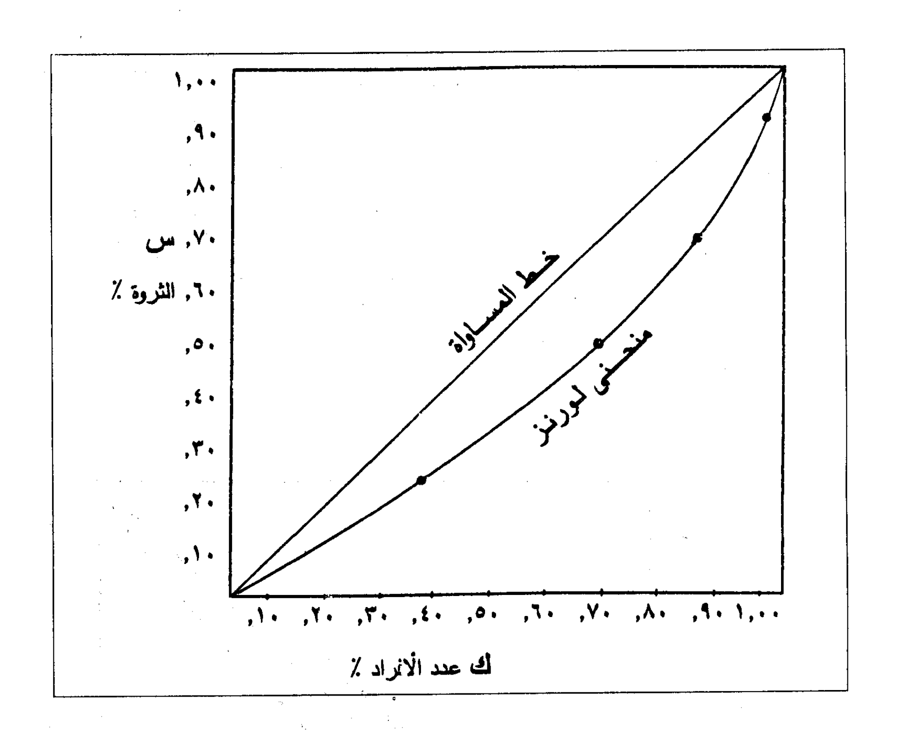
والمطلوب عرض منحنى لورنز لتوضيح مدى تركز الثروة .

عدد الأشخاص	١٣	١٠	٥	٤	١
الثروة (ألف)	٧٨	١٠٠	٧٥	٨٠	٢٥

الحل:

ك	س	[ك]	[س]	ك	س
١٣	٧٨	١٣	٧٨	٠,٤٠	٠,٢٢
١٠	١٠٠	٢٣	١٧٨	٠,٧٠	٠,٥٠
٥	٧٥	٢٨	٢٥٣	٠,٨٥	٠,٧١
٤	٨٠	٣٢	٣٣٣	٠,٩٧	٠,٩٣
١	٢٥	٣٣	٣٥٨	١,٠٠	١,٠٠

ونحصل علي منحني لورنز بعرض العلاقة بـــين (ك ، س) بيانيـــاً كما يلي :

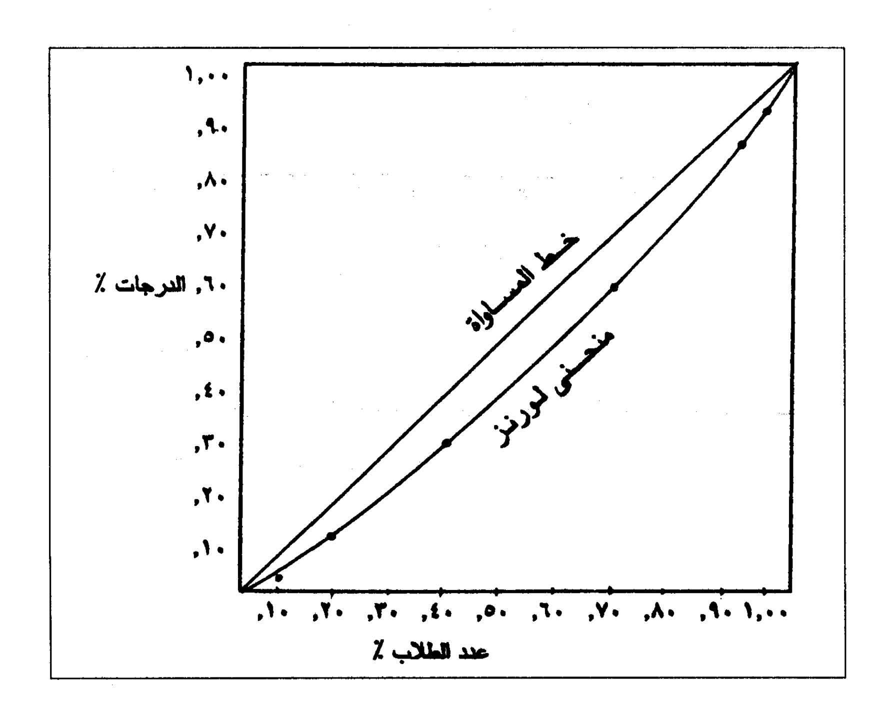


تطبيق (١٥-٢):

بالاشارة إلي التطبيق (٥-١) الخاص بدرجات الطلاب المطلوب عرض منحني لورنز لتوضيح مدي تركز الدرجات .

الحل:

الفئات	ك	س	[ك]	[س]	ك	س
٢٠ – ٣٠	٤	٢٥	٤	١٠٠	٠,٠٨	٠,٠٤
٣٠ – ٤٠	٦	٣٥	١٠	٣١٠	٠,٢٠	٠,١٢
٤٠ – ٥٠	١٢	٤٥	٢٢	٨٥٠	٠,٤٤	٠,٣٣
٥٠ – ٦٠	١٤	٥٥	٣٦	١٦٢٠	٠,٧٢	٠,٦٢
٦٠ – ٧٠	٩	٦٥	٤٥	٢٢٠٥	٠,٩٠	٠,٨٥
٧٠ – ٨٠	٣	٧٥	٤٨	٢٤٣٠	٠,٩٦	٠,٩٣
٨٠ – ٩٠	٢	٨٥	٥٠	٢٦٠٠	١,٠٠	١,٠٠



١٥-٣ نسبة جيني للتركيز Gini Concentration Ratio

مقياس قدمه جيني Gini لقياس المساحة المحصورة بين منحني لورنز وخط المساواة ، وهذا القياس في صورة نسبة إلي المساحة الكلية تحت خط المساواة (القطر) ويتم حساب هذه النسبة باستخدام الصيغة التالية (*) :

ج = محـــ س ر ك ر+١ - محـــ س ر +١ ك ر (١٥-١)

حيث ج نسبة جيني للتركز

س ر ك ر كما سبق تعريفهما من منحني لورنز، ويتم التجميع علي كل الفئات.

تطبيق (١٥-٣) :

احسب نسبة جيني للتركيز في التطبيق (١٥- ١) الخاص بتوزيع الثروة .

الحل:

ك	س	س ر ك ر + ١	س ر + ١ك ر
٠,٤٠	٠,٢٢	٠,١٥٤	٠,٢٠٠
٠,٧٠	٠,٥٠	٠,٤٢٥	٠,٤٩٧
٠,٨٥	٠,٧١	٠,٦٨٩	٠,٧٩١
٠,٩٧	٠,٩٣	٠,٩٣	٠,٩٧٠
١,٠	١,٠٠		
		٢,١٧٨	٢,٤٥٨

نسبة جيني للتركيز = ٢,٤٥٨ - ٢,١٧٨ = ٠,٢٨

(*) SHRYOCK, H ET AL (1976), THE METHODS AND MATERIALS OF DEMOGRAPHY, ACADEMIC PRESS, NEW YORK, P. P. 93.

الباب الثانى

وصف العلاقة بين متغيرين

الفصل ١٦: الجدول التكرارى المزدوج Bivariate Table

الفصل ١٧: مقاييس الإرتباط Correlation Measures

الفصل ١٨: مقاييس التقدير Prediction **(الإنحدار** Regression)

الفصل ١٩: مقاييس التقدير (السلاسل الزمنية Time Series)

تمهيد

إن غاية العلم هى التحكم فى الظواهر والأشياء والأحـــداث،حتى يمكـــن إدارة الحياة لما فيه خير الإنسانية . إن ذلك يستلزم أمرين :

١ فهم هذه المتغيرات ، ويستلزم ذلك وصفها وصفا علميا

٢ وصف العلاقة بين المتغيرات ، وتحديد طبيعتها

فى الفصول الســـابقه قدمـــنا عدد مـــن المقاييـــس الإحـــصائيه التـــى تهـــدف إلى تحقيق الأمر الأول ؛ ونقدم فى هذا الباب والذى يليه أساليب تحقيق الأمر الثانى.

إن وصف العلاقة بين المتغيرات هى من أهداف العلم الرئيسيية أيا كان المجال ، ففى العلوم الطبيعيه ، العلاقه بين حجم الغاز وضغطه ، بين الحـــراره وتمدد المعادن ، .. وفى علم الوراثه نبحث فى العلاقه بين طول الأب وطـــول الإبن ، بين ذكاءالأب وذكاء الأبن ،لون البشره للأب ولونها للإبـــن ... وفـــى العلوم الطبيه ، العلاقه بين التدخـــين والإصابه بمرض معـــين ، العمر وضغط الدم ، علاقة مرض معين أو توزيعه حسب السن أوالجنس.

وفى العلوم الإجتماعيه، يهتم الباحثون بالعلاقه بين الطبقـــه الإجتماعيـــه وبين مستوى الدخل ، درجة التعليم ، ونوع الوظيفه والعلاقـــه بـــين التحـــصيل الدراسى وبين مستوى الذكاء،المستوى الإجتماعى والإقتصادى ، المستوى التعليمى للوالدين ، وكذاللعلاقه بين الجريمه والبطاله وهكذا بينها وبين مستوى الـــدخل ،

كثافة السكان وكذا العلاقه بين إنتاجية العامل وبين أجره ، ظــروف معيــشته ، عمره ، مدة خبرته .

وفى العلوم الإقتصاديه،يهتم الباحثون بالعلاقه بين الدخل والإستثمار ، بين سعر السلعه والطلب عليها ، بين المحصول الزراعى ومعدل سقوط المطر ، بين الدخل القومى وعدد السكان ، .. وفى العلوم الإداريه يهتم المسؤولون ببحـــث العلاقه بين المبيعات والأرباح ، بين حجم الإنتاج والتكلفة ، بين حجم المبيعات والإعلان ... الخ.

هيكل دراسة العلاقه بين المتغيرات

دراسة العلاقه بين المتغيرات تنقسم حسب مايلى :

أولاً : طبيعة العلاقة :وفى ذلك تقسم إلى : الإرتباط والتقدير ، وسيتم تخصيص فصل مستقل لعرض كل موضوع منهما.

ثانيًا :مستوى القياس : حيث يتم التمييز بين الأساليب حـسب مـستوى قيـاس المتغيرات ، أى : متغيرات كمية ،متغيرات ترتيبيه، متغيرات إسميه. وفى ذلـك تتعدد الأساليب كثيرا لتلائم كافة التوافيق الممكنة.

ثالثا : عدد المتغيرات : حيث يتم التمييز بين:

١ حالة دراسة العلاقه بين متغيرين فقط .

٢ حالة دراسة العلاقه بين عدة متغيرات.

الفصل ١٦

الجدول التكرارى المزدوج

Bivariate Table

١٦-١ الأهمية

١٦-٢ إعداد الجدول المزدوج

١٦-٣ التوزيع المزدوج النسبى

الفصل السادس عشر

الجدول التكراري المزدوج

في هذا التوزيع يتم تنظيم البيانات المتعلقه بمتغيرين س ، ص في وقت واحد وذلك بهدف وصف العلاقه القائمه بين هذين المتغيرين.

١٦-١ الأهمية

١ يعد خطوة مبدأية فى عملية وصف العلاقة بين متغيرين ،

٢ التوزيع التكرارى الوحيد لأى متغير يمكن الحصول عليه من التوزيع الهامشى . وهذا يعنى أنه يعرض ثلاثة توزيعات فى وقت واحد : توزيع س ، توزيع ص ، توزيع س ص.

٣ تحقيق كافة المزايا السابق عرضها فى القسم ٥-١ بشأن أهمية التوزيع التكرارى لمتغير وحيد.

٤ يعد أساسا لحساب العديد من المقاييس الإحصائية ، وأساسا ضروريا لحساب بعض المقاييس الإحصائية ، مثلا معامل إرتباط كرامير[1] ، و[2] إختبار كا^2.

٥ يوضح بصورة سريعة تقريبية طبيعة العلاقة بين المتغيرين ، كما هو موضح بالتطبيق (١٦-١)

---

1 راجع القسم ١٧-٤-٢

2 راجع القسم ٢٨-١-٢

١٦-٣ إعداد الجدول المزدوج

تخصص الأعمدة لقيم أحد المتغيرين والصفوف لقيم المتغير الآخــر. ويتم إستخدام العلامات لتفريغ القيم داخل الجدول ، كما تــم فـــى حالـــة إعـــداد الجدول التكرارى لمتغير وحيد [1] ، مع مراعاة أن كل علامة هنا تخصص لزوج من القيم.

تطبيق (١٦-١):

فيما يلى بيانات ثلاثين عاملا . ويمثـــل أحد المتغيرين أجر العامل فـــى اليوم ، والمتغير اللآخر يمثل إنتاج ذلك العامل، والمطلوب إعداد توزيع تكرارى من خمس فئات منتظمة.

الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج
١ 03	67	92	50	90	60	82	35	83	41
102	77	100	73	81	47	93	62	86	60
92	68	82	50	96	78	88	64	93	75
94	79	99	70	89	42	87	31	91	66
90	57	88	57	97	55	93	59	95	65
94	69	89	68	85	59	98	67	87	43

الحل:

يتم تفريغ البيانات فى كشف مزدوج أولا تدون فيه العلامات ، ونبدأ أولا بتحديد طول الفئة.

---

1 القسم ٥-٢

$$\text{طول الفئة بالنسبة لتوزيع الأجور} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{٧٩ - ٣١}{٥} = ٩,٦$$

ويكون طول الفئة المناسب يساوى عشره.

$$\text{طول الفئة بالنسبة لتوزيع الإنتاج} = \frac{١٠٣-٨١}{٥} = ٤,٤$$

ويمكن إعتبار طول الفئه المناسب يساوى خمسه. وبعد ذلك نقوم بتحديد التكرارات وذلك باستخدام العلامات ، حيث نبدأ بأزواج القيم بالترتيب ، ونضع علامه لكل زوج مقابل فئتى الأجروالإنتاج المناظرتين . فمثلا الزوج الأول وهو (٤١ ، ٨٣) نخصص له علامه أمام فئة الأجر ٤٠ - ٥٠ وتحت فئة الإنتاج ٨٠ – ٨٥، والزوج الثانى وهو(٦٠ ، ٨٦) نخصص له علامه أمام فئة الأجر ٦٠ - ٧٠ وتحت فئة الإنتاج 85 -٩٠وهكذا حتى ننتهى إلى الزوج الأخير وهو (٦٩ ، ٩٤).

الأجر الإنتاج	٨٠-٨٥	٨٥-٩٠	٩٠-٩٥	٩٥-١٠٠	١٠٠-١٥٠
٣٠-٤٠	/	/			
٤٠-٥٠	//	//			
٥٠-٦٠	/	//	///	/	
٦٠-٧٠		///	/////	//	/
٧٠-٨٠			//	//	//

الأجر \ الإنتاج	٨٠-٨٥	٨٥-٩٠	٩٠-٩٥	٩٥-١٠٠	١٠٠-١٥٠	
٣٠-٤٠	١	١				٢
٤٠-٥٠	٢	٢				٤
٥٠-٦٠	١	٢	٣	١		٧
٦٠-٧٠		٣	٥	٢	١	١١
٧٠-٨٠			٢	٢	٢	٦
المجموع	٤	٨	١٠	٥	٣	٣٠

ويلاحظ مايلى:..

(١) الجدول التكرارى المزدوج يتكون من مجموعه من الصفوف ومجموعه من الأعمده . وهى بقدر عدد فئات المتغير المتناظر ، والجدول فى التطبيق السابق يحوى خمس صفوف وخمس أعمده.

(٢) الجدول يتكون من مجموعه من الخلايا تحوىالتكرارات المزدوجه ، فمثلا الرقم ٥ الموجودبالصف الرابع والعمودالثالث يعنى أن هناك ٥ عمال أجورهم تقع فى الفئه ٦٠ - ٧٠ وإنتاجهم يقع فى الفئه ٩٠-٩٥.

(٣) الجدول يحوى عدد من التوزيعات التكراريه لمتغيرات وحيده.

(٤) يمكن إستنتاج طبيعةالإرتباط بصوره تقريبيه من الجدول التكرارى المزدوج ، وبالنظر إلى الجدول التكرارى المزدوج السابق يمكن القول بأنه إرتباط طردى بمعنى أنه كلما زاد إنتاج العامل زاد أجره ، ويمكن إستنتاج ذلك من درجة تجمع التكرارات حول القطر الرئيسى (الذى يبدأمن أعلى اليمين) (لاحظ أن المتغيرات مرتبه تصاعديا).

١٦-٣ التوزيع المزدوج النسبى

لمزيد من الإيضاح يتـم عـرض التـكرارات فـى صـوره نـسبيـه وذلـك بنسبتها إلى أساس معين. وفى حال الجداول المزدوجه يكون من المفيـد عرض التكرارات النسبيه بالصوره التالية:

(أ) نسبة كل التكرارات بالجدول إلى المجموع الكلى للتكرارات.

(ب) نسبة التكرارات بكل صف إلى مجموع تكرارات الصف.

(ج) نسبة التكرارات بكل عمود إلى مجموع تكرارات العمود.

وبذلك يمكن عرض ثلاثة نسب بكل خليه.

تطبيق (١٦-٢):

فى دراسه للعلاقه بين التحصيل العلمى والغياب قـام باحث تربوى بجمع البيانات التاليه وهى توضح العلاقه بين درجة الطالب فى إحدى المقررارت (س) ونسبة حضوره فيها(ص).

والمطلوب إعداد توزيع تكرارى مزدوج.

س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
70	92	55	79	51	82	42	85	57	83
45	79	60	84	47	82	63	86	53	84
33	75	65	87	39	80	82	95	55	88
64	85	58	83	61	88	65	91	42	77
50	81	52	82	53	79	45	80	55	82
25	80	36	79	59	85	63	90	39	79
65	88	45	80	49	86	54	83	64	85
75	89	42	83	41	79	52	86	78	88
30	76	35	78	25	76	48	83	26	75
20	77	40	85	55	82	46	79	88	92

الحل: راجع التطبيق (٥-١)

عدد الفئات = ٧ من قاعدة ستورج

طول الفئه.

الدرجات = $\frac{\text{٨٨-٢٠}}{\text{٧}}$ = $\frac{\text{٦٨}}{\text{٧}}$ = ١٠ تقريبا

نسبة الغياب = $\frac{\text{٩٥-٧٥}}{\text{٧}}$ = $\frac{\text{٢٠}}{\text{٧}}$ = ٣ تقريبا

وبتوسيط العلامات كما سبق ، نصل إلى التوزيع المزدوج التالى:

س/ ص	٧٥-	٧٨-	٨١-	٨٤-	٨٧-	٩٠-	٩٣-	مجموع
٢٠-	٣	١						٤
٣٠-	٢	٤						٦
٤٠-	١	٥	٣	٣				١٢
٥٠-		٢	٨	٣	١			١٤
٦٠-				٤	٣	٢		٩
٧٠-					٢	١		٣
٨٠-						١	١	٢
مجموع	٦	١٢	١١	١٠	٦	٤	١	٥٠

تطبيق(١٦-٣):

فى دراسة العلاقه بين مستوى التعليم (س) والأجر الشهرى (ص) بالألف جنيه — تم جمع البيانات التاليه فى أحد المجتمعات.

والمطلوب : إعداد توزيع تكرارى مزدوج من ثلاث فئات

س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
ثانوى	٧	جامعى	٩	ثانوى	٨	متوسط	٥	ثانوى	٧
جامعى	٨	متوسط	٢	متوسط	٣	متوسط	٧	جامعى	٨
متوسط	٦	متوسط	٤	متوسط	٩	ثانوى	٦	متوسط	١٢
ثانوى	٩	ثانوى	٣	جامعى	١٣	متوسط	٤	متوسط	٤

الحل:

طول فئه ص = $\frac{١٣ - ٢}{٣}$ = $\frac{١١}{٣}$ = ٤ تقريبا .

س/ ص	٢ – ٦	٦ – ١٠	١٠ – ١٤	مجموع
متوسط	٦	٣	١	١٠
ثانوى	١	٥		٦
جامعى		٣	١	٤
	٧	١١	٢	٢٠

الفصل ١٧

مقاييس الارتباط

Correlation Measures

١٧-١ مقدمة
١٧-١-١ الأهمية
١٧-١-٢ تصنيف مقاييس الارتباط
١٧-٢ الإرتباط بين متغيرات كميان
١٧-٢-١ العلاقة الخطية
١٧-٢-٢ معامل بيرسون
١٧-٢-٣ البيانات المبوبة
١٧-٣ الارتباط بين متغيرات ترتيبيان
١٧-٣-١ مقدمة
١٧-٣-٢ معامل ارتباط سبيرمان
١٧-٣-٣ معامل ارتباط جاما
١٧-٣-٤ معامل ارتباط كندال
١٧-٤ الارتباط بين متغيرات إسميان
١٧-٤-١ مقدمة
١٧-٤-٢ معامل ارتباط كرامير
١٧-٤-٣ معامل إرتباط لامدا
١٧-٤-٤ معامل إرتباط الرباعي
١٧-٥ الارتباط بين متغير كمي ومتغير إسمى
١٧-٥-١ معامل إرتباط السلسلتان
١٧-٥-٢ معامل إرتباط السلسنان الثنائي
١٧-٥-٣ نسبة الإرتباط
١٧-٦ الارتباط بين متغير ترتيبي ومتغير إسمى
١٧-٦-١ معامل إرتباط السلسلتان للرتب
١٧-٦-٢ معامل ثيتا
١٧-٧ تطبيقات متنوعة

الفصل السابع عشر

مقاييس الارتباط

١.١٧ مقدمه

١٧ ـ ١ ـ ١ الأهميه:

تهدف مقاييس الارتباط لوصف درجة التغير الإقترانى بين المتغيرات وتفيد في:

١- تحديد قوة الإرتباط بين المتغيرين، أى بيان ما إذا كان الارتباط قوى،ضعيف،منعدم.

٢- تحديد اتجاه العلاقه بين المتغيرين،أي بيان ماإذا كانت العلاقه طرديه أم عكسيه.

٣- إن دراسة الإرتباط تعدالأساس لدراسة وتحليل علاقات السببيه .

٤- تعطى مؤشرات لإمكان تقدير المتغيرات بدلاله أخرى.

٥- تعد مقاييس الارتباط من المؤشرات الهامة في قياس الصدق والثبات والموضوعية ،لما له من أهميه كبيره للتأكد من سلامة الاختبارات وإجراءات جمع البيانات.

١٧ـ ١ ـ ٢ تصنيف مقاييس الإرتباط:

وكما ذكرنا فإنه سيتم عرض مقاييس الإرتباط بين متغيرين فقط ، والجدول التالى يعرض مجموعة مقاييس الإرتباط مقسمه حسب مستويات

القياس، لتكون مرشدا للباحث فى إختيار المقياس المناسب .

مقاييس الإرتباط بين متغيرين

س / ص	كمى	ترتيبى	إسمى
كمى	ر		ر" ر " ى
ترتيبى	رَ جا تو		ر≠ Ø
إسمى			ق ل ر+

ر معامل ارتباط بيرسون

ر معامل ارتباط السلسلتان

ر. معامل ارتباط السلسلتان الثنائي

ى نسبة الأرتباط

ر معامل سبيرمان

جا معامل جاما

تو معامل كندال

ر≠ َ معامل ارتباط السلسلتان للرتب

Ø معامل ثيتا

ق معامل كرامير

ل معامل لامدا

ر+ معامل الإرتباط الرباعى

٢.١٧ الارتباط بين متغيران كميان:

فى دراسة العلاقه بين المتغيرات الرقمية(المقياس الفتــرى والنـــسبي)
نميز بين حالتين:

١- إفتراض علاقه خطيه بين المتغيرين.

٢- إفتراض علاقه غير خطيه بين المتغيرين .

١٧ـ ٢ ـ ١ العلاقه الخطيه:

من الإفتراضـــات المناسبه عمليا حالة إفتــراض حاله خطيـــه بـــين المتغيرين.

فإذا كان لدينا متغيران س،ص فإن العلاقه الخطيه تكون على الصوره:

ص = أ + ب س

حيث أ ، ب ثوابت.

ولتوضيح ذلك نعرض للعلاقـــه بـــين درجـــة الحــــرارة فهرنهيـــت ، ولتكن(ص)

ودرجة الحرارة المئوية ولتكن (س). إن العلاقه بينهما هى على الصوره :

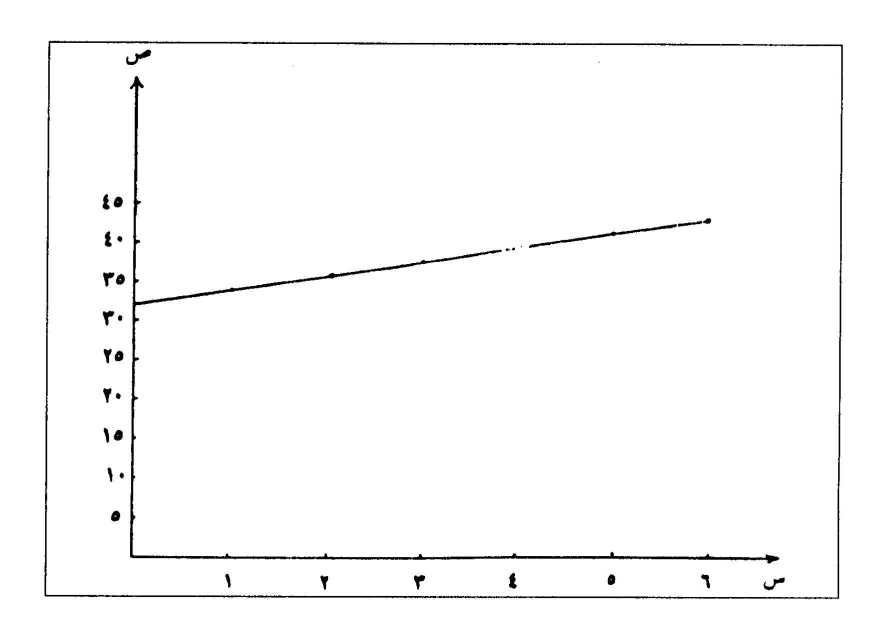
ص = ٣٢ + ١،٨ س

فإذا كانت درجة الحرارة المئوية (س)=صـــفر فـــإن درجـــة الحـــرارة فهرنهيت تساوى ٣٢ + ١،٨ (صفر)=٣٢. وإذا كانت س =٣ فإن ص = ٣٢ +١،٨(٣)

= 37,4 ويمكن عرض الجدول التالى لتوضيح العـ_اقه بين س ، ص.

س درجه مئويه	ص درجه فهرنهيت
صفر	32
1	33,8
2	35,6
3	37,4
4	39,2
5	41
6	42,8

وهذه العلاقه بين س،ص إذا ما تم تمثيلها بيانيا نجدها كما فى الشكل التالى:



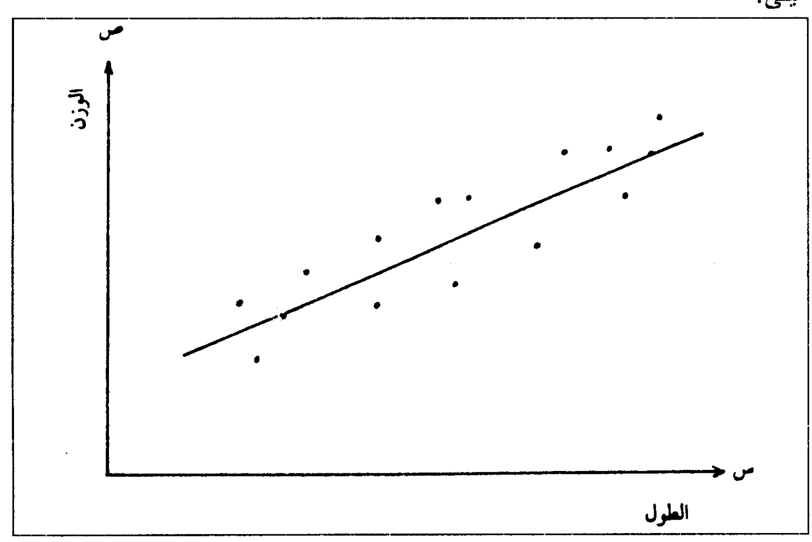
ويلاحظ أنها علاقه خطيه حيث يمثلها خط مستقيم.ويلاحظ أيضا أن النقاط (س،ص) تقع جميعها على خط مستقيم.وفى هذه الحاله نقول أن هناك إرتباط تام بين المتغيرين.ويلاحظ أيضا أن المتغير(ص)يتزايد بزيادة المتغير (س). ويقال في هذه الحالة أن هناك علاقه طرديه(أو موجبه) بين المتغيرين.

أما إذا كان أحد المتغيرين يتناقص كلما زاد المتغير الآخر فإننا نقول أن هناك علاقه عكسية أو)سالبه(بين المتغيرين،مثال ذلك العلاقة بين سعر السلعة والطلب عليها ، تكلفة الوحدة المنتجة وحجم الإنتاج.

ويلاحظ أنها علاقه خطيه حيث يمثلها خط مستقيم.ويلاحظ أيضا أن النقاط (س،ص)تقع جميعها على خط مستقيم.وفى هذه الحاله نقول أن هناك

إرتباط تام بين المتغيرين.ويلاحظ أيضا أن المتغير(ص) يتزايد بزيادة المتغير (س). ويقال فى هذه الحالة أن هناك علاقه طرديه(أو موجبه)بين المتغيرين.
أما إذا كان أحد المتغيرين يتناقص كلما زاد المتغيرلآخر فإننا نقول أن هناك علاقه عكسيه أو(سالبه) بين المتغيرين، مثال ذلك العلاقة بين سعر السلعة والطلب عليها ، تكلفة الوحدة المنتجة وحجم الإنتاج.

على أنه يلاحظ أن الإرتباط قد لايكون تماما، وهذا ما نلاحظه خاصة بين الظواهر الإقتصاديه والإجتماعيه.وفى هذه الحالات فإن النقاط (س،ص) لاتقع جميعها على خط مستقيم.فإذا كنا بصدد دراسة العلاقه بين أطوال مجموعه من الأشخاص(س) وأوزانهم (ص) فإن شكل إنتشار النقاط (س،ص) قد يكون كما يلى:



ومن الشكل يلاحظ أنه على الرغم مـــن أن النقـــاط (س، ص) لاتقـــع جميعها على خط مستقيم،فإنه يمكن الإفتراض ــ بوجـــود علاقـــه خطيـــه ــ وتوفيق خط مستقيم لتمثيل العلاقه بين المتغيرين كما يتضح بالشكل.

ودراسةالإرتباط تهدف إلى:

(أ) تحديد درجة أو قوة العلاقه بين المتغيرين.

(ب) تحديد اتجاه العلاقه ،هل هى علاقه طرديه (موجبه)أو عكسية (سالبه.)

(ج) إذا ما تأكدنا من قوة العلاقه بين المتغيرين،يمكن تقـــدير قيمـــة أحـــد المتغيرين بدلالة قيمة المتغير الآخر.

١٧ــ ٢ ــ ٢ معامل ارتباط بيرسون

يتم قيـــاس الارتباط الخطى بين متغيريـــن عن طريـــــق معامـــــل الارتباط (بيرسون) ويعرف معامل الارتباط (ر) بين المتغيـــرين س،ص كمـــا يلى:

$$ر = \frac{١}{ن} مجـ سَ صَ \qquad (١٧-١)$$

حيث : سَ هي الدرجات المعيارية للمتغير س.

صَ هي الدرجات المعيارية للمتغير ص.

ن عدد القيم.

وبعبارة أخرى فإن معامل الارتباط لمتغيـــرين س،ص هـــو المتوســـط الحسابي لحواصل ضرب قيميهما المعيارية.

ويلاحظ أن قيمة معامـــل الارتباط المذكورة أعلاه هي صيغه تعريفيـــه وليست الصيغة المناسبة من الناحية الحسابية حيث أنها تتطلب إيجاد الـــدرجات المعيارية لكلا المتغيرين وكما نعلم فإن:

$$\text{س} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{س}}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ص} - \bar{\text{ص}}}{\text{ص}}$$

أي أنه لا بد من إيجاد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لكــــلا المتغيرين. وعلى أي حال فإن صيغة معامـــل الارتباط يمكن تحويلهـــا إلـــى الصيغة المناسبة التالية:

$$\text{ر} = \frac{\text{ن}\ \text{مجـ}\ \text{س}\ \text{ص} - \text{مجـ}\ \text{س}\ \text{مجـ}\ \text{ص}}{\sqrt{[\text{ن}\ \text{مجـ}\ \text{س}^2 - (\text{مجـ}\ \text{س})^2]\ [\text{ن}\ \text{مجـ}\ \text{ص}^2 - (\text{مجـ}\ \text{ص})^2]}} \qquad (٢-١٧)$$

وهذه الصيغة أفضل كثيرا وتبسط من العمليات الحـــسابية المطلوبـــة، حيث يمكن التعويض في هذه الصيغة بمجرد حـــساب القـــيم س٢ ، ص٢، س ص.

خواص معامل الارتباط:

(أ) لا تتأثر قيمة معامل الارتباط إذا ما تم تحويـــل أى أو كلا المتغيـــرين س ، ص إلى متغيرات أخرى ، عن طريق طرح رقم ثابـــت أو عـــن طريق القسمة على رقم ثابت.

(ب) معامل الارتباط تنحص قيمته بين -١،+١ ، فإذا كانت ر =١ فإن ذلك يعنى وجود علاقه تامه موجبه ،ثم تنقص تدريجيا كلما بعدت قيمة ر عن ١ حتى تصل إلى صفر ، حيث لا توجـــد علاقـــــه . وإذا كانـــت قيمة ر = -١ فإن ذلك يعنى وجود علاقه تامه سالبه .

ولا توجد حدود عامه لتفسير قيمة معامل الإرتباط بين الحدين صـــفر، +١ (وبالمثل بين صفر،-١ ، ويتوقف الأمر على طبيعة المشكلة وعلى أى حـــال يمكن الاسترشاد بما يلي:

صفر إلى ٠،٣.	قدر ضئيل من الإرتباط يمكن إهماله
٠,٣ إلى ٠,٥	منخفض
٠,٥ إلى ٠,٧	ارتباط متواضع
٠,٧ إلى ٠,٩	قوى
٠,٩ على ١	قوى جدا

وبالمثل تفسر القيم السالبه لمعامل الإرتباط.

تطبيق (١٧-١):

- البيان التالي يوضح الأرقام القياسية في إحدي الـــدول لكـــل مـــن الأجـــور

والأسعار (تكلفة المعيشة) في عدد من السنوات ، أوجد معامل الارتباط بينهما:

السنة	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢	١٩٧٣	١٩٧٤
الرقم القياسي للأجور	١٢٠	١٢٥	١٣٢	١٣٠	١٣٨
الرقم القياسي للأسعار	١٠٥	١١٢	١٢٠	١٢٣	١٣٠

الحل:

معامل ارتباط بيرسون = ٠,٩٧٥

الإرتباط طردى وقوى جدا يكاد يكون تاما

١٧-٢-٣ القيم المبوبة:

الصيغة السابقة لمعامل بيرسون تستخدم فى حالة القيم غير المبوبة وتناسب الحالات التى يكون فيها عدد القيم قليلا . ولكن فى حالة التعامل مع عدد كبير من القيم يكون من ألا نسب تنظيمها في جدول أو توزيع تكراري مزدوج ، وحساب معامل الإرتباط من هذه البيانات المبوبة . كما أن الباحث قد يلجا إلى تحليل بيانات أو إحصاءات معروضة فى جداول تكرارية مزدوجة ، وعلية أن يقوم بقياس الإرتباط من هذه الجداول .

والصيغة المستخدمة لقياس الإرتباط فى هذه الحالة هى نفس الصيغة السابق عرضها مع أخذ التكرارات فى الحسبان ، وتصبح كما يلى :

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص ك} - \text{مجـ س ك}\ \ \text{مجـ ص ك}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{2}\ \text{ك} - (\text{مجـ س ك})^{2}]\,[\text{ن مجـ ص}^{2}\ \text{ك} - (\text{مجـ ص ك})^{2}]}} \qquad (\text{١٧-٣})$$

ويجب ملاحظة معنى ك فى هذه الصيغة فهي تعبر عن التكرار للمتغير السابق لها مباشرة ، فمثلا بالمقدار مج س ص ك تفسر ك على أنها التكـــرار للمتغير س ص أى التكرار المزدوج الموضح بالخلايا وسط الجدول وكذلك فإن ك بالمقدار مج س ك (مج ص ك) تعنى التكرار للمتغير س (ص) أى التكرار الهامشي .

تطبيق (١٧-٢):

المطلوب قياس الارتباط بين المتغير س (عدد الزوجات) والمتغير ص (عـــدد الأولاد فى الأسرة) باستخدام التوزيع المزدوج التالي :

ص \ س	١	٢	٣	٤	ك
٠-٤٠	٢٥	٢			٢٧
٤-٨	١٠	١٥	٥		٣٠
٨-١٢	٥	٨	٤	٦	٢٣
١٢-١٦		٥	١١	٤	٢٠
	٤٠	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠

ص \ س	١	٢	٣	٤	ك	ص	ص ك	ص٢ ك
٠-٤	٥٠	٨			٢٧	٢	٥٤	١٠٨
٤-٨	٦٠	١٨٠	٩٠		٣٠	٦	١٨٠	١٠٨٠
٨-١٢	٥٠	١٦٠	١٢٠	٢٤٠	٢٣	١٠	٢٣٠	٢٣٠٠
١٢- ١٦		١٤٠	٤٦٢	٢٢٤	٢٠	١٤	٢٨٠	٢٣٠٠
ك	٤٠	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠		٧٤٤	٧٤٠٨
س	١	٢	٣	٤				
س ك	٤٠	٦٠	٦٠	٤٠	٢٠٠			
س٢ ك	٤٠	١٢٠	١٨٠	١٦٠	٥٠٠			

محـــ س ص ك = ١٧٨٤

لاحظ أن قيم س ص ك موضوعة فى وسط الجدول . وتم حسابها كما يلى:

س	ص	ك
(١)	(٢)	(٢٥) = ٥٠
(٢)	(٢)	(٢) = ٨
(١)	(٦)	(١٠) = ٦٠

وهكذا .

$$ر = \frac{١٠٠\,(١٧٨٤) - (٢٠٠)\,(٧٤٤)}{\sqrt{[١٠٠\,(٥٠٠) - (٢٠٠)^{٢}]\,[١٠٠\,(٧٤٠٨) - (٧٤٤)^{٢}]}} = ٠,٦٨٤$$

أى أن الارتباط طردي متوسط .

١٧-٣ الارتباط بين متغيران ترتيبان :

١٧-٣-١ مقدمة :

إن معامل بيرسون للارتباط يتطلب أن يكون كلا المتغيران في صورة رقمية أي علي أساس التدريج ذو الفئات المتساوية . ولكن هناك بعض الظواهر قد تكون عروضه علي أساس التوزيع الترتيبي فقط ، فمثلا درجات الطلاب قد تكون معروضة علي أساس ممتاز – جيد جدا –جيد – متوسط – ضعيف – ضعيف جدا، وعلي أي حال هناك العديد من المتغيرات تعرض قياساتها علي هذا المستوي ، خاصة في العلوم الاجتماعية ، مثال ذلك الطبقة الاجتماعية ، القدرة علي القيادة الشعبية التى يتمتع بها الفرد ، الذكاء .

وفي هذا الصدد ، يوجد عدة مقاييس لبيان الارتباط بين المتغيرات نعرض منها ما يلي :

١٧-٣-٢ معامل ارتباط سبيرمان " spearman" :

يتم ترتيب كلا المتغيران ترتيبا تصاعديا " او تنازليا" ويتم احتسابه باستخدام الصيغة التالية :

$$ر' = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن (ن^٢ - ١)} \qquad (١٧-٤)$$

حيث ر ترمز لمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان ، ف = الفرق بين رتبة المتغيرين ، ن هو عدد أزواج القيم .

ملاحظات:

قيمة معامل ارتباط الرتب تنحصر بين –١، +١. وهو يساوي –١ إذا كان الارتباط تام عكسي ويساوي صفر في حالة عدم وجود ارتباط ، ويساوي +١ في حالة وجود ارتباط تام طردي .

صيغة معامل ارتباط الرتب ما هي إلا صيغة مختصرة لصيغة معامل ارتباط بيرسون وذلك في حالة تبطيقها علي الرتب .

يستخدم معامل سبيرمان أساسا لا يجاد الارتباط في حالــة المتغيــرات النوعية التى يمكن ترتيبها . ومع ذلك ، ولا عتبارات السهولة والــسرعة يــتم أحيانا استخدام في حالة البيانات الرقمية بدلا من معامل بيرسون خاصـــة وأن الفروق بينهما قليلة .

في حالة وجود قيم مكررة فإنه يعطي لكل منها رتبة تعادل المتوســط الحسابي لرتب القيم المكررة . وفي هذه الحالة فإن الصياغة السابق عرضـــها تعطي نتيجة تقريبية .

تطبيق (١٧–٣):

البيان التالي يوضح تقديرات ستة طلاب في مـــاديتي الأحـــصاء والرضـــيات والمطلوب أيجاد معامل الارتباط بين التقديرات في المادتين .

الطالب	أ	ب	ج	د	هـ	و
الرياضة	ممتاز	جيد	ضعيف	جيد جدا	مقبول	ضعيف جدا
الأحصاء	جيد جدا	جيد	ضعيف جدا	ممتاز	ضعيف	مقبول

الحل

س	ص	رتب	رتب	ف٢
درجة الرياضة	درجة الأحصاء	س	ص	
ممتاز	جيد جدا	٦	٥	١
جيد	جيد	٤	٤	صفر
ضعيف	ضعيف جدا	٢	١	١
جيد جدا	ممتاز	٥	٦	١
مقبول	ضعيف	٣	٢	١
ضعيف جدا	مقبول	١	٣	٤

$$\bar{ر} = ١ - \frac{٦ \text{ مح ف}٢}{ن(ن٢ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦(٨)}{٦(٣٦-١)} \qquad ١-٠,٢٢٩=٠,٧٧١$$

أي أنه يمكن القول بوجود ارتباط طردى وقوي بين تقديرات المادتين .

١٧-٣-٣ معامل جاما "Gamma" :

غالبا ما يكون عدد أزواج القيم للمتغيرين كبيرا ، وبالتالي فإن تصنيفها في فئات قليلة العدد يؤدي إلي زيادة في التكرارات وفي هذه الحالة لا يكون من

المناسب استخدام معامل سبيرمان السابق عرضه، وعلي أي حال هناك عــدة مقاييس يمكن إستخدامها في هذه الحالة ، نعرض منها واحد من المقاييس الهامة وهو معامل جاما والذي قدمه العالمان جودمان وكروسكال عام ١٩٥٤.

ولتوضيح معني الارتباط في هذه الحالات ، نعرض الجداول ، الخمس التالية وكل منها عبارة عن جدول مزدوج يعرض تقديرات ثمان طــلاب فـــي مادتي الاحصاء والرياضيات .

جدول (١)

رياضيات / إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٤	٠
مقبول	٠	٤

جدول (٢)

رياضيات / إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٣	١
مقبول	١	٣

جدول رقم(٣)

رياضيات / إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٢	٢
مقبول	٢	٢

جدول رقم (٤)

رياضيات / إحصاء	جيد	مقبول
جيد	١	٣
مقبول	٢	٢

جدول رقم (٥)

رياضيات / إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٠	٤
مقبول	٤	٠

والجدول (١) يعبر عن وجود ارتباط تام طردي بين تقديرات المادتين الجدول رقم (٣) يعبر عن عدم وجود ارتباط والجدول رقم (٥) يعبر عن وجود ارتباط تام عكسي .

ويعتمد معامل جاما علي حالات الاتفاق والاختلاف بين أزواج القـيم . فالجدول رقم (١) يفيد أن هناك ٤ طلاب تقديراتهم في المادتين " جيد ، جيـد" وهناك طلاب تقديراتهم " مقبول ، مقبول " وبمقارنـة تقـديرات طالـب مـن المجموعة الأولي بآخر من المجموعة الثانية نستطيع أن نقول أن هناك حالـة أتفاق . وبمقارنة الأزواج جميعها تكون عدد حالات الاتفاق تساوي ٤×٤= ١٦ حالة ويلاحظ أن الجدول رقم (١) لا يحوي حالات اختلاف أطلاقا بمعني وجود طالب حاصل علي " جيد ، مقبول " وآخر حاصل علي مقبول ، جيد" .
ويعرف معامل جاما " جا " كما يلي :

$$\text{جا} = \frac{\text{أ} - \text{خـ}}{\text{أ} + \text{خـ}} \qquad (١٧-٥)$$

حيث أ= عدد حالات الاتفاق ، خـ= عدد حالات الاختلاف .

وبحساب معامل جاما للجداول الخمسة نحصل علي النتائج التالية :

الجدول	أ	خـــ	جا
(١)	٤×٤=١٦	صفر	١٦-صفر / ١٦ +صفر = + ١
(٢)	٣×٣=٩	١×١=١	٩-١ / ٩+١
(٣)	٢×٢=٤	٢×٢=٤	٤-٤ / ٤+٤
(٤)	١×٢=٢	٢×٣=٦	٢-٦ / ٦+٢
(٥)	صفر	٤×٤=١٦	صفر-١٦ / صفر +١٦

ولتسهيل حساب أ ، خـــ من الجداول المزدوجة بـــصفة عامـــة فـــإن المتغيران يراعي فيهما الترتيب التصاعدي أو التنازلي من قمة الجـــدول مـــن اليمين . ويتم إيجاد مجموع حاصل ضرب كل رقم بالجدول " كل تكرار بالخلية " في التكرارات بالخلايا الأخري وحسب المسارات التالية .

عند إيجاد أ : إلي اسفل ويسارا .

عند إيجاد خـــ: غلي أسفل ويمينا .

ملاحظات :

معامل جاما تنحصر قيمتة بين + ١، -١ وهو يساوي +١ في حالة الارتبـــاط التام الطردي ، -١ في حالة الارتباط التام العكسي ، ويساوي صفر في حالـــة وجود ارتباط .

ولا توجد حدود عام لتفسير القيم بين صفر ، +١ " وكذا بـــين صـــفر ، -١ " ويمكن علي أي حال الاسترشاد بما يلي :

من صفر إلي ٠,١	ارتباط يمكن أهماله .
٠,١إلي ٠,٣	ارتباط ضعيف
٠,٣إلي ٠,٥	متوسط
٠,٥إلي ٠,٧	قوي
٠,٧إلي ١	قوي جدا

٢ – في حالة الجدول ٢×٢ " صفان وعمودان

أ	ب
ج	د

فإن الصيغة تكون

$$\text{جا} = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\text{أد} + \text{ب جـ}}$$

وهي نفس صيغة معامل ارتباط آخر يسمي معامل يول " Yule" .

تطبيق (١٧-٤):

في دراسة عن العلاقة بين مستوي التعليم ومستوي المسؤولية ، تـــم تـــصنيف

٧٢٠ من المستخدمين بإحدي الوزارات حسب هاتين الخاصيتين ، وكما هو موضح بالجدول التالي . أوجد معامل الارتباط؟

التعليم / المسؤولية	دكتوراه	ماجستير	بكالوريوس
عال	٥٥	٢٠٠	
متوسط	٥٥	١٠٠	٢٠٠
منخفض		٥٥	٥٥

أ=٥٥(١٠٠+٢٠٠+٥٥+٥٥)+٢٠٠(٢٠٠+٥٥)+٥٥(٥٥+٥٥)+١٠٠ (٥٥)= ٨٥١٠٠

خـ= ٢٠٠(٥٥)+٢٠٠(٥٥)=٢٢٠٠٠

$$\text{جا} = \frac{\text{أ} - \text{خـ}}{\text{أ} + \text{خـ}} = \frac{٨٥١٠٠ - ٢٢٠٠٠}{٨٥١٠٠ + ٢٢٠٠٠} = ٠,٥٨٩$$

أي يوجد ارتباط قوي وطردى ، أي أنه كلما زاد مستوي التعليم زاد مستوي المسؤولية .

تطبيق (١٧-٥):

في دراسة عن الحراك الاجتماعي في إحدي المدن قام أحد الباحثين الاجتماعيين بجمع بيانات عن ٢٠٠ شخص حسب الموضح بالجدول التالي وهي توضح الطبقة الاجتماعية التى ينتمي إليها كل من الشخص وابيه . أوجد معامل الارتباط بينهما ؟

الطبقة الاجتماعية

الأب / الأبن	ممتازة	جيدة	متوسطة	منخفضة
ممتازة	٦	٣	١	
جيدة	٣	٢٥	٣٠	٢
متوسطة	٨	٢٠	١٧	٣٥
منخفضة		٣	٢٢	٢٥

أ = ٦(٤٨+٦٩+٦٢)+٣(٦٩+٦٢)+١(٦٢)+٣(٢٣+٣٩+٦٠)+٢٥(٣٩+٦٠)
+٣٠(٦٠)+٨(٥٠)+٢٠(٤٧)+١٧(٢٥)=٧٩٣٥
خـ=١(١١+٤٨)+٣(١١)+٢(٣٩+٢٣+٨)+٣٠(٣١)+٢٥(٨)+٣٥(٢٥)+١٧(
٣)=٢٢٨٨

(يلاحظ أن الأرقام بين القوسين هي حاصل جمع أرقام أعمدة ، مثلا ٤٨=٢٥+٢٠+٣)

$$جا = \frac{أ - خـ}{أ + خـ} = \frac{٧٩٣٥ - ٢٢٨٨}{٧٩٣٥ + ٢٢٨٨} = ٠,٥٥$$

تطبيق (١٧-٦):

البيان بالجدول التالي ميثل توزيع مجموعة من الطلاب حسب درجاتهم بالاختبار وحسب الحالة الاجتماعية والاقتصادية لكل منهم . بين ما إذا كان هناك ارتباط بين مستوي التحصيل العلمي وبين الحالة الاجتماعية والاقتصادية للطالب .

التحصيل العلمي والحالة الاجتماعية والاقتصادية

الحالة الاجتماعية والاقتصادية / الدرجة	متوسط	جيد	ممتاز
صفر – ٦٠	٤٩	٥	١
٦٠-٧٠	١٧٨	١٢	٢
٧٠-٨٠	٩٦	٧٣	٧
٨٠-٩٠	٢٠	٥٧	١٨
٩٠-١٠٠	١١	١٣	٢٩

أ=

٤٩(٢١١)+٥(٥٦)+٥(٥٦)+١٧٨(١٩٧)+١٢(٥٤)+٩٦(١١٧)+٧٣(٤٧)+٢٠(٤٢)+٥٧(٢٩)=٦٣٤٨٩

خ= ١(٤٦٠)+ ٥(٣٠٥)+٢(٢٧٠)+١٢(١٢٧)+٧(١٠١)+٧٣(٣١)+١٨(٢٤)+٥٧(١١)=٨٠٧٨

$$جا = \frac{أ - خ}{أ + خ} = \frac{٦٣٤٨٩-٨٠٧٨}{٦٣٤٨٩+٨٠٧٨} = ٠,٧٧٤$$

أي يوجد ارتباط قوي جدا وطردي.

١٧-٣-٤ معامل ارتباط كندال

هذا المعامل قدمه كندال عام ١٩٣٨ لقياس الارتباط بين متغيرين كلاهما علـــي المستوي الترتيبي . ويرمز لهذا بالرمز T وينطق "تو" Tau.

وصيغته كما يلي :

$$\text{تو} = \frac{\text{أ} - \text{خـ}}{\text{٠,٥ن(ن}-\text{١)}} \qquad (\text{١٧}-\text{٦})$$

وتعرف أ ، خـ تماما كما في معامل ارتباط جاما

ملاحظات :

(١) قيمة المعامل تقع بين ±١ والقيمة ١ تعني ارتباط تام طردي ، -١ تعني ارتباط تام عكسي ، صفر تعني عدم وجود ارتباط .

(٢) في حالة وجود قيود ties أي وجود تكرار لبعض القيم فإن قيمة هذا المعامل لاتصل إلى الحد الأقصى ±١

(٣) هذا المعامل يرمز إلية كاملا بالصورة أ Ta إذ أن كندال – قدم معاملان آخران للارتباط وهو في سبيل معالجة الانتقادات الموجهة لمعامل تو أ- ويرمز للمعاملان الأخران بالرموز تو ب Tb ، تو س Tc.

(٤) المقدار ٠,٥ن " ن- ١"وهو مقام معامل كندال يمثل عدد المقارنات الكلي بين أزواج القيم .

تطبيق (١٧-٧):

في التطبيق (١٧-٥) الخاص بدراسة الحراك الاجتماعي ، المطلوب قياس الارتباط بين طبقة الشخص وأبيه باستخدام معامل كندال .

الحل:

$$\text{تو} = \frac{\text{أ} - \text{خـ}}{٠,٥\text{ن}(\text{ن}-١)} = \frac{٧٩٣٥-٢٢٨٨}{٠,٥(٢٠٠)(١٩٩)} \quad \frac{٥٦٤٧}{١٩٩٠٠} = ٠,٢٨٤$$

١٧-٤ الارتباط بين متغيران إسميان :

١٧-٤-١ مقدمة :

هناك الكثير من المتغيرات لا يمكن قياسها أو حتى مجرد تقسيمها في رتب وكل ما هو ممكن هو تقسيم المتغير إلى مجموعات أو أقسام يكون فيها لكل قسم صف مميزة له ،والأمثلة علي ذلك كثيرة ، فالجنس يتم تقسيمه إلى ذكور– إناث والحالة الاجتماعية يمكن تقسيمها إلى متزوج – أعزب – مطلق -- أمل ولون البشرة يمكن تقسيمها إلى أبيض – أسمر – أسود..الخ . والجنسية تقسم إلي مصري – سعودي – عراقي ..الخ. ونوع الجريمة يصنف سرقة -- سطو – قتل – خطف ..الخ.

١٧-٤-٢ معامل كرامير:

هناك عدد كبير من المقاييس الإحصائية التى يمكن استخدامها لبيان مدي العلاقة أو الارتباط بين هذه المتغيرات الكيفية ، منها ما يسمي معامل التوافق الذي قدمه العامل كرامير " cramer" عام ١٩٤٦ ويتم حساب هذا المعامل من جدول التوافق التالي عرضه باستخدام الصيغة التالية ، وهي نفس صيغة معامل كرامير ولكن بصورة مبسطة ولتسهيل العمل الحسابي " أنظر جدول التوافق أدناه" .

$$ق = \sqrt{\frac{ح-١}{ع-١}} \qquad (٧-١٧)$$

حيث : ق = معامل كرامير للتوافق.

ع= عدد الصفوف أو الأعمدة أيهما أقل.

$$حـ = مجـ \frac{(ك\ رل)^{٢}}{(ك\ ر.)(ك.ل)} = مجـ \frac{\text{"تكرار الخلية"}}{\text{"تكرار الصف" "تكرار العمود"}} \qquad (٨-١٧)$$

ك رل= تكرار الخلية الموجودة بالصف ر والعمود ل .

ك ر.= تكرار الصف ر .

ك.ل= تكرار العمود ل .

س / ص	س١	س٢	...	س ل	...	س د	
ص١	ك١١	ك٢١	...	ك١ل	...	ك١د	ك١.
ص٢	ك١٢	ك٢٢		ك٢ل		ك٢د	ك٢.
ص ر	ك ر١	ك ر٢		ك رل		ك رد	ك ر.
ص م	ك م١		...			ك م د	ك م.
	ك١٠	ك٢٠	...	ك.ل		ك.د	ن

ملاحظات :

تنحصر قيمة ق بين صفر، واحد صحيح ، وهو يساوي صفر في حالة الاستقلال التام ويساوي واحد في حالة الارتباط التام . هذا ويصعب تفسير القيم البينية ، أي بين الصفر والواحد تفسيرا دقيقا، على أنه يمكن الاسترشاد بما يلي:

من صفر إلى ٠,١	ارتباط قليل يمكن إهماله
٠,١ إلى ٠,٢	ارتباط ضعيف
٠,٢ إلى ٠,٤	ارتباط متوسط
٠,٤ إلي ٠,٦	ارتباط قوي
٠,٦ إلى ١	ارتبط قوي جدا

اتجاه العلاقة طردي أو عكسي " هنا أمر غير وارد .

في الحالة الخاصة ، إذا كان الجدول يشتمل علي صفان أو عمودان فإن صيغة معامل كرامير تصبح :

$$ق = \sqrt{حـ - ١}$$

وهذه مماثلة تماما لمعامل ارتباط آخر يطلق عليه معامل فاي "Phi"

تطبيق (١٧-٨):

في دراسة للعلاقة بين البطالة والأمية في كل من الريف والحضر تـم الحصول علي البيانات التالية ، والمطلوب بيان قوة العلاقة بينهما .

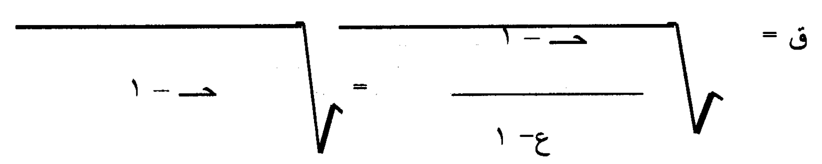
الحضر

	أمي	غير أمي	مجموع
عاطل	٥٠	١٧	٦٧
يعمل	١٢	٣١	٤٣
مجموع	٦٢	٤٨	١١٠

الريف

	أمي	غير أمي	مجموع
عاطل	٢٨	٢٠	٤٨
يعمل	٤٢	٣٥	٧٧
	٧٠	٥٥	١٢٥

الحل :



$$ق = \sqrt{\frac{حـ - ١}{ع - ١}} = \sqrt{حـ - ١}$$

ويمكن تسهيل حساب قيمة حـ بتدوين البيانات داخل الجدول وكما هو موضح بالمربع الملحق بكل خلية .

الحضر		
٥٠	١٧	٦٧
١٢	٣١	٤٣
٦٢	٤٨	

الريف		
٢٨	٢٠	٤٨
٤٢	٣٥	٧٧
٧٠	٥٥	

بالنسبة للحضر : ق = √(١,٢١١ – ١) = ٠,٤٦

أي وجد ارتباط قوي بين الأمية والبطالة .

بالنسبة للريف : ق = √(١,٠٠١ – ١) = ٠,٠٣٥ أي لا يوجد ارتباط بين الأمية و البطالة .

لاحظ أن الأرقام المدونة بالمربعات في الخلايا يتم حسابها حسب القاعدة السابق ذكرها وهي :

مربع التكرار بالخلية
―――――――――
مجموع الصف × مجموع العمود

وعلي سبيل المثال :

(٥٠)٢ / (٦٢) (٦٧) =٠,٦٠٢

(١٧)٢ / (٤٨) (٦٧) =٠,٠٩٠

وهكذا

تطبيق(١٧-٩):

البيان التالي يمثل توزيع عدد من الطلاب الجامعيات حسب تخصصاتهم العلمية وحسب طبقتهم الاجتماعية ، بين مدي قوة العلاقة بينهما .

التخصص العلمي والطبقة الاجتماعية

الطبقة / التخصص	متوسط	جيد	ممتاز	مجموع
علمي	١٧	٧٢	١٢٣	٢١٢
أدبي	٣٧	٩٧	٣٥	١٦٩
أخري	١٠٠	١٣	٢٢	١٣٥
المجموع	١٥٤	١٨٢	١٨٠	٥١٦

الحل:

نبدأ بإيجاد قيمة جـــ ويمكن تنظيم ذلك في جدول كالآتي:

٠,٠٠٩	٠,١٣٤	٠,٣٩٦
٠,٠٥٣	٠,٣٠٦	٠,٠٤٠
٠,٤٨١	٠,٠٠٧	٠,٠٢٠

وكما سبق فإن المقدار ٠,٠٠٩ علي سبيل المثال يتم الحـــصول عليـــه بتربيع التكرار المناظر في الجدول ثم القسمة علي مجموع الصف (٢١٢) وكذا علي مجموع العمود (١٥٤) أي :

$$\frac{(17)^2}{(154)\,(212)} = 0.009$$

وقيمة حـ هي حاصل جمع المقادير بالجدول الأخير

$$ق = \sqrt{\frac{حـ - ١}{ع - ١}}$$

$$= \sqrt{\frac{١,٤٤٦ - ١}{٣ - ١}} = ٠,٤٧٢$$

ويعبر ذلك عن وجود ارتباط قوي بين التخصص العلمي والطبقة الاجتماعية التي ينتمي إليها الطالب .

صيغة أخري لمعامل كرامير :

يمكن عرض معامل ارتباط كرامير بصيغة أخري كما يلي :

$$ق = \sqrt{\frac{كا٢}{ن\ (ع-١)}} \qquad (١٧-٩)$$

$$حيث\ كا٢ = \frac{مج\ (ك - \bar{ك})^٢}{\bar{ك}} \qquad (١٧-١٠)$$

ك = التكرار المشاهد

$\bar{ك}$ = التكرار المتوقع

ويتم حساب التكرار المتوقع بكل خلية بافتراض الاستقلال بين المتغيرين ، وباستخدام الصيغة :

$$ت = \frac{(\text{تكرار الصف})\ (\text{تكرار العمود})}{ن} \qquad (١٧-١١)$$

تطبيق (١٧-١٠):

التوزيع التكراري التالي يعرض حالة مجموعة من المرضى بعد تجربة مجموعة من المعالجات عليهم والمطلوب قياس الارتباط بين المعالجة والنتيجة.

المعالجة / النتيجة	الدواء أ	الدواء ب	الدواء الصوري	
تحسن	٤٧	٥٢	٣٢	١٣١
لم يتغير	٢٩	٢٢	٣٣	٨٤
أسوأ	٦	٣	١٦	٢٥
	٨٢	٧٧	٨١	٢٤٠

تحسب التكرارات المتوقعة وهي موضحة بالجدول التالي :

٤٤,٨	٤٢	٤٤,٢
٢٨,٧	٢٧	٢٨,٤
٨,٥	٨	٨,٤

وهذه التكرارات المتوقعة حصلنا عليها كما يلي :

$$\frac{٨٢ \times ١٣١}{٢٤٠} = ٤٤,٨$$

$$\frac{٧٧ \times ١٣١}{٢٤٠} = ٤٢$$

هكذا ، بعد ذلك نبدأ في حساب قيمة كا٢ كما يلي :

$$كا^٢ = \frac{(٤٧ - ٤٤,٨)^٢}{٤٤,٨} + \frac{(٥٢ - ٤٢)^٢}{٤٢} + ... + \frac{(١٦ - ٨,٤)^٢}{٨,٤}$$

= ١٨,٢٧ .

$$\text{ق} = \sqrt{\frac{\text{كا}^{2}}{\text{ن}\,(\text{ع} - 1)}} = \sqrt{\frac{18.27}{240\,(3-1)}} = 0.195$$

أي أن الارتباط ضعيف .

١٧-٤-٣ معامل ارتباط لامدا Lambda:

معامل لامدا قدمه العالم جوتمان عام ١٩٤١ لقياس الارتباط بين المتغيرات الاسمية ويتم احتسابه بعد إعداد جدول تكراري مزدوج باستخدام الصيغة التالية إذا كان الغرض تقدير ص بدلا من س .

$$\text{ل}_{\text{ص س}} = \frac{\text{مجـ}\ \hat{\text{ك}} - \hat{\text{ك}}_{\text{ص}}}{\text{ن} - \hat{\text{ك}}_{\text{ص}}} \qquad (١٧\text{ــ}١٢)$$

حيث : ك^ = تكرار الفئة المنوالية لكل فئة من فئات المتغير المقدر س

ك^ ص = تكرار الفئة المنوالية للتوزيع الهامشي للمتغير التابع ص .

ملاحظات :

١ــ معامل لامدا بين صفر ، ١ .

٢ــ معامل لامدا ليس معامل متماثل بمعني أن ل ص س لا يساوي ل س ص بصفة عامة .

٣ ــ معامل لامدا ل ص س يوضح الدرجة التي يمكن بها تقدير ص من المتغير المستقل أو المقدر س .

٤ ـ لامتدا تراجع إلى حرف من الحروف اليونانية ويكتب علي الصورة(λ).

تطبيق (١٧-١١):

في دراسة للمسجونين بأحد المجتمعات قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التكراري التالي بهدف تقدير نوع الجريمة بدلالة عمر مرتكبها ، والمطلوب قياس الارتباط بين المتغيرين .

العمر / نوع الجريمة	١٨-٣٠	٣٠-٥٠	٥٠ فأكثر	
قتل	٣٠	١٥	٤	٤٩
خطف	٢٠	٨٠	٦	١٠٦
سرقة	١٠	٥	١٢٠	١٣٥
	٦٠	١٠٠	١٣٠	٢٩٠

الحل:

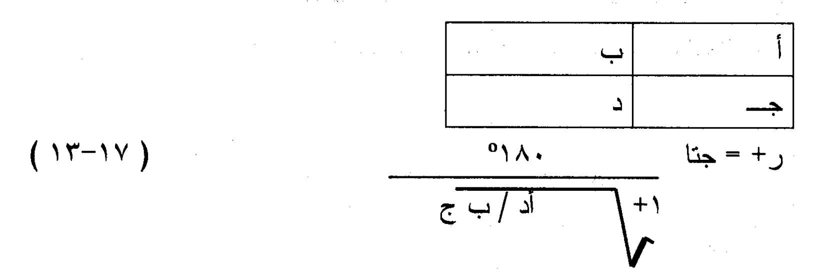
نضع ص = نوع الجريمة (المطلوب تقديره) ، س = العمر معامل لامدا هو المعامل المناسب .

$$ل\ ص\ س = \frac{مح\ ك\hat{}\ - ك\hat{}\ ص}{ن - ك\hat{}\ ص}$$

$$= \frac{٢٣٠ - ١٣٥}{٢٩٠ - ١٣٥} = \frac{٩٥}{١٥٥} = ٠,٦١$$

١٧ ـ ٤ ـ ٤ معامل الارتباط الرباعي :

يستخدم لقياس الارتباط بين متغيرين كل منهما ثنائي ويتضمن صفة الاستمرار ويتبع التوزيع الطبيعي ، ويتم حسابه من جدول ٢ × ٢ بالصيغة التالية



أ	ب
جـ	د

$$ر_+ = جتا \frac{180^\circ}{1 + \sqrt{أد / ب ج}} \qquad (١٧-١٣)$$

حيث : جتا هي جيب تمام الزاوية .

ملاحظات :

١ ـ هذه الصيغة تعد صيغة تقريبية للصيغة الأصلية (وهي معقدة) التي قدمها كارل بيرسون عام ١٩٠٠ .

٢ ـ حدود هذا المعامل هي –١ ، +١ .

٣ ـ مقدار الزاوية يتراوح بين صفر في حالة كون ب أو جـ (أو كلاهما) يساوي صفرا الي ١٨٠ في حالة أ أو د (أو كلايهما) يساوي صفرا .

٤ ـ يفضل تجنب استعمال هذا المعامل عندما يكون التقسيم لأي من المتغيرين بعيدا عن النسبة ٠,٥ والمدي المناسب هو (٠,٤ ـ ٠,٦)

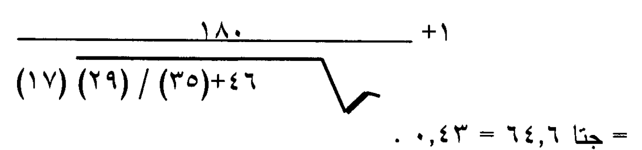
٥ ـ لا يصلح هذا المعامل إذا كان تكرار أحد الخلايا صفر إذ أن الإرتباط في هذه الحالة سيكون +– ١

تطبيق (١٧-١٢):

المطلوب قياس الارتباط بين المتغيرين باستخدام التوزيع أدناه :

التوافق / الدرجة	متوافق	غير متوافق	
فوق المتوسط	٤٦	٢٩	٧٥
تحت المتوسط	١٧	٣٥	٥٢
	٦٣	٦٤	١٢٧

ر+ = جتا



= جتا ٦٤,٦ = ٠,٤٣ .

١٧-٥ الإرتباط بين متغير كمي ومتغير إسمي

١٧-٥-١ معامل إرتباط السلسلتان Biserial Correlation

قدمه كارل بيرسون عام ١٩٠٩ ويستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين أحدهما كمي وليكن (ص) والآخر إسمى (س) ولكنه مستمر أصلا ويتبع التوزيع الطبيعي . فهناك

حالات يكون فيها المتغير مستمر أصلا ولكن يصعب قياسه ، أو قياسه بدقة مما يضطرنا

إلى التعبير عنه بقيمتان فقط فيبدو وكأنه ثنائى dichotomy ومن الامثلة على ذلك مستوى القلق (كبير – قليل) مستوى النجاح (راسب – ناجح) ، (يحب – يكره) ، العمر (شاب ، مسن) ، القوة (قوى ، ضعيف) ، ... الخ .

فإذا تم تخصيص قيمتين (صغرى ، كبرى)[1] ولتكن (٠ ، ١) لقيم المتغيـــر الثنائى ، وقمنا بتجزيء قيم ص تبعا لذلك بالتناظر إلى مجمـــوعتين : ص. ، ص ١ فإن معامل إرتباط السلسلتان (ر") يمكن حسابه بأي من الصيغ التالية :

$$\text{ر}'' = \frac{\overline{\text{ص}}_{١} - \overline{\text{ص}}_{٠}}{\sigma_{\text{ص}}} \quad \frac{\text{ق}_{١}\,\text{ق}_{٠}}{\text{أ}} \qquad (١٧-١٤)$$

$$\text{ر}'' = \frac{\overline{\text{ص}}_{١} - \overline{\text{ص}}}{\sigma_{\text{ص}}} \quad \frac{\text{ق}_{١}}{\text{أ}} \qquad (١٧-١٥)$$

$$\text{ر}'' = \frac{\overline{\text{ص}} - \overline{\text{ص}}_{٠}}{\sigma_{\text{ص}}} \quad \frac{\text{ق}_{٠}}{\text{أ}} \qquad (١٧-١٦)$$

حيث :

$\overline{\text{ص}}$ المتوسط الحسابى للمتغير ص

---

[1] يمكن أيضا تخصيص القيم (١ ، ٢) أو (٣، ٢) .... وهكذا

$\bar{ص}_1$ المتوسط الحسابى للمتغير ص١ المناظر للقيمة (١) للمتغير الثنائى

$\bar{ص}_0$ المتوسط الحسابى للمتغير ص .

ق ١ نسبة مفردات المتغير ص ١

ق . نسبة مفردات المتغير ص .

أ أحداثي (ارتفاع) المنحنى الطبيعي المعيارى عند النقطة التى ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق ١ ، ق ٠

تطبيق (١٧-١٣):

أراد أحد الباحثين درجة الصدق التلازمى concurrent Validity فى أحد اختبارات الإختيار من متعدد بهدف تحديد المهارة فى كتابة المقالات والبيان التالى يوضح درجة الإختبار لكل طالب ودرجته فى السؤال المقالي ، والتى حددت بالقيمة ١ فى حالة النجاح وصفر فى الرسوب .

درجة الاختبار ص	درجة المقال س
٢٥	٠
٣٠	١
٢٠	١
٢٥	٠
٤٠	١
٣٠	٠
٢٠	١
٣٥	٠
٢٥	١
٤٥	١

الحل:

$\overline{ص}$ = ٢٩،٥ σص =٧،٩ $\overline{ص}$١ =٣٠ $\overline{ص}$. = ٢٨،٧٥

ق ١ = ٠،٦ ق . = ٠،٤ أ = ٠،٣٨٦

$$ر'' = \frac{\overline{ص}_1 - \overline{ص}}{\sigma_{ص}} \quad \frac{ق_1}{أ}$$

$$= \frac{٣٠ - ٢٩،٥}{٧،٩} \times \frac{٠،٦}{٠،٣٨٦} = ٠،٠٩٨$$

الحل باستخدام الصيغة :

$$ر'' = \frac{\overline{ص} - \overline{ص}_.}{\sigma_{ص}} \quad \frac{ق_0}{أ}$$

$$= \frac{٢٩.٥ - ٢٨,٧٥}{٧،٩} \times \frac{٠،٤}{٠،٣٨٦} = ٠،٠٩٨$$

الحل باستخدام الصيغة :

$$ر'' = \frac{\overline{ص_1} - \overline{ص}}{\sigma_{ص}} \quad \frac{ق_1 ق_0}{أ}$$

$$= \frac{٣٠ - ٢٨،٧٥}{٧،٩} \times \frac{(٠،٦)(٠،٤)}{٠،٣٨٦} = ٠،٠٩٨$$

تطبيق (١٧-١٤):

فى دراسة للعلاقة بين التدريب والإنتاج تم إعداد التوزيع المقارن التالى وهو يعرض الإنتاج لمجموعتين ، اعتبرت الأولى مدربة وذلك لاستكمال برامج التدريب ، أما المجموعة الثانية اعتبرت غير مدربة لعدم استكمالها برامج التدريب . والمطلوب قياس الإرتباط بين التدريب والإنتاجية .

الإنتاج	عدد العمال		
	المجموعة المدربة	غير المدربة	إجمالي
٥٥-٦٠	١	١٦	١٧
٦٠-٦٥	٠	٢١	٢١
٦٥-٧٠	١	١٩	٢٠
٧٠-٧٥	٦	٢٧	٣٣
٧٥-٨٠	٦	١٩	٢٥
٨٠-٨٥	٢	١٦	١٨
٨٥-٩٠	٥	٦	١١
	٢١	١٢٤	١٤٥

الحل:

معامل الإرتباط المناسب هو معامل السلسلتين تخصص القيم (٠، ١) للمتغير الثنائى (غير مدرب ، مدرب)

والمتغير ص للإنتاج ، ص . لإنتاج العمالة الغير مدربة ، ص ١ لإنتاج العمالة المدربة .

ص ١ = ٧٧ ص . = ٧٠،٣٩ Qص = ٨،٨

ق١=٠،١٤٥ أ= ٠،٢٢٨

$$ر'' = \frac{ص_1 - ص_0}{Q_{ص}} \cdot \frac{ق_1 ق_0}{أ}$$

$$= \frac{٧٧ - ٧٠،٣٩}{٨،٨} \cdot \frac{(٠،١٤٥)(٠،٨٥٥)}{٠،٢٢٨} = ٠،٤٠٨$$

١٧-٥-٢ معامل إرتباط السلسلتان الثنائى Point Biserial

يستخدم لقياس الإرتباط عندما يكون أحد المتغيران كمي والآخر إسمى وثنائي أصيل مثل الجنس (ذكر –أنثى) ، التملك (يملك – لا يملك) ، الحالة الزواجية (متزوج – غير متزوج) .

ويمكن حسابه بأي من الصيغ التالية .

$$ر'. = \frac{(\bar{ص}_1 - \bar{ص}_.) \sqrt{(ق_1 ق_0)}}{\sigma_{ص}} \qquad (١٧-١٧)$$

$$\text{ر}''_{.} = \frac{\bar{\text{ص}}_{1} - \bar{\text{ص}}}{\sigma_{\text{ص}}} \sqrt{\frac{\text{ق}_{1}}{\text{ق}_{0}}} \qquad (17-18)$$

$$\text{ر}''_{.} = \frac{\bar{\text{ص}} - \bar{\text{ص}}_{.}}{\sigma_{\text{ص}}} \sqrt{\frac{\text{ق}_{0}}{\text{ق}_{1}}} \qquad (17-19)$$

وتعرف الرموز كما فى معامل إرتباط السلسلتان .

ملاحظات :

(١) الصيغة أعلاه هى نفس صيغة معامل بيرسون بعد تبسيطها باعتبار أن أحد المتغيران ثنائى .

(٢) لا يتطلب حسابه شرط التوزيع الطبيعى .

(٣) الصيغة التالية تعرض العلاقة بين ر " ، ر " .

$$\text{ر}'' = \text{ر}''_{.} \; \frac{\sqrt{\text{ق}_{1}\ \text{ق}_{0}}}{\text{أ}} \qquad (17-20)$$

تطبيق (١٧-١٥):

البيان التالى يعرض العلاقة بين درجة الإختبار والجنس [خصص رقم ١ للذكر و ٢ للأنثى[1]] .

---

[1] يمكن أيضا تخصيص القيم (٠، ١) أو (٢، ٣) .... وهكذا

درجة الاختبار ص	الجنس س
٢٦	١
٢٨	٢
٢٤	١
٢٢	١
٢٤	٢
٣٠	٢
٢٥	١
٢١	١
٢٥	٢
٢٠	١

الحل:

- ص = ٢٤،٥ Qص = ٢،٩١ -ص١ = ٢٣

ق١ = ٦/١٠ = ٠،٦ ق ٢ = ٠،٤

$$ر. = \frac{\bar{ص} - \bar{ص}_١}{\sigma_{ص}} \sqrt{\frac{ق١}{ق٢}}$$

$$= \frac{٢٤،٥ - ٢٣}{٢،٩١} \qquad \frac{٠،٦}{٠،٤} = ٠،٦٣$$

تطبيق (١٧-١٦) :

بافتراض أن العمالة فى التطبيق ٤٤ مقسمة إلى مجموعتين الأولى مدربة والثانية لم يسبق تدريبها على الإطلاق، والمطلوب قياس الإرتباط بين التدريب والإنتاجية .

الحل :

معامل الإرتباط المناسب فى هذه الحالة هو معامل إرتباط السلسلتان الثنائى .

$$ر" = \frac{٧٧- ٧٠،٣٩}{٨،٨} \; (٠،١٤٥)\,(٠،٨٥٥) = ٠،٢٦٤$$

١٧-٥-٣ نسبة الإرتباط Correlation Ratio

قدمها كارل بيرسون عام ١٩٠٥ لقياس الإرتباط فى حالة وجود علاقة غير خطية بين متغيرين س،ص وفيما يلى نسبة الإرتباط لإنحدار ص على س .

$$ى_{ص س} = \sigma_{ص-} / \sigma_{ص} \qquad (١٧-٢١)$$

وهناك صيغة مماثلة لإنحدار س على ص .

$$ى_{س ص} = \sigma_{س-} / \sigma_{س} \qquad (١٧-٢٢)$$

حيث Qص- ، Q س- هما الإنحرافان المعياريان لمتوسطات ص ، س • **هذه المتوسطات يتم حسابها أولا لكل فئة من فئات المتغير الآخر .**

ملاحظات :

(١) قيمة نسبة الإرتباط تقع بين صفر ،١ والقيمة صفر تعنى عدم وجود إرتباط والقيمة ١ تعنى وجود إرتباط تام .

(٢) قيمة نسبة الإرتباط موجبة دائما . ويمكن تحديد إتجاه الإرتباط من شكل الإنتشار .

(٣) ئ ٢ ≥ ر ٢ .

(٤) نسبة الإرتباط يمكن تطبيقها أيا كان شكل العلاقة بين المتغيرات، خطية أو غير خطية . وتكون العلاقة خطية فى حالة ما إذا كانت ى = ر . ولذلك فإنه من المفيد حساب ى ومقارنته بقيمة ر باعتبار ذلك إختبار للعلاقة الخطية .

(٥) حساب النسبة ئ ص س لا يعتمد على س وكذلك النسبة ئ س ص لا تعتمد على ص وكما هو واضح من الصيغ الرياضية لهاتين النسبتين . ويعنى ذلك أن هذه النسبة تشترط أن يكون واحد من المتغيران فقط كمي أما الآخر فيمكن أن يكون إسمى .

تطبيق (١٧- ١٧):

فى دراسة للعلاقة بين عمر العامل وإنتاجيته (س،ص) قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التكرارى التالى ، والمطلوب :

- حساب معامل إرتباط بيرسون
- حساب نسبة إرتباط ص على س

- حساب نسبة إرتباط س

على ص

ص \ س	١٥-٢٥	٢٥-٣٥	٣٥-٤٥	٤٥-٥٥	٥٥-٦٥	ك
٤٥-٥٥	٢٠					٢٨
٥٥-٦٥	٣	٧		٩		١٩
٦٥-٧٥		١٢		١٣		٢٥
٧٥-٨٥		٢	٧	٤		١٣
٨٥-٩٥			١٥			١٥
ك	٢٣	٢١	٢٢	٢٦	٨	١٠٠

الحل:

معامل إرتباط بيرسون :

ر = ١٠٠ (٢٥٥١٠٠) – (٣٧٥٠) ٦٦٨٠)

[١٠٠ (١٥٧١٠٠) – (٣٧٥٠) ٢] [١٠٠ (٤٦٥٦٠٠) – (٦٦٨٠)٢]

= ٤٦٠٠٠٠ = ٠،٢٥٧ إرتباط ضعيف .

[١٦٤٧٥٠] [١٩٣٧٦٠٠]

ى٢ ص س = σ^2 ص- / σ^2 ص

= ١٦٦،٤١/ ١٩٣،٧٦ = ٠،٨٥٩

ى ص س = ٠،٩٢٧

ى٢ س ص = ١٧،١٩٦ / ١٦٤،٧٥ = ٠،١٠٤

ى س ص = √ ٠،١٠٤ = ٠،٣٢٣

تطبيق(١٧-١٨) :

التوزيع التكرارى التالى يعرض درجات مجموعة من طلبة الثانوية العامة فى مادتين مختلفين س ،ص والمطلوب : قياس الإرتباط بينهما باستخدام

أ- معامل بيرسون

ب-نسبة الإرتباط ئ ص

س

ص \ س	١-٧	٨-١٤	١٥-٢١	٢٢-٢٨	٢٩-٣٥	٣٦-٤٢	٤٣-٤٩	٥٠-٥٦
١-١٠		١	١					
١١-٢٠	٢	١	٢	٢	١			
٢١-٣٠		٣	١٣	١٢	١٠	٣		
٣١-٤٠	١	٢	٥	٢٤	٢٠	١٩	٣	١
٤١-٥٠			٥	١٠	٢٢	٢٩	٨	٣
٥١-٦٠			٢	١	١٣	١٤	١٣	٧
٦١-٧٠				٢	٥	٢	٢٠	٥
٧١-٨٠		٠			١	١	٦	٦

الحل:

ر = ٠،٦٦   ٢Q = ٢،١٥٩

ص

٢Q ـص = ١،٠٠٣

ع ٢ = $\frac{١،٠٠٣}{٢،١٥٩}$ = ٠،٤٦٥

ع = $\sqrt{٠،٤٦٥}$ = ٠،٦٨١

ويلاحظ أن هذا الرقم قريب من معامل بيرسون (٠،٦٦) وهذا يبرر إفتراض الإنحدار الخطى .

١٧-٦ الإرتباط بين متغير ترتيبي ومتغير إسمي

معامل إرتباط السلسلتان للرتب

معامل ثيتا

١٧-٦-١ معامل إرتباط السلسلتان للرتب Rank biserial

يستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين أحدهما مقاس على المستوى الترتيبى والآخر ثنائى أصيل . وقد قدم هذا المعامل كوريتون Coreton عام ١٩٥٦ .
وصيغة هذا المعامل كما يلى .

ر# = (٢ / ن) ($\overline{ص}_١$ - $\overline{ص}_٠$)　　　　(١٧-٢٣)

حيث :

$\overline{ص}_١$ متوسط رتب المجموعة ص ١

$\overline{ص}_٠$ متوسط رتب المجموعة ص ٠

ن عدد الأزواج

وقيمة هذا المعامل تقع بين -١ ، + ١

تطبيق (١٧-١٩):

فى دراسة للعلاقة بين الجنسية (س) وحالة الشخص الاجتماعية والاقتصادية (ص) تم تخصيص القيمتان (٠ ، ١) للمتغير س بحيث تعنى القيمة (١) أن الشخص يحمل جنسية أصلية والقيمة (٠) تعنى أن جنسية الشخص مكتسبة : وبالنسبة للمتغير ص تم قياسه بمقياس ترتيبى وكما هو موضح أدناه .

والمطلوب قياس الإرتباط بين س ، ص

س	١	١	١	٠	٠	١	١	٠	١	٠	٠	٠
ص	٣	٢	١	٥	٤	٦	٧	١٠	٩	٨	١٢	١١

الحل:

$\overline{ص}_{١}$ = ٤٫٦٧ $\qquad$ $\overline{ص}_{٠}$ = ٨٫٣ $\qquad$ ن = ١٢

ر# = (٢ / ن) ($\overline{ص}_{١}$ - $\overline{ص}_{٠}$)

= (٢ / ١٢) (٤٫٦٧ – ٨٫٣٣) = –٠٫٦١

تطبيق (١٧-٢٠):

مجموعة من الطلبة تم تكليفهم بإعداد بحوث وذلك قدرتهم على الإبداع (س) وعلى أساس مبدع (س=١) وغير مبدع (س=٠) . وقد تم قياس ذكائهم (ص) وخصص لهم رتب مناسبة والمطلوب قياس الإرتباط بين الذكاء والقدرة على الإبداع باستخدام معامل ارتباط السلسلتان للرتب .

القدرة على الإبداع	١	١	١	٠	٠	٠	١	١	٠	٠
الذكاء	٢	٦	١	٧	٣	١٠	٩	٥	٤	٨

$\bar{ص}_{١}$ = ٤٫٦ $\qquad$ $\bar{ص}_{٠}$ = ٦٫٤ $\qquad$ ن = ١٠

ر# = (٢ / ن) ($\bar{ص}_{١}$ - $\bar{ص}_{٠}$)

= (٢/ ١٠) (٤٫٦ - ٦٫٤) = - ٠٫٣٦

١٧-٦-٢ معامل ثيتا (θ) Theta Coefficient

هذا المعامل قدمه فريمان Freeman عام ١٩٦٥ ويستخدم لقياس درجة لعلاقة بين متغير إسمى وآخر ترتيبى . ومقدار هذا المعامل مبنى على أساس مدى تلقى الوحدات فى مستوى (فئة) معين من المتغير الإسمى - تقديرا على للمتغير الترتيبى - عنه فى مستوى آخر من المتغير الإسمى .

ولغرض حساب معامل ثيتا ، نبدأ بإعطاء كل مستوى من المتغير الإسمى رقم معين إختيارى ولنتصوير المستويان ر ، ل حيث ر < ل . ويتم حساب معامل ثيتا باستخدام الصيغة التالية :

$$\theta = \frac{\text{مج} \mid أ_{ر ل} - ب_{ر ل} \mid}{\text{مج } ن_{ر}\, ن_{ل}} \qquad (١٧-٢٤)$$

حيث :

أ ر ل عدد المرات التى تكون فيها وحده فى المستوى ر أعلى من بعض

الوحدات فى المستوى ل .

ب ر ل عدد المرات التى تكون فيها وحده فى المستوى ر أقل من بعض الوحدات فى المستوى ل .

ن ر عدد وحدات المستوى ر (تكرار المستوى ر)

ن ل عدد وحدات المستوى ل .

ملاحظات :

١ (θ) هو حرف يوناني وينطق ثيتا . Theta

٢ معامل ثيتا يقع بين صفر وواحد ، ويكون صفرا فى حالة عدم وجود إرتباط وواحد فى حالة الإرتباط التام

تطبيق (١٧-٢١):

المطلوب قياس الإرتباط بين الجنس والقدرة على التهجى (القيم مرتبة تصاعديا) .

القدرة على التهجى / الجنس	١	٢	٣	٤	٥
١ ذكر	١		١		١
٢ أنثى		١		١	

الحل:

عدد المرات التى يكون فيها الذكر أفضل من الأنثى:

$أ_{21}$ = ٢ + ٠ + ١ + ٢= ٣

عدد المرات التى تكون فيها الأنثى أفضل من الذكر

$ب_{21}$ = ٢+١= ٣

$$\theta = \frac{|أ_{21} - ب_{21}|}{ن_1 \, ن_2}$$

$$= \frac{|٣ - ٣|}{٣(٢)} = \frac{صفر}{٦} = صفر$$

تطبيق (١٧-٢٢) :

بفرض أن التوزيع التكرارى للتطبيق السابق كان هو موضح أدناه ، المطلوب قياس الإرتباط بين الجنس والقدرة على التهجى .

القدرة على التهجى / الجنس	١	٢	٣	٤	٥
١ ذكر	١	١	١		
٢ أنثى				١	١

الحل:

$أ_{21}$ = صفر

$ب_{21}$ = ٢+٢+٢= ٦

$$\theta = \frac{|\text{٠} - \text{٦}|}{\text{٦}} = \text{١}$$

تطبيق (١٧-٢٣)

عيادة للإرشاد الطبى للأطفال تستقبل الحالات التالية : الإكتئـــاب ، الـــسرقة ، الشرود ،الكذب . وبعد الفحص يتم إعطائهم رتب حسب تشخيص العلاج بـــدءا من ١ للضعيف ، ٥ للجيد . بإستخدام التوزيع التكرارى التالى المطلوب قياس الإرتباط بين الأعراض والتشخيص .

التشخيص / الأعراض	٥	٤	٣	٢	١
١ شرود	٧	٣	١	١	٢
٢ كذب	٢	٢	٤	٦	٥
٣ سرقة	٢	٥	٨	٢	٣
٤ اكتئاب	١	٠	٣	٢	٦

الحل:

أ٢١ =٧(٢+٤+٦+٥) + ٣ (٤+٦+٥) +(٦+٥) + (٥) = ١٨٠

ب٢١ = ٢(٦+٤+٢+٢) +١(٤+٢+٢) + ١ (٢+٢) +٣(٢) =٤٦

وبالمثل يمكن حساب المقادير الأخرى ويمكن تلخيص النتائج فى الجدول التالى:

ر ل	أ ر ل	ب ر ل	[أ- ب]	ن ر ن ل
٢١	١٨٠	٦٤	١٣٤	٢٦٦
٣١	١٧٣	٦٢	١١١	٢٨٠
٤١	١٢٤	٢٠	١٠٤	١٦٨
٣٢	١٠٠	٢٠٧	١٠٧	٣٨٠
٤٢	١١٢	٦٠	٥٢	٢٢٨
٤٣	١٥٣	٣٩	١١٤	٢٤٠
			٦٢٢	١٥٦٢

θ = ٦٢٢ / ١٥٦٢ = ٠،٤٠

أى أن ٤٠% من المقارنات بين المرضى بأمراض مختلفة بينها إتساق فى اختلاف درجة التشخيص .

١٧-٧ تطبيقات متنوعة:

تطبيق (١٧-٢٤):

الجدول التالي يوضح درجات الحرارة المئوية والقيم المناظرة لها من درجات الحرارة فهرنهيت . والمطلوب إيجاد معامل الارتباط بينهما.

س درجه مئويه	صفر	١	٢	٣
ص فهرنهيت	٣٢	٣٣،٨	٣٥،٦	٣٧،٤

الحل:

س	ص	س^{٢}	ص^{٢}	س ص
صفر	٣٢	صفر	١٠٢٤	صفر
١	٣٣,٨	١	١١٤٢,٤٤	٣٣,٨
٢	٣٥,٦	٤	١٢٦٧,٣٦	٧١,٢
٣	٣٧,٤	٩	١٣٩٨,٧٦	١١٢,٢
٦	١٣٨,٨	١٤	٤٨٣٢,٥٦	٢١٧,٢

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}][\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٤(٢١٧,٢) - (٦)(١٣٨,٨)}{\sqrt{[٤(١٤) - (٦)^{٢}][٤(٤٨٣٢,٥٦) - (١٣٨,٨)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٣٦}{\sqrt{[٢٠][٦٤,٨]}} = ١$$

أى أن معامل الإرتباط يساوى واحد صحيح وهذا ما يجب توقعه ،حيث أن الإرتباط تام بين درجات الحراره المئويه والدرجات فهرنهيت.

تطبيق (١٧-٢٥):

- فيما يلي معدلات المواليد والوفيات حسب القارات عام ١٩٨٠ ، أوجد معامل الارتباط بينهما .

القارات	معدلات المواليد	معدلات الوفيات
أفريقيا	٤٦	١٧,١
أسيا	٣٤,٥	١٣
أمريكا اللاتينية	٣٥,٤	٨,٤
أمريكا الشمالية	١٥,٣	٩
أوروبا	١٤,٥	١٠
الأقيانوسية	٢١,٦	٩

الحل:

معامل ارتباط بيرسون = ٠,٧٢٥ .

تطبيق (١٧-٢٦):

- البيان التالي يمثل معدلات الجريمة لحالات السطو والخطف في عشر من الولايات التابعة لإحدي الدول ــ عام ١٩٧٢ ، والمطلوب ايجاد معامل الارتباط صيغتي بيرسون وسبيرمان :

معدل جرائم السطو	١٧٤٧	٩٢٠	٢٢٣٧	١٠٢١	١٨٥٦	١١١٣	٢٠٤٥	١١٢٤	٧٠٦	٧١٨
معدل جرائم الخطف	٣٧	٢٩	٥٦	٢٠	٣٣	١٥	٤٥	٤٢	٥	١٩

الحل:

معامل ارتباط بيرسون = ٠,٨٢٤

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان = ٠,٨٦٧

تطبيق (١٧-٢٧):

- البيان التالي يوضح درجات مجموعة من الطلبة في مادة الاحصاء وترتيب انتهائهم من الاختيار أوجد معامل الارتباط .

ترتيب الانتهاء	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
الدرجة	٩٨	٩٢	٩٧	٩٠	٩٥	٧٢	٩٧	٧٠	٦٥

الحل:

معامل ارتباط سبيرمان = - ٠,٦٩٦

تطبيق (١٧-٢٨):

- في دراسة للعلاقة بين سعر الكتاب وعدد صفحاته تم جمع البيانات التالية لعينة من الكتب ، بين ما إذا كان هناك ارتباط بين سعر الكتاب وعدد صفحاته.

سعر الكتاب	١٢٠	١٠٠	٧٠	٨٠	٧٠	١٥٠	١٠٠
عدد الصفحات	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٦٠٠

الحل:

معامل ارتبطا بيرسون = ٠,١٢٥ وهو يوضح أن الارتباط ضعيف جدا .

تطبيق (١٧-٢٩):

- أجريت دراسة علي عينة من ثلاثين لاعب لكرة القدم لبيان مدي العلاقة بين الطول والوزن ، أوجد معامل الارتباط باستخدام البيانات الموضحة في التوزيع التالي :

الطول / الوزن	١٨٠-١٩٠	١٧٠	١٦٠	١٥٠
٨٥-٩٠	٥			
٨٠-		٢	٨	
٧٥-		٦	٧	
٧٠-				٢

الحل:

بفرض أ، س متغير يمثل الطول ومراكز الفئات هـــي ١٨٥ ، ١٧٥ ، ١٦٥ ، ١٥٥ ولتسهيل العمل الحسابي كما ذكرنا نقوم بتحويل المتغير إلي آخر ولـــيكن س تكون له القيم ٢ ، ١ ، صفر ، -١ أي علي أساس طرح ١٦٥ من كل رقم ثم القسمة علي مركز الفئة وهو ١٠ .

وبالمثل نفرض أن س متغير يمثل الوزن وسنقوم بتحويله إلي متغير آخر ص له القيم ٢ ، ١ ، صفر ، -١ .

والجدول التالي يوضح كافة المعلومات المطلوبة .

س / ص	١٨٠-١٩٠	١٧٠-	١٦٠-	١٥٠-	مجموع	ص	ك ص	ك ص
٨٥-٩٠	٥				٥	٢	١٠	٢٠
٨٠-٨٥		٢	٨		١٣	٠	٠	٠
٧٥-٨٠		٦	٧		١٣	٠	٠	٠
٧٠-٧٥				٢	٢	-١	-٢	٢
مجموع	٥	٨	١٥	٢	٣٠		١٨	٣٢
س	٢	١	٠	-١				
ك س	١٠	٨	٠	-٢	١٦			
ك س٢	٢٠	٨	٠	٢	٣٠			
ك س ص	٢٠	٢	٠	٢	٢٤			

ر = (٣٠) (٢٤) – (١٦) (١٨) = ٤٣٢ = ٠,٦٧٥

$\sqrt{\quad}$ (٣٠ (٣٠) – (١٦)٢) (٣٠ (٣٢) – (١٨)٢) (٦٤٤) (٦٣٦)

=٠,٢٥٦

تطبيق (١٧–٣٠):

– في دراسة لأحوال الأسرة في إحدي المدن تم جمع البيانات التالية وهي تمثل الحالة الاجتماعية والاقتصادية لأسر كل من الزوج والزوجة . والمطلوب بيان مدي الارتباط بينهما .

الحالة الاجتماعية والاقتصادية

أسرة الزوج / أسرة الزوجة	ممتازة	جيدة	متوسطة
ممتازة	١١٨	٣٧	١٥
جيدة	١٨	١٣٠	٣٢
متوسطة	٩	٤٣	٩٨

الحل:

حا = أ – خ = ٥٥٨٤٢ – ٦٨٣٣ = ٠,٧٨

أ + خ = ٥٥٨٤٢ + ٦٨٣٣

أي يوجد ارتباط طردي قوي جدا بين الحالة الاجتماعية والاقتصادية لأسرة كل من الزوج والزوجة .

تطبيق (١٧-٣١):

– في بحث عن الصفات الوراثية تم جمع البيانات التالية ، بين ما إذا كان هناك توافق بين لون بشرة الأبناء وآبائهم .

الأبناء / الأباء	ابيض	قمحي	أسمر	مجموع
أبيض	٣٥	٧	٣	٤٥
قمحي	٢٠	٣٠	١٥	٦٥
أسمر	٧	١٦	٢٧	٥٠
مجموع	٦٢	٥٣	٤٥	١٦٠

الحل :

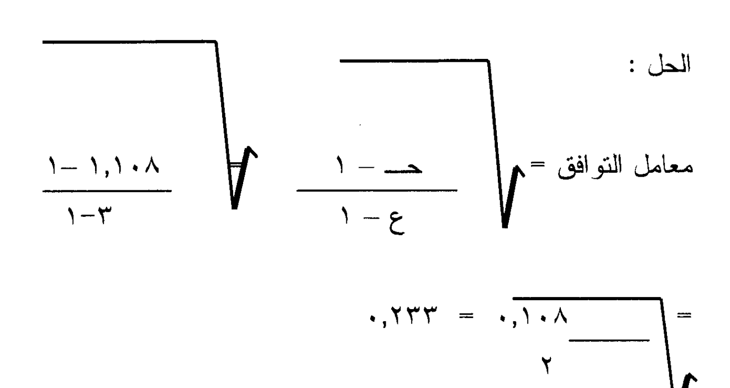
معامل التوافق = $\sqrt{\frac{\text{حـ} - ١}{\text{ع} - ١}} = \sqrt{\frac{٠,٣٣٨}{٢}} = ٠,٤١١$

تطبيق (١٧-٣٢):

ــ أجري بحث بإحدي وحدات العلاج النفسي لبيان درجة الارتباط بين الطبقة الاجتماعية وبين تشخيص المرض ، والمطلوب بيان قوة العلاقة بينهما .

الطبقة الاجتماعية / التشخيص	عصاب	كآبة	اضطرابات الشخصية	فصام الشخصية	مجموع
عالية	٤٥	٢٥	٢١	١٨	١٠٩
متوسطة	١٠	٤٥	٢٤	٢٢	١٠١
منخفضة	١٧	٢١	١٨	١٨	٧٤
مجموع	٧٢	٩١	٦٣	٥٨	٢٨٤

الحل :



$$\text{معامل التوافق} = \sqrt{\frac{\text{حـ} - ١}{\text{ع} - ١}} = \sqrt{\frac{١,١٠٨ - ١}{٣ - ١}}$$

$$= \sqrt{\frac{٠,١٠٨}{٢}} = ٠,٢٣٣$$

وهذا يعني وجود علاقة ولكنها متوسطة وليست قوية .

تطبيق (١٧-٣٣):

- لاختيار قدرة مصممي الأزياء علي تمييز الألوان ، تم إنشاء ١٠ أقراص كلها ملون باللون الأزرق ولكن بتدريج يبدأ من الأزرق الفاتح حتي الأزرق الغامق ورتبة كل لون محددة بمقياس خاص بذلك ، والبيانات التالية توضح الرتب الموضوعية والرتب التي تم تعيينها بمعرفة أحد المتقدمين للاختيار ، والمطلوب قياس مدي قدرته علي تميز الألوان .

الترتيب الموضوعي	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ترتيب المتقدم	١	٤	٧	٢	٣	٥	٨	٦	١٠	٩

الحل:

معامل ارتباط سبيرمان = ٠,٧٨ ويمكن القول أن قدرته علي تمييز الألوان كبيرة .

تطبيق (١٧-٣٤):

- في دراسة لاستعمال المكتبة تم إعداد التوزيع التكراري المـــزدوج النـــسبي أدناه ، المطلوب : قياس الارتباط بين معدل تداول الكتاب وحداثة الكتاب .

سنة النشر / معدل التداول	قبل ١٩٦٠	١٩٦٠-١٩٨٠	بعد ١٩٨٠
لا يستعمل	٣٠	١٠	٠
بطئ	٨	٢٠	٠
متوسط	٢	١٥	١٠
سريع	٠	٣	٢

الحل:

المتغيرات مقاسة علي المستوي الترتيبي ، ونستخدم معامل جاما .

أ = ٣٠ (٢٠+١٥+٣+١٠+٢) + ١٠(١٢) + ٨ (٣٠)+ (١٢)

+ ٢(٥) + ١٥ (٢) = ٢١٤٠ .

خ = ١٠ (١٠) + ٢٠ (٢) + ١٠(٣) = ١٧٠ .

$$\text{جا} = \frac{\text{أ} - \text{خ}}{\text{أ} + \text{خ}} = \frac{٢١٤٠ - ١٧٠}{٢١٤٠ + ١٧٠} = \frac{١٩٧٠}{٢٣١٠} = ٠,٨٥$$

أي أن الارتباط طردي وقوي جدا .

تطبيق (١٧-٣٥):

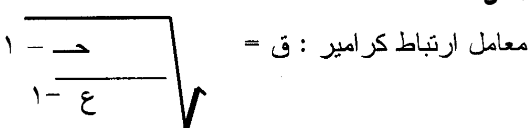
- في دراسة للعلاقة بين معدل إعارة الكتاب وتخصص الكتـــاب تـــم إعـــداد

التوزيع التكراري المزدوج التالي ، والمطلـوب قيـاس الارتبـاط بـين المتغيران .

تخصص الكتاب / معدل الإعارة	علوم اجتماعية	لغات	مكتبات	
بطئ	١٠	٣	١٢	٢٥
متوسط	٣٠	٥	١٧	٥٢
كبير	٢٠	٨	١٠	٣٨
	٦٠	١٦	٣٩	١١٥

الحل:

معامل ارتباط كرامير : ق =



والجدول التالي يوضح مكونات قيم جـ المناظرة للخلايا بالجدول التكراري :

٠,٠٦٦	٠,٠٢٢	٠,١٤٧
٠,٢٨٨	٠,٠٣	٠,١٤٢
٠,١٧٥	٠,١٠٥	٠,٠٦٧

جـ = ٠,٠٦٦ + ٠,٠٢٢ +٠٠٠٠+ ٠,٠٦٧ = ١,٠٤٢

$$ق = \sqrt{\frac{١,٠٤٢}{٣-١}} - ١ = ٠,١٤٥$$

الارتباط ضعيف .

تطبيق (١٧-٣٦):

- في دراسة للعلاقة بين عدد نسخ الكتاب ومعدل إعاراته ، تم إعـداد البيـان التالي ، والمطلوب قياس الارتباط بين المتغيرين .

عدد النسخ	٤	٨	٦	١	٥
معدل الإعارة	كبير	متوسط	متوسط	بطئ	كبير جدا

س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف٢
٤	كبير	٢	٤	٤
٨	متوسط	٥	٢,٥	٦,٢٥
٦	متوسط	٤	٢,٥	٢,٢٥
١	بطئ	١	١	٠
٥	كبير جدا	٣	٥	٤
				١٦,٥

معامل ارتباط سبيرمان ر = ١- $\frac{٦ \text{ مجـ ف}^٢}{\text{ن (ن}^٢ - ١)}$

$$= \frac{1 - ٦ (١٦,٥)}{٥ (٢٥-١)} = ٠,١٧٥$$

الارتباط طردي ضعيف .

تطبيق (١٧-٣٧):

- في دراسة للحراك الوظيفي في أحد المجتمعات ، قام أحد الباحثين الاجتماعيين بمتابعة التغير في الوظيفة ، ولهذا الغرض تم اختيار ٢٠٠ من العاملين القدامى ، وإعداد التوزيع التكراري الموضح أدناه ، وهو يعرض المستوي الوظيفي لهم في فترتين متباعدتين ، والمطلوب قياس الإرتباط بين المستويين .

المستوي الوظيفي

في الفترة الثانية / في الفترة الأولي	مرتفع	منخفض	متوسط
مرتفع	٢٠	٠	٢
متوسط	٤٠	٨	١٠
منخفض	٠	٣٠	٩٠

الحل:

معامل الارتباط المناسب هو معامل جاما ، يعاد ترتيب المتغيرات حسب القواعد ، وذلك بتبديل الأخير مع العمود الأوسط ، وبعدها نحصل علي :

أ = ٥٧٧٦ خ = ٨٠٠ جا = ٠,٧٥٧

الارتباط قوي جدا وطردي .

تطبيق (١٧-٣٨):

- في دراسة لصدق اختبار الاحصاء قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التكراري التالي وهو يعرض العلاقة بين درجة الإحصاء والمعــدل التراكمــي للطالــب والمطلوب قياس الارتباط .

درج الإحصاء / المعدل التراكمي	مقبول	جيد	جيد جدا	ممتاز
مقبول	١٥	٢	٧	١
جيد	١١	١٣	١٦	٥
جيد جدا	٤	٢٥	٢٧	١٠

الحل:

معامل جاما : جا = $\frac{\text{أ} - \text{خـ}}{\text{أ} + \text{خـ}}$

أ = ١٥ (١٣+ ١٦ + ٥ + ٢٥ +٢٧ +١٠) + ٢ (١٦+ ٥ +٢٧ +١٠) + ٧ (٥+ ١٠) + ١١ (٢٥+٢٧ + ١٠) + ١٣ (٢٧+ ١٠) + ١٦ (١٠) = ٢٩٨٤ .

خ = ١ (١٦+ ١٣+١١+٢٧+٢٥+٤) + ٧ (١١+١٣+٤+٢٥) +٢ (١١+٤) + ٥ (٢٧+٢٥+٤+) + ١٦ (٢٥+٤) +١٣(٤) = ١٢٩٣

جا = $\frac{٢٩٨٤ - ١٢٩٣}{٢٩٨٤ + ١٢٩٣}$ = $\frac{١٦٩١}{٤٢٧٧}$ = ٠,٣٩٥

يوجد ارتباط طردي متوسط .

تطبيق (١٧-٣٩):

- في دراسة لثبات الاختبار قام الباحثين التربويين بإعداد البيان التالي والـــذي يعرض درجات الأسئلة الفردية ودرجات الأسئلة الزوجية لكل طالب والمطلوب إيجاد معامل الارتباط .

درجات الأسئلة الفردية	٧٠	٩٠	٥٤	٣٧	٦٥
درجات الأسئلة الفردية	٨٥	٨٨	٦٠	٥٠	٥٥

الحل:

معامل إرتباط بيرسون ر = ٠,٨٤٩ وهو ارتباط طردي قوي .

تطبيق (١٧-٤٠):

- في دراسة لموضوعية الاختيار قام أحد الباحثين التربويين برصد الـــدرجات التالية وهي تمثل تصحيح أول وتصحيح ثان من قبـــل مـــصححين مختلفـــين للأوراق نفسها ، والمطلوب قياس الارتباط بينها :

تصحيح أول	١٠	٦	٦	٣	٢
تصحيح ثان	٩	٨	٤	٢	١

الحل:

معامل إرتباط بيرسون = ٠,٩٢١ وهو إرتباط طردي قوي جدا .

تطبيق (١٧-٤١):

- في دراسة للعلاقة بين معدل تداول الكتاب وتخصصه تـــم إعـــداد التوزيـــع التكراري التالي والمطلوب :

قياس الارتباط بين تخصص الكتاب ومعدل تداوله

معدل التداول / التصنيف	سريع	متوسط	بطئ
الاجتماع	٣	٧	٢٠
علم النفس	٢	٣	١٥
الجغرافيا والتاريخ	٤	٦	٢٠
أخري	٣	٥	١٢

$$ق = \sqrt{\frac{ج - ١}{ع - ١}} = \sqrt{\frac{١,٠١١ - ١}{٣-١}} = ٠,٠٧٤$$

ارتبـــــاط ضعيف

تطبيق (١٧-٤٢):

- التوزيع التكراري المزدوج التالي يعرض العلاقة بين تشخيص الأطفال غير السويين وتشخيص آبائهم من نفس الجنس والمطلوب اختيار المعامل المناسـب لإيضاح درجة إمكان تقدير تشخيص الإبن بمعرفة تشخيص الأب ثم أوجد قيمة المعامل .

تشخيص الأب / تشخيص الإبن	بارانويا	هيستريا	فصام	عادي	
بارانويا	١٢	٤	١٧	٥٠	٨٣
هيستريا	٤	١٨	٩	٣	٣٤
فصام	٢	٢	٣٠	٠	٣٤
عصاب	٠	١	٤	٠	٥
عادي	٣	٣٠	٥	٢٠٠	٢٣٨
	٢١	٥٥	٦٥	٢٥٣	٣٩٤

الحل:

المعامل هو معامل لامدا ، نرمز لتشخيص الإبن بالرموز ص (المطلوب تقديره) ، تشخيص الإبن بالرمز س .

$$\text{ل ص س} = \frac{٢٦٠ - ٢٣٨}{٣٩٤ - ٢٣٨} = \frac{٢٢}{١٥٦} = ٠,١٤$$

تطبيق (١٧-٤٣):

- في دراسة العلاقة بين معدل تداول الكتاب وحداثته تم سحب عينة من المراجع وسجلت بيانات سنة النشر ، ومعدل التداول في السنة والمطلوب : قياس الارتباط بين معدل تداول الكتاب وحداثته .

سنة النشر	١٤٠٥	١٤٠٠	١٣٨٩	١٤٠٠	١٤٠٢	١٤٠٤
معدل التداول	سريع	بطئ	متوسط	بطئ	سريع	بطئ جدا

الحل:

سنة النشر	معدل التداول	س	ص	ف٢
١٤٠٥	سريع	٦	٥,٥	٠,٢٥
١٤٠٠	بطئ	٢,٥	٢,٥	٠
١٣٨٩	متوسط	١	٤	٢
١٤٠٠	بطئ	٢,٥	٢,٥	٠
١٤٠٢	سريع	٤	٥,٥	٢,٢٥
١٤٠٤	بطئ جدا	٥	١	١٦
				٢٧,٥

$$ر^{-} = ١ - \frac{٦ \text{ محـ } ف^{٢}}{ن\,(ن^{٢} - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦\,(٢٧,٥)}{٦\,(٣٦ - ١)} = ١ - ٠,٧٨٦ = ٠,٢١٤$$

ارتباط ضعيف

تطبيق (١٧-٤٤):

- في دراسة للعلاقة بين تداول الكتاب وعدد النسخ تم سحب عينة من المراجع وسجلت بياناتها كما هو موضح أدناه ، والمطلوب : قياس الارتباط بين عـدد النسخ ومعدل تداول الكتاب

عدد النسخ	١	٢	١	٣	٤
معدل التداول	٧	٣	١	٥	٨

الحل:

عدد النسخ س	معدل التداول ص	س٢	ص٢	س ص
١	٧	١	٤٩	٧
٢	٣	٤	٩	٦
١	١	١	١	١
٣	٥	٩	٢٥	١٥
٤	٨	١٦	٦٤	٣٢
١١	٢٤	٣١	١٤٨	٦١

$$ر = \frac{٥ (٦١) - (١١) (٢٤)}{\sqrt{(٥ (٣١) - (١١)^٢) (٥ (١٤٨) - (٢٤)^٢)}} = ٠,٥٤٩$$

ارتباط متوسط طردي .

تطبيق (١٧-٤٥):

- **في** دراسة للرضا عن العمل وتأثيره علي الإنتاجية قام أحد الباحثين الاجتماعيين بسحب عينة عشوائية من العاملين بأحد المصانع ، وتضمنت الدراسة أعداد التوزيع التكراري المزدوج التالي والمطلوب : قياس الارتباط بين الرضا عن العمل والإنتاجية .

الإنتاجية / الرضا عن العمل	مرتفعة	متوسطة	منخفضة
راض – تماما	٤٠	٣	٠
راض– نوعا ما	١٠	١٠	٥
غير راض	٤	٨	٢٠

الحل:

الارتباط بين الرضا عن العمل والإنتاجية :

أ = ٤٠ (١٠+٨+٥+٢٠)+٣(٥+٢٠)

+١٠(٨+٢٠)+١٠(٢٠) = ٤٢٧٥

خ = ٣(١٠+٤)+٥(٨+٤)+١٠(٤)= ١٤٢

جا = أ – خ = ٤٢٧٥ –١٤٢ = ٤١٣٣ = ١٤٢

أ + خ = ٤٢٧٥ + ١٤٢ = ٤٤١٧ = ٠,٩٣٦

إرتباط طردي قوي جدا .

تطبيق (١٧–٤٦):

– في اختبار لشغل الوظائف قام اثنان من المحكمين بترتيب خمسة من المتقدمين .

والمطلوب :

قياس الارتباط بين تقديرات الحكام باعتباره مؤشرا لثبات التقديرات .

المتقدم / الحكام	أ	ب	ج	د	هـ
الحكم س	الخامس	الثاني	الاول	الثالث	الرابع
الحكم ص	الثالث	الأول	الثاني	الخامس	الرابع

الحل:

رتبة س	رتبة ص	ف٢
٥	٣	٤
٢	١	١
١	٢	١
٣	٥	٤
٤	٤	٠
		١٠

$$\text{ر} = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف}^{٢}}{\text{ن} (\text{ن}^{٢} - ١)}$$

$$\text{ر} = ١ - \frac{٦(١٠)}{٥(٢٥-١)} = ٠,٥$$

تطبيق (١٧-٤٧):

- أجريت دراسة سوسيومترية ضمن إجراءات اختيار مدير لإحدي المؤسسات قدم فيها السؤال لمجموعة العاملين :

وقد تم تصنيف الآراء حسب جنسية الموظف المخبر وكذا الموظف المختـــار ، وكما هو موضح بالتوزيع التكراري المزدوج التالي .

والمطلوب :

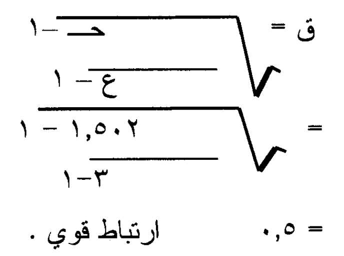
قياس الارتباط بين جنسية المخير وجنسية المختار

الموظف المختار / الموظف المخير	مصري	سعودي	سوداني
مصري	١٠	٢٠	٣
سعودي	٨	٣٠	١
سوداني	١	٢	١٠

الحل :

الموظف المختار / الموظف المخير	مصري	سعودي	سوداني	
مصري	٠,١٥٩ ١٠	٠,٢٣٣ ٢٠	٠,٠١٩	٣٣
سعودي	٠,٠٨٦ ٨	٠,٤٤٤ ٣٠	٠,٠٠٢ ١	٣٩
سوداني	١٩	٥٢	١٤	٨٥

ج = ١,٥٠٢



$$ق = \sqrt{\frac{ج - ١}{ع - ١}}$$

$$= \sqrt{\frac{١,٥٠٢ - ١}{٣ - ١}}$$

= ٠,٥ ارتباط قوي .

تطبيق (١٧-٤٨):

في أحد البحوث الاجتماعية تضمنت الإستبانة الإجابة على السؤالين التاليين:

سؤال (١) : هل تفضل مشاركة الآخرين في العمل ؟

سؤال (٢) : هل تجيد اللغة الإنجليزية ؟

وكانت الإجابة كما يلي بعد تفريغها في جدول مزدوج :

سؤال (١) \ سؤال (٢)	نعم	لا
نعـم	٣٠	٨٠
لا	٩٠	٢٠

والمطلوب قياس الارتباط بين الرغبة في المشاركة وإجادة اللغة الإنجليزية .

الحل :

ر ت = جتا ١٨٠ / (١ + √ أ د / ب جـ)

= جتا ١٨٠ / (١ + √ ٦٠٠ / ٧٢٠٠) = جتا ١٣٩,٧

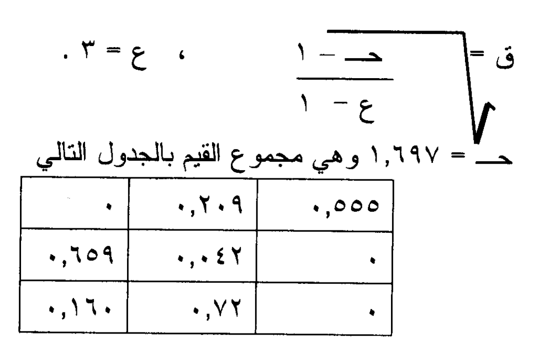
= - ٠,٧٦

تطبيق (١٧-٤٩):

- في دراسة بإحدى المكتبات ، تم إعداد التوزيع التكـراري التـالي ، وهـو يعرض العلاقة بين معدل تداول الكتاب وتخصصه ، والمطلوب قياس الارتباط بينهما .

معدل التداول / تخصص الكتاب	سريع	متوسط	بطئ	
علوم اجتماعية	١٠	٨	٠	١٨
لغة إنجليزية	٠	٥	٣٠	٣٥
العلوم البحتة	٠	٤	٩	١٣
	١٠	١٧	٣٩	٦٦

الحل:



$$ق = \sqrt{\frac{حـ - ١}{ع - ١}}$$ ، ع = ٣ .

حـ = ١,٦٩٧ وهي مجموع القيم بالجدول التالي

٠,٥٥٥	٠,٢٠٩	٠
٠	٠,٠٤٢	٠,٦٥٩
٠	٠,٧٢	٠,١٦٠

$$ق = \sqrt{\frac{١,٦٩٧ - ١}{٣ - ١}} = \sqrt{٠,٣٤٨٥} \quad ٠,٥٩٠$$

ويمكن القول أن هناك ارتباط قوي بين تخصص الكتاب ومعدل تداوله .

تطبيق (١٧-٥٠):

في دراسة لأحوال الأسرة في أحد المجتمعات تم جمع البيانات التالية وهي تمثل الحالة الاجتماعية والاقتصادية لأسر كل من الزوج والزوجة والمطلوب إيجاد معامل الارتباط بينهما .

الحالة الاجتماعية والاقتصادية لاسرة الزوج	متوسطة	جيدة	ممتازة	منخفضة	منخفضة جدا	متوسطة
الحالة الإجتماعية والاقتصادية لأسرة الزوجة	جيدة	ممتازة	ممتازة	جيدة	منخفضة	متوسطة

الحل:

الحالة الاجتماعية والاقتصادية	الحالة الاجتماعية والاقتصادية	رتبة	رتبة	
(س)	(ص)	س	ص	ف٢
متوسطة	جيدة	٣,٥	٣,٥	صفر
جيدة	ممتازة	٥	٥,٥	٠,٢٥
ممتازة	ممتازة	٦	٥,٥	٠,٢٥
منخفضة	جيدة	٢	٣,٥	٢,٢٥
منخفضة جدا	منخفضة	١	١	صفر
متوسطة	متوسطة	٣,٥	٢	٢,٢٥
				٥

$$\bar{\text{ر}} = ١ - \frac{\text{٦ مج ف٢}}{\text{ن(ن٢ – ١)}}$$

$$\bar{ر} = ١ - \frac{٦(٥)}{٦(٣٦-١)} = ٠,٧٧١$$

ويمكن القول بوجود ارتباط قــوي جــدا بــين الحالــة الاجتماعيــة والاقتصادية في كل أسرة الزوج وأسرة الزوجة في هذا لمجتمع.

الفصل ١٨

مقاييس التقدير (الإنحدار)

Prediction (Regression)

١٨ -١ الأهمية

١٨ -٢ العلاقة الخطية

١٨-٣ البيانات المبوبة

١٨-٤ العلاقة غير الخطية

١٨-٤-١ التحويل إلى العلاقة الخطية

١٨-٤-٢ معادلة الدرجة الثانية

١٨-٥ تطبيقات متنوعة

الفصل الثامن عشر

مقاييس التقدير Prediction

(الانحدار: Regression)

١٨-١ أهمية مقاييس التقدير:

في حالة وجود ارتباط قوي يأتى دور نماذج التقدير ، ودورها تقدير قيم بعض المتغيرات (التابعة Dependant) بدلالة أخرى (المستقلة Independant)، سواء فى الماضى (للبيانات الناقصة والمفقودة) أوالحاضر أوالمستقبل (التنبؤ Forcasting).

وبهذا تكون الأساس فى تكوين القوانين والنظرات العلمية ،فى كافة مجالات المعرفة ، حيث يقدم وصف رياضى لطبيعة العلاقة بين المتغيرات علي أنه عند إستخدام معادلة التقدير يراعى مايلى :

١ إن تكوين معادلة التقدير يقوم على أساس وجود ارتباط قوي بين المتغيرات.

٢ هذا التقدير يفترض إستمرار العلاقات وتأثيراتها على ماهو عليه فى البيانات التى يتم إستخدامها

٣ الحذر عند استخدام النموذج في تقدير قيم المتغيرات التابعة عند قيم خارج مدي القيم المشاهدة للمتغيرات المستقلة ، حيث أن طبيعة العلاقة قد تتغير خارج هذا المدي ، ومع ذلك فإنه من الممكن استخدام النموذج في حدود المدي الذى

يتوقع الباحث فيه استمرار العلاقة كما هي محددة فى النموذج .

إن دراسة العلاقة بين المتغيرات تختلف بحسب عدد المتغيرات ومستوي قياسها

١٨-٣ العلاقة الخطية

نعرض هنا الحالة البسيطة وتتمثل فى دراسة العلاقة بين متغيرين ، أحدهما تابع وليكن (ص) والآخر مستقل (س) ،ومستوى قياسهما كمى ، وبافتراض أن العلاقة بينهما خطية .

ويتأتي ذلك بتوفيق خط مستقيم ليصف طبيعة العلاقة بين المتغيرين ويعرف هذا الخط بخط الانحدار .

إذا رمزنا لقيم المتغير التابع بالرمز ص وللمتغير المستقل بالرمز س فإن خط الانحدار (ويطلق عليه في هذه الحالة خط انحدار ص علي س) يكون علي الصورة :

ص^ = أ + ب س (١٨- ١)

حيث أ ، ب ثوابت ، ص ترمز إلى القيمة المقدرة للمتغير التابع .

ويتم تحديد قيمة الثوابت أ ، ب (تسمي ب معامل الانحدار)

باستخدام أساليب رياضية بحيث يعطي أفضل توفيق ، وتستخدم الصيغ التالية :

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مجـــ س ص} - \text{مجـــ س مجـــ ص}}{\text{ن مجـــ س}^{2} - (\text{مجـــ س})^{2}} \qquad (\text{١٨-٢})$$

$أ = \bar{ص} - ب \bar{س}$ (١٨-٣)

تطبيق (١٨-١):

س	١	٣	٤	٦	٨	٩	١١	١٤
ص	١	٢	٤	٤	٥	٧	٨	٩

من الجدول الموضح لقيم المتغيران س ، ص أوجد :

(أ) معامل الارتباط بين س ، ص

(ب) خط انحدار ص علي س

(ج) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ١٥

الحل:

س	ص	س٢	ص٢	س ص
١	١	١	١	١
٣	٢	٩	٤	٦
٤	٤	١٦	١٦	١٦
٦	٤	٣٦	١٦	٢٤
٨	٥	٦٤	٢٥	٤٠
٩	٧	٨١	٤٩	٦٣
١١	٨	١٢١	٦٤	٨٨
١٤	٩	١٩٦	٨١	١٢٦
٥٦	٤٠	٥٢٤	٢٥٦	٣٦٤

(أ) معامل الارتباط بين س ، ص = ٠,٩٧٧ (من الصيغة ١٧-١)

أي أنه يوجد ارتباط قوي يكاد يكون تام بين المتغيرين س ، ص وعلي ذلك نستطيع تقدير قيمة ص بدلالة س كما ذكرنا .

(ب) خط انحدار ص علي س :

ب= [٨ (٣٦٤)-(٥٦)(٤٠)] / [٨(٥٢٤)- (٥٦)٢] = ٠,٦٣٦

أ = ص̄ _ ب س̄

= ٤٠/ ٨ - ٠,٦٣٦ (٥٦ / ٨)

= ٥- ٠,٦٣٦ (٧) = ٠,٥٤٨

ص^ = أ + ب س

= ٠,٥٤٨ + ٠,٦٣٦ س .

(ج) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ١٥

نقوم بتعويض قيمة س = ١٥ في معادلة خط الانحدار

ص = أ + ب س والتي تم تحديدها في الخطوة ب

= ٠,٥٤٨ + ٠,٦٣٦ (١٥)

= ٠,٥٤٨ + ٩,٥٤

= ١٠,٠٨٨

تطبيق (١٨- ٢):

في أحد المصانع تم تسجيل البيانات التالية وهي تعبر عن الإنتاج الشهري والتكاليف الكلية المناظرة لهذا الإنتاج ، والمطلوب تحديد التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة بالمصنع ، وتقدير التكاليف إذا كان الإنتاج ٦٥ وحدة.

عدد الوحدات المنتجة	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
التكاليف الكلية الف	١٢	١٤	١٦	٢٠	٢٢	٢٥

الحل:

بفرض أ ن س هي عدد الوحدات المنتجة ، ص هي التكاليف الكلية :

ص = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ س

أي أ، التكاليف الثابتة = ٨,٨٦٧ والتكلفة المتغيرة لوحدة الإنتاج هي ٠,٢٦٦

عند إنتاج قدرة ٦٥ وحدة تقدر التكاليف الكلية كما يلي :

ص = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ (٦٥) = ٢٦,١٤

تطبيق (١٨- ٣):

البيان التالي يمثل أجور بعض العمال في أحد المصانع والإنتاج لكل منهم في اليوم والمطلوب .

(أ) إيجاد معادلة تقدير الأجر بدلالة الإنتاج .

(ب) تقدير أجر العامل إذا وصل انتاجه ٢٢ وحدة .

(ج)

إنتاج العامل س	١٠	١٢	١٥	١٨	٢٠
أجره ص	٢٠	٣٠	٣٨	٤٥	٥٠

الحل:

(أ) ص = − ٦,٤١٥ + ٢,٨٦٧ س

(ب) ص (٢٢)= ٥٦,٦٧ .

١٨- ٣ البيانات المبوبة:

كما ذكرنا عند ايجاد الارتباط للقيم المبوبة فإننا نستخدم هنا أيضا نفس الـــصيغ السابق استخدامها في حالة البيانات غير المبوبة مع ترجيح القـــيم بـــالتكرارات الخاصة بها ، كما سبق إيضاحه ، وتصبح الصيغ كما يلي :

ب = (ن محـــ س ص ك − محـــ س ك محـــ ص ك) / (ن محـــ س٢ ك − (محـــ س ك)٢) (١٨-٤)

أ = ص − ب س

س⁻ = محـــ س ك / ن

ص⁻ = محـــ ص ك / ن

تطبيق (١٨-٤):

في التطبيق ٤ بالباب الثالث الخاص بالعلاقة بين عدد الزوجات (س)وعـــدد الأولاد ص ، المطلوب إيجاد معادلة تقدير عدد الأولاد بدلالة عدد الزوجات .

الحل : راجع الجدول في حل التطبيق المذكورة .

الحل : ب = ٢,٩٦٠

$$\text{أ} = \frac{٧٤٤}{١٠٠} - ٢,٩٦٠ \; \frac{٢٠٠}{١٠٠} = ١,٥٢$$

ص = أ + ب س

= ١,٥٢ + ٢,٩٦٠ س

<u>الطرق المختصرة :</u>

كما ذكرنا عند إيجاد الارتباط للقيم المبوبة في توزيع تكـــراري ، فإننـــا هنـــا نستخدم نفس الصيغ السابق استخدامها في حالة البيانات الغير مبوبة مع ترجيح القيم بالتكرارات المناظرة لها ، وكما اتبعنا عند حساب معامل الارتباط فإننـــا نقوم بتحويل المتغيرات س ، ص إلى أخري س ، ص وذلك بطـــرح أحـــدي مراكز الفئات ثم القسمة علي طول الفئة ، وليكن .

$$\text{س} = \frac{\text{س} - \text{أ س}}{\text{ل س}} \quad ، \quad \text{ص} = \frac{\text{ص} - \text{أ ص}}{\text{ل ص}}$$

حيث : أ س ، أص ثوابت (في حالة الفئات المنتظمة تمثـــل بمركـــز إحـــدي الفئات).

ل س ، ل ص ثوابت (في حالة الفئات المنتظمة تمثل بطول الفئة) .

علي أنه يجب ملاحظة أن الأمر هنا يختلف عنه في حالة حساب معامل الارتباط فمعامل الارتباط (بيرسون) لا تتأثر قيمته بعمليات الطرح والقسمة حسبما ذكرنا وعليه يجب مراعاة ما يلي :

أ قيمة معامل الانحدار ب لا تتأثر بعمليات الطرح ولكن تتأثر بعمليات القسمة ، ويتم حسابه كما يلي :

$$ب = \frac{بَ \times ل\ ص}{ل\ س} \qquad (١٨-٥)$$

حيث بَ يمثل معامل الانحدار في حالة التعامل مع القيم الجديدة س ، ص .

ب المقدار الثابت أ في معادلة الانحدار يتأثر بعمليات الطرح كما يتأثر بعمليات القسمة ، ويتم الحصول عليه كما يلي :

$$أ = ص - ب\ س$$

$$حيث\ ص = ل_{ص}\ ص + أ_{ص}$$

$$س = ل_{س} س + أ_{س}$$

تطبيق (١٨-٥):

وبالرجوع للمثال بالباب السابق والخاص بدراسة العلاقة بين إنتاج العامل وأجرة فإن معادلة انحدار ص علي س يتم تحديدها كما يلي :

$$ب = \frac{ن\ مجـ\ س\ ص\ ك - مجـ\ س\ ك\ مجـ\ ص\ ك}{ن\ مجـ\ س^{٢}\ ك - (\ مجـ\ س\ ك\ )^{٢}}$$

= ٣٠(٢٥)-(- ٥)(١٥) = ٨٢٥ = ٠,٦٨٥

٣٠(٤١)-(-٥)٢ ــــ ١٢٠٥

ب = ب × ل ص = ٠,٦٨٥ × ١٠ = ١,٣٧

ل س ــــ ٥

أ = ص – ب س

= ١٠(١٥)+ ٥٥) – ١,٣٧(٥(-٥) + ٩٢,٥) = ٦٥,٥٨٣

٣٠ ــــ ٣٠

ص = – ٦٥,٥٨٣ + ١,٣٧ س

وبفرض أننا نريد تقدير أجر عامل إنتاجه ١١٠ وحدة ،

ص (١١٠) = – ٦٥,٥٨٣ + ١,٣٧(١١٠) = ٨٥,١١٧

١٨-٤ العلاقة غير الخطية "Nonlinear Relationship":

في كثير من الحالات لا تكون العلاقة الخطية ملائمة لوصف العلاقة بين متغيرين ، ويكون من الأفضل توفيق علاقة غير خطية بصيغة ملائمة لوصف هذه العلاقة ، ويمكن معرفة طبيعة هذه العلاقة من شكل الانتشار أو من نظريات أو فروض أو معلومات مسبقة .

١٨-٤-١ التحويل إلى العلاقة الخطية:

في كثير من الحالات يمكن تحويل العلاقة غير الخطية إلى العلاقة

الخطية، مما يسهل الوصول إلى شكل معادلة الانحدار حيث يمكن استخدام الصيغ الخاصة بالعلاقة الخطية والتي سبق ذكرها .

والجدول التالي يعرض بعض النماذج غير الخطية ص وتحويلاتها[1] علي الصورة الخطية .

صَ = اَ + بَ سَ

حيث :

لو تعني لوغاريتم

ل اللوغاريتم الطبيعي (أساسه ٢,٧١٨٢)

ويلاحظ أنه تم عرض الرموز المحولة فقط ــ أما الرموز الأخري فتظل كما هي واردة في النموذج غير الخطي .

	غير الخطي	صَ	سَ	اَ	بَ	
١	أ هـ$^{ب س}$	ل ص		لو أ		(١٨-٦)
٢	أ هـ$^{ب/س}$	ل ص	١/س			(١٨-٧)
٣	أ ب^{س}	لو ص		لو أ	لو ب	(١٨-٨)
٤	أ س^{ب}	لو ص	لو س	لو أ		(١٨-٩)
٥	أ س$^{ب س}$	لو ص	س لو س	لو أ		(١٨-١٠)

1 أنظر القسم ١٨-٣-٥ كنموذج للتطبيق .

٦	$\frac{أ}{س}$		$\frac{١}{س}$			(١٨-١١)
٧	$\frac{١}{أ + ب\,س}$	$\frac{١}{ص}$				(١٨-١٢)
٨	$\frac{١}{(أ + ب\,س)^{٢}}$	$\frac{١}{\sqrt{ص}}$				(١٨-١٣)
٩	$أ + ب\sqrt{س}$		س			(١٨-١٤)
١٠	$\frac{أ}{س + ب}$	$\frac{١}{ص}$		$\frac{ب}{أ}$	$\frac{١}{أ}$	(١٨-١٥)
١١	$\frac{أ\,س}{س + ب}$	$\frac{١}{ص}$	$\frac{١}{س}$	$\frac{ب}{أ}$	$\frac{١}{أ}$	(١٨-١٦)
١٢	ك أ س ب	$\frac{لو\ لو\ ص}{ك}$	لوس	لولوأ		(١٨-١٧)

١٨-٤-٢ معادلةالدرجةالثانية Second-Degree Equation

معادلة الدرجة الثانية تعد أحد نماذج العلاقة غير الخطية الهامة إذ تلي العلاقة الخطية من حيث كثرة تطبيقاتها .

وتعرف علاقة الدرجة الثانية بين متغيرين س ، ص كما يلي :

$$ص = أ + ب_{١}\,س + ب_{٢}\,س^{٢} \qquad (١٨-١٨)$$

وبوضوح $س = س_{١}$ ، $س_{٢}$ نصل إلى الصيغة الخطية التالية :

$$ص = أ + ب_{١}\,س_{١} + ب_{٢}\,س_{٢} \qquad (١٨-١٩)$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغري يمكن الحصول علي الثوابت أ ، ب١ ، ب٢ وهي كما يلي :

$$ب_1 = \frac{ط ب - ج د}{و} \qquad (١٨-٢٠)$$

$$ب_2 = \frac{د هـ - ط جـ}{و} \qquad (١٨-٢١)$$

$$أ = ص - ب_1 س_1 - ب_2 س_2 \qquad (١٨-٢٢)$$

حيث :

ط = ن مجـ س١ ص – مجـ س١ مجـ ص (١٨-٢٣)

ب = ن مجـ $س_2^2$ - (مجـ س٢)٢ (١٨-٢٤)

ج = ن مجـ س ١ س٢ – مجـ س ١ مجـ س٢ (١٨-٢٥)

د = ن مجـ س٢ ص – مجـ س٢ مجـ ص (١٨-٢٦)

هـ = ن مجـ $س_1^2$ – (مجـ س١)٢ (١٨-٢٧)

و= هـ ب – جـ ٢ (١٨-٢٨)

تطبيق (١٨-٦):

البيان التالي يوضح العلاقة بين عدد الوحدات المنتجة س وتكلفة الوحدة ص والمطلوب :

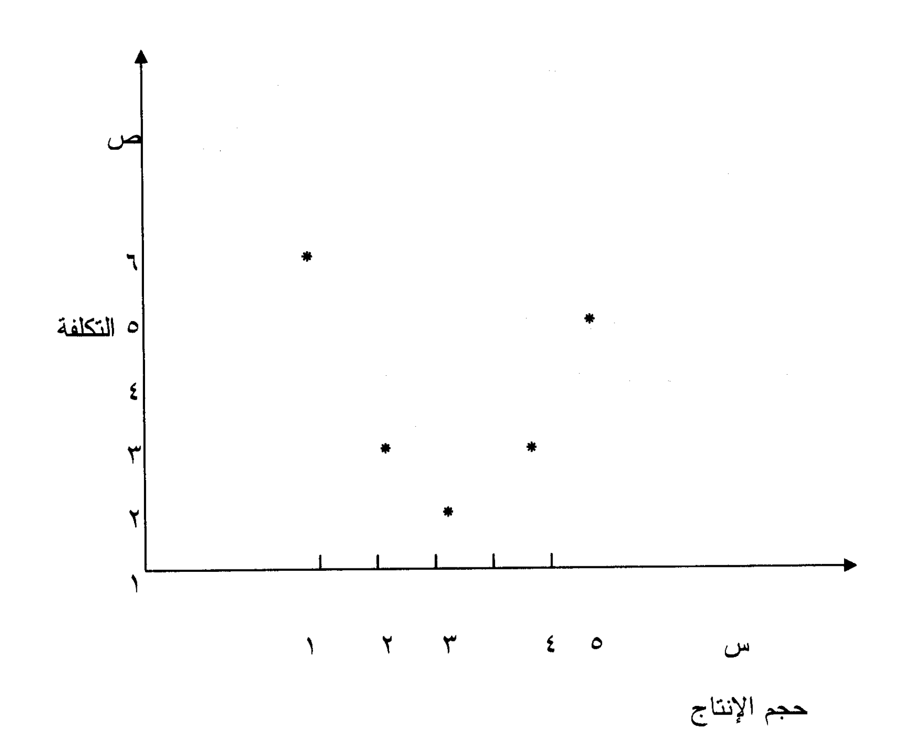
تحديد معادلة إنحدار ص علي س .

تقدير تكلفة الوحدة في حالة ما إذا كان عدد الوحدات المنتجة ٢٥٠٠ وحدة .

عدد الوحدات المنتجة ألف	١	٢	٣	٤	٥
تكلفة الوحدة	٦	٣	٢	٣	٥

الحل:

يمكن تصور شكل العلاقة بين المتغيرين بعرض شكل الانتشار ، ومن الواضح من الشكل أدناه افتراض العلاقة الخطية غير صحيح إذ أن تكلفة الوحدة تتناقص بزيادة الإنتاج إلى حد معين ثم تبدأ بعد ذلك في الزيادة ويكون من المناسب في هذه الحالة افتراض علاقة من الدرجة الثانية .



نفرض أن س١ = س ، س٢ = س٢

س١	ص	س٢	س١٢	س٢٢	ص٢	س١ص	س٢ص	س١س٢
١	٦	١	١	١	٣٦	٦	٦	١
٢	٣	٤	٤	١٦	٩	٦	١٢	٨
٣	٢	٩	٩	٨١	٤	٦	١٨	٢٧
٤	٣	١٦	١٦	٢٥٦	٩	١٢	٤٨	٦٤
٥	٥	٢٥	٢٥	٦٢٥	٢٥	٢٥	١٢٥	١٢٥
١٥	١٩	٥٥	٥٥	٩٧٩	٨٣	٥٥	٢٠٩	٢٢٥

ط = ٥(٥٥)- (١٥)(١٩) = -١٠

ب = ٥(٩٧٩)- (٥٥)٢ = ١٨٧٠

جـ = ٥(٢٢٥)- (١٥)(٥٥) = ٣٠٠

د = ٥(٢٠٩)- (٥٥)(١٩) =صفر

هـ = ٥(٥٥)- (١٥)٢ = ٥٠

و = ٥٠(١٨٧٠)- (٣٠٠)٢ =٣٥٠٠

ب١ = (١٠)(١٨٧٠) - (٣٠٠)(٠) = -٥,٣٤٣

٣٥٠٠

ب٢ = ٠(٥٠)- (-١٠)(٣٠٠) = ٠,٨٥٧

٣٥٠٠

أ = ١٩ - ٥,٣٤٣ (١٥) -٠,٨٧٥ (٥٥)= ١٠,٤

٥ ٥ ٥

وتكون معادلة تقدير ص بدلالة س (معادلة انحدار ص علي س) كما يلي :

ص = ١٠,٤ - ٥,٣٤٣ س + ٠,٨٥٧ س٢

تقدير تكلفة الوحدة في حالة حجم إنتاج قدرة ٢٥٠٠ وحدة

ص (٢,٥) = ١٠,٤ - ٥,٣٤٣ (٢,٥) + ٠,٨٥٧ (٢,٥)٢ = ٢,٤

تطبيق (١٨-٧)

البيان التالي يوضح إنتاج القمح (ص) وكمية السماد المستخدم (س) والمطلوب تحديد معادلة تقدير الإنتاج بدلالة السماد المستخدم .

كمية السماد	١	٢	٣	٤	٥
إنتاج القمح	٥٥	٧٠	٧٥	٦٥	٦٠

الحل:

من الواضح أن إنتاج القمح يتزايد بتزايد كمية السماد المستخدم إلى حد معين يبدأ معه في التناقص بعد ذلك ، ولذا يكون من المناسب استخدام معادلة من الدرجة الثانية علي الصورة

ص = أ + ب١س + ب٢ س٢

وباستخدام الصيغ (٤-٤٥) - (٤-٥٣) نصل إلى المعادلة التالية :

ص = ٣٦ + ٢٤ س - ٣,٩ س٢

تطبيق (١٨-٨):

في أحد المصانع تم تسجيل البيانات التالية وهي تعبر عن الإنتاج الشهري والتكاليف الكلية المناظرة لهذا الإنتاج ، والمطلوب تحديد التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة بالمصنع ، وتقدير التكاليف إذا كان الإنتاج ٦٥ وحدة .

عدد الوحدات المنتجة	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
التكاليف الكلية الف	١٢	١٤	١٦	٢٠	٢٢	٢٥

الحل:

بفرض أ ن س هي عدد الوحدات المنتجة ، ص هي التكاليف الكلية :

الحل:

ص = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ س

أي أ، التكاليف الثابتة = ٨,٨٦٧ والتكلفة المتغيرة لوحدة الإنتاج هي ٠,٢٦٦

عند إنتاج قدرة ٦٥ وحدة تقدر التكاليف الكلية كما يلي :

ص = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ (٦٥) = ٢٦,١٤

١٨-٥ تطبيقات متنوعة:

تطبيق (١٨-٩):

البيان التالي يمثل عدد الطلاب بإحدي الجامعات (س) والمبالغ المخصصة للمكتبات التابعة (ص) في سنوات مختلفة والمطلوب :

١ - إيجاد معامل الارتباط بين عدد الطلاب والمبالغ المخصصة للمكتبات .

٢- تقدير المخصص اللازم لتمويل المكتبات في حالة توقع عدد طلاب قدرة ١٨ ألف .

س : عدد الطلاب ألف	٩	١٠	١٢	١٣	١٥
ص : المبلغ المخصص مليون	١٣	١٤	١٧	١٩	٢٣

الحل:

معامل الارتباط = ٠,٩٤٤

ص = -٢,٥٦٥ + ١,٦٧٥ س

ص = (١٨) = -٢,٥٦٥ + ١,٦٧٥ (١٨) = ٢٧,٥٨٥

تطبيق (١٨-١٠):

البيان التالي يمثل أجور بعض العمال في أحد المصانع والإنتاج لكل منهم في اليوم والمطلوب .

(أ) إيجاد معامل الارتباط بين إنتاج العامل وأجرة .

(ب) إيجاد خط انحدار ص علي س .

(ج) تقدير أجر العامل إذا وصل انتاجه ٢٢ وحدة .

إنتاج العامل س	١٠	١٢	١٥	١٨	٢٠
أجره ص	٢٠	٣٠	٣٨	٤٥	٥٠

الحل:

(أ) ر = ٠,٩٨٩

(ب) ص = - ٦,٤١٥ + ٢,٨٦٧ س

(ج) ص (٢٢) = ٥٦,٦٧ .

تطبيق (١٨-١١):

١١- البيان التالي يمثل توزيع السكان بأحد المجتمعات ، وذلك حسب العمر وكذا عدد الأميين في كل فئة والمطلوب :

(أ) إيجاد معامل الارتباط بين العمر ونسبة الأمية في المجتمع .

(ب) تقدير نسبة الأمية من المجموعة عند السن ٢٠ ، ٦٠ ، ٧٥

العمر	عدد السكان ألف	عدد الأميين ألف
٢٠-٣٠	٢٥٠	٢٠
٣٠-٤٠	٢٠٠	٢٤
٤٠-٥٠	١٦٠	٢٤
٥٠-٦٠	١٠٠	١٩
٦٠-٧٠	٨٠	٢٠

(أ) نفرض أن المتغير س يمثل العمر (مركز الفئة) وأن المتغير ص يمثل نسبة الأمية % بكل فئة ، أي عدد الأميين × ١٠٠

عدد السكان

وبحساب معامل الارتباط بيرسون نجد أنه يساوي ٠,٩٩٢ ويعبر ذلك عن وجود ارتباط طردي قوي جدا .

(ب) ص = -٢,٦٥ + ٠,٤١ س

وباستخدام معادلة التقدير هذه فإن نسبة الأمية عند الأعمار ٢٠-٦٠-٧٥ تكون ٥,٥-٩٥-٢١-١-٢٨ .

تطبيق (١٨-١٢):

الجدول التالي يبين درجات مجموعة من الطلاب في اختبارين ، أحدهما تحريري س والآخر شفهي ص والمطلوب .

(أ) إيجاد معامل الارتباط بين الدرجتين .

(ب) إيجاد معادلة انحدار ص علي س .

(ج) تقدير درجة الشفهي لطالب درجته في الاختبار التحرير ٨ .

الدرجة في الاختبار التحريري	١٠	٩	١٠	٥	٦
الدرجة في الاختبار الشفهي	٧	١٠	٨	١	٤

الحل:

(أ) معامل ارتباط بيرسون ر = ٠,٨٧٤

(ب) معامل الانحدار ب = ١,٣١٨ ، أ = - ٤,٥٤٤

ص = - ٤,٥٤٤ + ١,٣١٨ س

(ج) ص ٨ = -٤,٥٤٤ + ١,٣١٨ (٨) = ٦

تطبيق (١٨-١٣):

- البيان التالي يمثل درجات مجموعة من الطلاب فـــي اختيـــارين س ، ص ، والمطلوب : (أ) إيجاد معامل الارتباط.

(ب) إيجاد معادلة انحدار ص علي س

(ج) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ٦٥

ص \ س	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-٨٠
٢٠-	٢	٥	٣		
٣٠-	١	٨	١٢	٦	
٤٠-		٥	٢٢	١٤	١
٥٠-		٢	١٦	٩	٢
٦٠-		١	٨	٦	١
٧٠-٨٠			٢	٤	٢

الحل:

بفرض تحويل المتغير س مركز الفئة إلى متغير آخر س (٢٠ ، -١ ، صفر ، ١، ٢) وكذا تحويل المتغير ص إلى متغير آخر ص (-٢ ، -١ ، صفر ، ١ ، ٢ ،
٣)

(أ) معامل ارتباط بيرسون (ر)= ٠,٤٥

(ب) معامل الانحدار (ب) = ٠,٧ ب = بَ ل ص / ل س = ٠,٧

أ = صَ ــ ب سَ

= ١٠ (٣٨ + ٤٥ / ١٣٨)– ٠,٧ (١٠ ٢٤ +٥٥ / ١٣٢) = ٨,١

ص = ٨,١ + ٠,٧ س

(ج) ص = ٨,١ + ٠,٧ (٦٥) = ٥٣,٦

تطبيق (١٨-١٤):

باستخدام البيانات الموضحة بالتطبيق (١٧-٢٢):

(أ) أوجد معادلة انحدار ص الوزن علي س الطول .

(ب) تقدير وزن لاعب طوله ١٧٥ سم .

الحل:

أ - راجع حل التمرين رقم ٦ بالباب السابق .

ب = ٤٣٢ = ٠,٦٧١
٦٤٤

ب = ب ل ص = ٠,٦٧١ × ٥ = ٠,٣٣٥
ل س ١٠

أ= ص - ب س

= ١٨ (٥)+ ٧٧,٥ - ٠,٣٣٥ (١٦ (١٠) + ١٦٥)= ٢٣,٤٣٨
٣٠ ٣٠

ص = ٢٣,٤٣٨ + ٠,٣٣٥ س

ب ص (١٧٥) = ٢٣,٤٣٨ + ٠,٣٣٥ (١٧٥) = ٨٢ كيلو

تطبيق (١٨-١٥):

في دراسة لاستعمال المكتبة تم إعداد البيان التالي وهو يوضح العلاقة بين معدل إعارة الكتاب في السنة في العام السابق وفي العام الحالي :

معدل الإعارة في العام السابق س	٣	٤	١٠	٥	٨
معدل الإعارة في العام الحالي ص	٦	٩	٢٢	١٢	١٥

المطلوب:

(أ) قياس الارتباط بين معدل الإعارة في العام الحالي والمعدل في العام السابق

(ب) تحديد معادلة تقدير الإعارة في العام الحالي ص بدلالة معدل الإعارة في العام السابق س .

(ج) تقدير معدل الإعارة التالي لأحد الكتب معدل إعارته في العام الحالي هو ١٥ .

الحل:

س	ص	س٢	ص٢	س ص
٣	٦	٩	٣٦	١٨
٤	٩	١٦	٨١	٣٦
١٠	٢٢	١٠٠	٤٨٤	٢٢٠
٥	١٢	٢٥	١٤٤	٦٠
٨	١٥	٦٤	٢٢٥	١٢٠
٣٠	٦٤	٢١٤	٩٧٠	٤٥٤

(أ) $$ر = \frac{٥ (٤٥٤) - (٣٠)(٦٤)}{\sqrt{\left(٥ (٢١٤) - (٣٠)^{٢}\right)\left(٥ (٩٧٠) - (٦٤)^{٢}\right)}} = ٠,٩٧٧$$

(ب) ب = ٥ (٤٥٤) - (٣٠)(٦٤) = ٢,٠٥٠
٥ (٢١٤) - (٣٠)٢

أ = ٦٤ / ٥ − ٢,٠٥٠ × ٣٠ / ٥ = ٠,٤٤٧

(ج) ص (١٥) = ٠,٤٤٧ + ٢,٠٦ (١٥) = ٣١,٣

تطبيق (١٨-١٦):

في دراسة للعلاقة بين مخصص المكتبة وعدد الطلاب تم إعداد البيان التالي :

مخصص المكتبة	٣٠٠	٨٠٠	٧٠٠	٥٠٠
عدد الطلاب	٥٠	١٠٠	٨٠	٦٠

والمطلوب :

(أ) قياس الارتباط بين مخصص المكتبة وعدد الطلاب .

(ب) معادلة تقدير مخصص المكتبة بدلالة عدد الطلاب .

(ج) تقدير مخصص المكتبة إذا كان عدد الطلاب ١٢٠ .

س	ص	س٢	ص٢	س ص
٥٠	٣٠٠	٢٥٠٠	٩٠٠٠٠	١٥٠٠٠
١٠٠	٨٠٠	١٠٠٠٠	٦٤٠٠٠٠	٨٠٠٠٠
٨٠	٧٠٠	٦٤٠٠	٤٩٠٠٠٠	٥٦٠٠٠
٦٠	٥٠٠	٣٦٠٠	٢٥٠٠٠٠	٣٠٠٠٠
٢٩٠	٢٣٠٠	٢٢٥٠٠	١٤٧٠٠٠٠	١٨١٠٠٠

(أ) ر = ٤ (١٨١٠٠٠) – (٢٩٠) (٢٣٠٠)

√(٤ (٢٢٥٠٠) – (٢٩٠)٢) (٤ (١,٤٧٠,٠٠٠) – (٢٣٠٠)٢)

= ٠,٩٦٦ إرتباط طردي قوي جدا .

(ب) ص = أ + ب س

ب = ٤ (١٨١٠٠٠)– (٢٩٠) (٢٣٠٠) = ٩,٦٦١

٤ (٢٢٥٠٠) – (٢٩٠)٢

أ = ص – ب س

= ٢٣٠٠ / ٤ – ٩,٦٦١ ٢٩٠ / ٤ = – ١٢٥,٤٢٤

ص = – ١٢٥,٤٢٤ + ٩,٦٦١ س

(ج) ص (١٢٠) = – ١٢٥,٤٢٤ + ٩,٦٦١ (١٢٠) = ١٠٣٣,٩

تطبيق (١٨–١٧):

عدد النسخ بالمكتبة	١	٢	٣	٥	٨
سعر الكتاب (ريال)	٩٠	٨٠	٦٠	٤٠	٢٠

باستخدام البيان أعلاه المطلوب :

(١) قياس الارتباط بين عدد النسخ وسعر الكتاب .

(٢) معادلة تقدير عدد النسخ بدلالة سعر الكتاب .

(٣) تقدير عدد النسخ لكتاب سعره ٨ ريال .

الحل:

نعتبر ص عدد النسخ المتغير المطلوب تقديره ، س سعر الكتاب

مجـ س = ٢٩٠ مجـ ص = ١٩ مجـ س ص = ٧٦٠

مجـ س٢ = ٢٠١٠٠ مجـ ص٢ = ١٠٣

(١) ب = -٠,٠٩٥ ، أ = ٠,٩٨٢

(٢) ص = ٩,٣١٧ - ٠,٠٩٥ س

(٣) ص (٨) = ٩

الفصل ١٩

مقاييس التقدير

السلاسل الزمنية Time Series

١٩-١ الأهمية

١٩-٢ العوامل المؤثرة على السلسلة الزمنية

١٩-٣ الإتجاه العام

١٩-٣-١ النموذج الخطى

١٩-٣-٢ النموذج الأسى

١٩-٣-٣ الإتجاه العام للمواسم

١٩-٤ التغيرات الموسمية

١٩-٥ السلاسل الزمنية المعترضة

١٩-٦ تطبيقات متنوعة

الفصل التاسع عشر

مقاييس التقدير Prediction

(السلاسل الزمنية Time Series)

السلسة الزمنية هي مجموعة من القيم تخص متغير ما في أوقات أو فترات زمنية متعاقبة ، هذه الفترة قد تكون سنة أو أكثر ، وقد تكون ربع سنة ،شهر ، يوم، ساعة .. وأمثلة ذلك أرقام تعداد السكان (التي تجري كل عشر سنوات في معظم الدول) ، المواليد ، الوفيات ، الزواج ، الهجرة ، الإنتاج القومي ، الإنتاج الصناعي أو الزراعي ، ،،، الصادرات ، الواردات ، التوظف، البطالة ، درجات الحرارة ، أسعار الأسهم ، الذهب ، أسعار العملات المختلفة ...

١٩-١ الأهمية

عندعرض نماذج الانحدار رأينا أن الغاية هي تحديد شكل أو طبيعة العلاقة التي تربط بين المتغير التابع وبين متغير أو أكثر (متغيرات مستقلة). ويهدف ذلك أساساً إلي إمكان تقدير قيمة المتغير التابع بدلالة المتغير أو المتغيرات المستقلة .

علي أنه في سبيل قيامنا بذلك نصادف مشكلات كثيرة. هذه المشكلات

قد تكون متعلقة بتكوين النموذج الإحصائي المستخدم أو نتائجه ، ذلك أن بعض الظواهر لا نستطيع معها تحديد المتغيرات المستقلة المرتبطة معها ، أو قد تكون البيانات المتعلقة بها غير متوافرة . وحتى لو كان ذلك متاحاً فإن معادلات التقدير التي يتم تكوينها قد تحوي قدر غير مقبول من أخطاء التقدير ، وبالتالي فإن استخدام هذه المعادلات سيؤدي إلي تقديرات غير دقيقة . وحتى بافتراض عدم وجود مثل هذه العقبات السابقة ، فإن هناك مشكلة أخرى يمكن أن تطرأ ، حيث أن استخدام معادلات الانحدار في التقدير يتطلب توافر قيم للمتغيرات المستقلة نفسها ، وهذا الأمر قد لا يكون متاحاً أو أن تقديرها قد يحوي مشاكل تفوق تقدير المتغير التابع نفسه .

لكل هذا نقدم هنا أحد النماذج الإحصائية البديلة ، وهي السلاسل الزمنية ، والتي يمكن استخدامها لتقدير قيم الظواهر ، لا عن طريق تحديد علاقتها بعدد من المتغيرات الأخري ، بل عن طريق دراسة وتحليل سلوك الظاهرة نفسها عبر الزمن .

ويهدف تحليل السلاسل الزمنية إلي تقدير قيمة الظاهرة في المستقبل استناداً إلي دراسة التطور التاريخي للظاهرة عبر الزمن وتحديد وفصل العوامل المؤثرة عليها .

١٩-٣ العوامل المؤثرة علي السلسلة الزمنية:

بتحليل السلسة الزمنية لإحدى الظواهر نجد أنها قد تتأثر بكل أو بعض العوامل التالية :

(أ) الاتجاه العام .

(ب) التغيرات الموسمية .

(ج) التغيرات الدورية .

(د) التغيرات العرضية .

ويقصد بالاتجاه العام السلوك العام للمتغير أو الظاهرة محل الدراسة خلال فترة من الزمن ، فمثلاً بعض الظواهر يميل أو يتجه إلي الزيادة بصفة مستمرة كعدد السكان ، عدد الطلاب ، أسعار سلعة ، الدخل القومي ، وقد نجد لبعض الظواهر ميلاً نحو النقصان ، وعلي سبيل المثال نسبة البطالة ، نسبة الأميين ، القوة الشرائية للنقود .

ويقصد بالتغيرات الموسمية ، التغيرات التي تحدث للظاهرة بصفة دورية ومتكررة، فمثلاً بتحليل رقم المبيعات في شركة المياه الغازية ، نجد أن الرقم يتأثر بالمواسم المختلفة . والموسم بصفة عامة ليس له فترة محددة ، فقد يكون ربع سنة، شهر ، يوم ، ساعة ، يتوقف ذلك علي طبيعة الظاهرة محل البحث.

والتغيرات الدورية تشبه التغيرات الموسمية من حيث أنها دورية ولكنها تحدث خلال فترات طويلة نسبياً ، كما يحدث بتأثير الدورات التجارية وما يصاحبها من فترات رواج وكساد ، وأيضاً بتأثير السياسات الحكومية .

والتغيرات العرضية هي تغيرات تحدث بصورة فجائية وغير متوقعة

ويصعب تقديرها وتحديد أثرها ، وتحدث مثلاً بسبب الحروب والزلازل والكوارث والأوبئة والإضرابات والثورات .

تحليل السلاسل الزمنية:

ويعني ذلك تحديد طبيعة العوامل التي تؤثر علي قيمة الظاهرة ومقدارها والعلاقات القائمة بينها .

وباعتبار أن :

ف = القيمة الفعلية للظاهرة .

ص = قيمة الاتجاه العام للظاهرة .

م = أثر التغير الموسمي .

د = أثر التغير الدوري .

ع = اثر التغير العرضي .

فإنه يمكن استخدام أحد النموذجين التاليين لإيضاح العلاقة بين هذه الأنواع المختلفة من التغيرات .

(أ) نموذج حاصل الضرب : ف = ص × م × د × ع

(ب) النموذج التجميعي ف = ص + م + د + ع

وفي النموذج التجميعي فإن قيم ص ، م ، د ، ع يعبر عنها بنفس

وحدات الظاهرة الأصلية ، بينما في نموذج حاصل الضرب فإن الاتجاه العام فقط يعبر عنه بوحدات الظاهرة الأصلية ، أما باقي القيم فيعبر عنها كنسب مئوية . وفي دراستنا سنقتصر علي عرض نموذج حاصل الضرب وسنكتفي بتحديد أثر الاتجاه العام وكذا أثر التغير الموسمي ، وهذان يفسران القدر الأعظم من التغير ، كما أن باقي التغيرات وهي الدورية والعرضية تتطلب تواجد عدد كبير من الفترات كما أنه بصفة عامة يصعب التنبؤ بزمان وقوعها وقدر أثرها .

١٩-٣ الاتجاه العام:

يعد الاتجاه العام هو الجزء الرئيسي من قيمة الظاهرة . وهناك عدد من الطرق يستخدم لتحديد الاتجاه العام ، نقتصر علي عرض أدق هذه الطرق والتي تقوم علي استخدام المعادلات الرياضية . وفي هذه الطريقة يفترض أن الظاهرة تتبع معادلة معينة ، وهذه المعادلة يمكن استنتاجها من معرفة طبيعة الظاهرة ، مع استخدم الرسم البياني لتطورها .

نماذج السلاسل الزمنية Time series

ولوصف الاتجاه العام لتطور الظواهر، هناك عدة نماذج تستخدم لهذا الغرض ويتوقف استخدام اى منها حسب طبيعة الظاهرة محل البحث وفيما يلى مجموعة من النماذج التى تستخدم:

النموذج الخطى linear model

النموذج الأسى Exponential model

النموذج الهندسى Geometric model

متعدد الحدود من الدرجة ن polynomial of degree n

النموذج اللوجستى logistic model

نموذج جومبيرتز gompertz model

ونعرض فيما يلى النماذج الشائعة:

١٩-٣-١ النموذج الخطى Linear Model

يلاحظ أن معظم السلاسل الزمنية يمكن تمثيل اتجاهها العام بمعادلة الخط المستقيم

ص = أ + ب س (١٩-١)

حيث ص = الاتجاه العام للظاهرة ، س الفترة الزمنية ، أ ، ب ثوابت .

هذا وقد تم عند دراسة موضوع الإنحدار دراسة هذه المعادلة وتحديد شكلها ، أي تحديد قيم الثوابت أ ، ب . وهي كما يلي :

$$ب = \frac{ن \text{ مجـ } س ص - \text{مجـ } س \text{ مجـ } ص}{ن \text{ مجـ } س^{٢} - (\text{مجـ } س)^{٢}}$$

(١٩-٢)

$$أ = \overline{ص} - ب\ \overline{س} \qquad (١٩-٣)$$

علي أنه يلاحظ أن قيم س هنا تكون س هنا تكون عبارة عن سنوات مثلاً ١٩٧٠، ١٩٧١ ، ١٩٧٢ ...... وأن التعامل مع مثل هذه الأرقام يزيد عن عبء العمل ، ويمكن اختصار هذه الأرقام بطرح رقم معين من هذه السنوات ، وليكن رقم السنة الأولي أي طرح ١٩٧٠ من كل الأرقام التي تمثل س . وبذلك تصبح قيم س كما يلي : صفر ، ١ ، ٢ ، ٣، ...... وهكذا . هذا علي أن يكون ذلك معلوماً عند تحديد معادلة الاتجاه العام وعند استخدامها في التقدير ، ولذا غالباً ما يشار أمام المعادلة بعبارة (١٩٧٠ = صفر).

تطبيق (١٩-١)

البيان التالي يمثل نسبة الأمية في إحدى المدن في عدة سنوات . والمطلوب:

(أ) تحديد معادلة الاتجاه العام .

(ب) تقدير نسبة الأمية عام ١٩٨٤.

السنة	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢
نسبة الأمية	٣٠	٢٨	٢٧	٢٥	٢٢

الحل:

س	ص	س^٢	س ص
صفر	٣٠	صفر	صفر
١	٢٨	١	٢٨
٢	٢٧	٤	٥٤
٣	٢٥	٩	٧٥
٤	٢٢	١٦	٨٨
١٠	١٣٢	٣٠	٢٤٥

(أ) ب = [(٢٤٥)٥ − (١٠) (١٣٢)] ÷ [(٣٠)٥ − (١٠)^٢] = − ١,٩

أ = ص̄ − ب س̄

= ١٣٢ / ٥ − (١,٩) ١٠ / ٥ ٣٠,٢

ص = ٣٠,٢ − ١,٩س (١٩٧٨ = صفر)

(ب) س = ١٩٨٤ − ١٩٧٨ = ٦

ص (٦) = ٣٠,٢ − ١,٩(٦) = ١٨,٨

١٩-٣-٢ النموذج الأسى Exponential model

في دراستنا السابقة كنا نفرض أن الاتجاه العام للظاهرة يمثله خط مستقيم ويعني ذلك أن قيمة الظاهرة تتغير (زيادة أو نقصان) بمعدل ثابت . وهذه العلاقة الخطية تلاحظها ويمكن افتراضها في عدد كبير من الحالات . علي أن هناك بعض الظواهر لا يكون فيها معدل التغير ثابتاً ، بل تكون نسبة التغير ثابتة ، ويمكن توضيح ذلك بالسلسلتين التاليين :

الزمن	١	٢	٣	٤
متغير $ص_١$	٤	٦	٨	١٠
متغير $ص_٢$	٤	٦	٩	١٣,٥

فالمتغير $ص_١$ يزيد بمعدل ثابت وهو ٢ بينما المتغير ص يزيد بنسبة ثابتة وهي ٥٠% . وهناك الكثير من الظواهر التي تتغير بنسبة ثابتة ، كنمو السكان ، وعدد المواليد ، وبصفة عامة كافة الكائنات الحية ، كنمو عدد الحيوانات والطيور والأسماك والحشرات ، والبكتريا وكذلك هناك الكثير من المتغيرات الاقتصادية والمالية وخاصة عند استخدام الفوائد المركبة وكذا إنتاج الشركات ، ومبيعاتها وأرباحها .

والمعادلة الأسية تعبر عن هذا المنهج من التغير ، وهي علي الصيغة

$ص = أ ب^{س}$ حيث أ ، ب ثوابت . (١٩-٤)

ويصبح المطلوب هو تحديد قيمة الثوابت أ ، ب ، ويسهل ذلك إذا ما حولنا هذه المعادلة إلي صورة معادلة الخط المستقيم ، ويمكن إجراء هذا التحويل باستخدام

اللوغاريتمات ، حيث تصبح الدلالة أعلاه كما يلي :

لو ص = لو أ + س لو ب (١٩-٥)

أو صَ = أَ+ بَ س

حيث صَ ، أَ ، بَ تعني لو ص ، لو أ ، لو ب .

ويلاحظ أن هذه المعادلة الأخيرة هي معادلة خط المستقيم ، ويمكن الحصول علي الثوابت أَ ، بَ بنفس الصيغ السابق استخدامها ومنها يمكن الحصول علي قيم أ ، ب .

ولغرض تقدير قيمة الظاهرة فإنه يمكن استخدام أي من المعادلتين سواء المعادلة الاسية أو بعد تحويلها إلي معادلة لوغاريتمية .

تطبيق (١٩-٢):

البيان التالي يمثل عدد السكان (مليون) في إحدى الدول . والمطلوب

(أ) تحديد معادلة الاتجاه العام .

(ب) تقدير عدد السكان عام ١٩٩٠.

السنة	١٩٤٠	١٩٥٠	١٩٦٠	١٩٧٠	١٩٨٠
عدد السكان	١٤٤	١٧٣	٢٠٧	٢٤٩	٥٤

الحل:

س	ص	صَ	$س^{٢}$	س صَ
صفر	١٤٤	٢,١٥٨	صفر	صفر
١	١٧٣	٢,٢٣٧	١	٢,٢٣٧
٢	٢٠٧	٢,٣١٦	٤	٤,٦٣٢
٣	٢٤٩	٢,٣٦٩	٩	٧,١٨٨
٤	٢٩٨	٢,٤٧٤	١٦	٩,٨٩٧
١٠		١١,٥٨٢	٣٠	٢٣,٩٥٤

(أ) صَ = أَ + بَ س

$$بَ = \frac{٥\ (٢٣,٩٥٤) - (١٠)\ (١١,٥٨٢)}{٥\ (٣٠) - (١٠)^{٢}} = ٠,٠٧٩$$

$$أ = \overline{صَ} - ب\ \overline{س}$$

$$\frac{١١,٥٨٢}{٥} - (٠,٧٩) \frac{١٠}{٥}\ ٢,١٥٨٤$$

ص = ٢,١٥٨٤ + ٠,٠٧٩ س

ولايجاد المعادلة الأسية ، نوجد الأعداد المقابلة للوغاريتمات ، ومنها نحصل علي ب = ١,١٩٩٥ ، أ = ١٤٤,٠١٢ .

∴ ص = ١٤٤,٠١٢ (١,٩٩٩٥)^س

(ب) تقدير عدد السكان عام ١٩٩٠

س = (١٩٩٠ – ١٩٤٠) / ١٠ = ٥٠ / ١٠ = ٥

ص (٥) = ٢,١٥٨٤ + ٠,٠٧٩ (٥) = ٢,٥٥٣٤

وبإيجاد العدد المقابل للوغاريتم : ص = ٣٥٧,٦٠٢

هذا ويلاحظ أن هذه النتيجة يمكن الحصول عليها من المعادلة الأصلية أيضاً كما يلي :

صَ = ١٤٤,٠١٢ (١,١٩٩٥)^٥ = ٣٥٧,٦٠١

١٩–٣–٣ الإتجاه العام للمواسم:

إن الاتجاه العام للظاهرة غالباً ما يتم الحصول عليه من بيانات سنوية . ولأغراض التخطيط ، غالباً ما نحتاج إلي تقديرات جزئية لفترات أقل السنة ، وكما سنري عند إجراء التحليل الموسمي فإنه يفضل تسهيلاً للعمل تجميع البيانات ثم إيجاد معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي ، ومنها يمكن التحويل إلي معادلة الاتجاه العام حسب الموسم ، أي لفترات أقل من السنة ، مثلاً شهرية أو ربع سنوية . وبفرض أن معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي هي :

ص = أ + ب س

وبفرض أن السنة تشتمل علي عدد قدره ك من المواسم ، تكون معادلة الاتجاه العام حسب الموسم كما يلي :

$$ص = \frac{أ}{ك} + \frac{ب}{ك^{٢}} س \qquad (١٩-٦)$$

يلاحظ إننا استخدامنا حروف صغيرة لكل من س ، ص في المعادلة الموسمية لتمييزها عن السنوية

تطبيق (١٩-٣):

بفرض أن معادلة الاتجاه العام للمبيعات السنوية لإحدي الشركات كما يلي :

ص = ١٢٠٠ + ٢٨٨ س (نقطة الأصل ١٩٨٠)

أوجد معادلة الاتجاه العام الشهرية .

الحل:

عدد المواسم ك = ١٢

ص = ١٢٠٠/١٢ + ٢٨٨ /$(١٢)^{٢}$ س

= ١٠٠+ ٢س

ونقطة الأصل تقع في منتصف عام ١٩٨٠ أي في أول يوليو ١٩٨٠ .

١٩-٤ التغيرات الموسمية:

وهذه يتم التعبير عنها بنسبة مئوية ، تسمي النسبة الموسمية أو الدليل الموسمي ، ويستخدم لتحديد هذه النسب عدة طرق نعرض منها طريقة نسبة

الفعلي إلي الاتجاه العام (Ratio-t-trend method) وفي هذه الطريقة يتم احتساب النسبة المئوية لقيمة الظاهرة الفعلية إلي قيمتها الاتجاهية – وتكون نسبة الموسم هي متوسط النسب المتعلقة بالموسم . ويلاحظ أن متوسط هذه النسبة الموسمية يساوي ١٠٠ وفي حالة اختلافها تعدل حتي يكون متوسطها ١٠٠.

والمثال التالي يوضح الخطوات اللازمة لتحديد النسب الموسمية .

تطبيق (١٩-٤):

البيان التالي يوضح مبيعات إحدى شركات المياه الغازية (مليون ريال) والمطلوب :

١- تحديد معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي .

٢- تحديد معادلة الاتجاه العام علي أساس ربع سنوي .

٣- تحديد النسب الموسمية .

٤- تقدير مبيعات الشركة عام ١٩٨٣ وفصولها .

السنة	الربع الأول	الثاني	الثالث	الرابع
١٩٨٠	١٠	٢٠	٥٠	٢٠
١٩٨١	١٢	٣٠	٨٠	٣٠
١٩٨٢	١٣	٢٥	٧٠	٤٠

الحل:

(١)

السنة	س	ص	س^{٢}	س ص
١٩٨٠	صفر	١٠٠	صفر	صفر
١٩٨١	١	١٤٠	١	١٤٠
١٩٨٢	٢	١٧٠	٤	٣٤٠
	٣	٤١٠	٥	٤٨٠

ب = ٣٥

أ = $\overline{\text{ص}}$ – ب $\overline{\text{س}}$

= $\frac{٤١٠}{٣}$ – ٣٥ $(\frac{٣}{٢})$ = ١٠١,٧

ص = ١٠١,٧ + ٣٥ س

= ٢٥,٤ + ٢,١٩ س

ويلاحظ أن نقطة الأصل هنا تقع بين الموسم الثاني والثالث ، ويفضل نقلها إلى نقطة تكون في منتصف أحد المواسم ، فإذا اخترنا منتصف الموسم الأول فإن هذه النقطة تبعد عن السابقة بفترة ونصف ويلزم تعديل المعادلة .

ص = ٢٥,٤ – ١,٥ (٢,١٩) + ٢,١٩ س

ص = ٢٢,١ + ٢,٢س

وهنا نقطة الأصل منتصف الربع الأول عام ١٩٨٠

٣- لتحديد النسب المئوية نوجد أولا القيم الاتجاهية والتي يتم الحصول عليها باستخدام معادلة الاتجاه العام الربع سنوية والسابق إيجادها في (٢) ، ونقوم بقسمة الرقم الفعلي علي رقم الاتجاه العام ، وذلك في جدول كالأتي حيث نجد في الخلية التي تمثل الموسم ثلاث أرقام هي علي الترتيب الرقم الفعلي ، الاتجاه العام ، النسبة المئوية ، والصف الرابع خصص لإيجاد النسب الموسمية وفي كل خلية ثلاث أرقام هي : مجموع النسب بكل فصل ، متوسط هذه النسب، وحيث أن مجموع هذه النسب يساوي ٣٩٧ وليس ٤٠٠ تم تعديلها وذلك بضربها في $\frac{٤٠٠}{٣٩٧}$ ، والناتج تمثل النسب الموسمية.

٤- الصف الأخير بالجدول يوضح تقدير المبيعات عام ١٩٨٣ وحسب كل موسم ، تم أولا احتساب القيم الاتجاهية باستخدام معادلة الاتجاه العام والسابق الحصول عليها في (٢) ، وهي :

ص = ٢٢,١ + ٢,٢ س

وباعتبار أن نقطة الأصل هي الربع الأول عام ١٩٨٠ ، فإنه لتقدير الاتجاه العام في الربع الأول عام ١٩٨٢ مثلا ، (عدد الفترات أي س = ١٢) ، وعلي ذلك .

ص = ٢٢,١ + ٢,٢ (١٢) = ٤٨,٥

وبعد إيجاد قيم الاتجاه العام يتم ضربها في النسب الموسمية للحصول علي التقديرات المطلوبة ، وعلي سبيل المثال فإن تقدير رقم المبيعات في الربع الأول عام ١٩٨٠ يكون بضرب قيمة الاتجاه العام في النسبة الموسمية

الخاصة بالربع الأول ، أي ٤٨,٥ × ٤٢ % = ٢٠ ،والبيانات موضحة في الجدول أدناه

	العام	الربع الأول	الثاني	الثالث	الرابع	مجموع
	١٩٨٠	١٠	٢٠	٥٠	٢٠	١٠٠
		٢٢,١	٢٤,٣	٢٦,٥	٢٨,٧	
		٤٥	٨٢	١٨٩	٧٠	
	١٩٨١	١٢	٣٠	٦٨	٣٠	١٤٠
		٣٠,٩	٣٣,١	٣٥,٣	٣٧,٥	
		٣٩	٩١	١٩٣	٨٠	
	١٩٨٢	١٧	٤٠	٧٧	٣٦	١٧٠
		٣٩,٧	٤١,٩	٤٤,١	٤٦,٣	
		٤٣	٩٥	١٧٥	٧٨	
النسب	مجموع النسب	١٢٧	٢٧٨	٥٥٧	٢٢٨	
الموسمية	الموسمية	٤٢	٩٣	١٨٦	٧٦	٣٩٧
	بعد التعديل م	٤٢	٨٤	١٨٧	٧٧	٤٠٠
تقديرات عام	الاتجاه العام ص	٤٨,٥	٥٠,٧	٥٢,٩	٥٥,١	٢٠٧
١٩٨٣	التقدير ص × م	٢٠	٤٧	٩٩	٤٢	٢٠٧

١٩-٥ السلاسل الزمنية المعترضة:

Interrupted Time Series:

هذا التحليل يوضح اثر تدخل عامل او حادث او ظـاهرة معينـة فـي سلسلة زمنية او اعتراضها . وهذا النوع من التحليل على درجة كبـرى مـن الأهمية للباحث الذى يسعى لتوضيح اثر الأحداث والظواهر والحركات الهامـة على المجتمعات وسلوكهم.

ومن أمثلة الأحداث الهامة التى يسعى الباحث بيان اثرهـا الحـروب، الزلازل والبراكين الفيضانات والأعاصير، الأوبئة، الثـورات، الزعامـات، والحركات الهامة، الاكتشافات الأثرية، اكتشاف الثروات، ادخـال او تغييـر النظم الاقتصادية والسياسية والاجتماعية، اصدار او تغيير القـوانين، ادخـال التكنولوجيا .. الخ.

١٩-٦ تطبيقات متنوعة

تطبيق (١٩-٥):

استخدم بيانات السلسلة الزمنية الموضحة بالجدول التالي لإيجاد :

(أ) معادلة الاتجاه العام – بافتراض معادلة أسية .

(ب) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ٧ .

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	١٦	٤٥	١٣٨	٤٠٢	١٢٥٠

الحل:

ب = ٠,٤٧٤ ، أ = ٠,٧١٨

ص = ٠,٧١٨ + ٠,٤٧٤ س

ص (٧) = ٠,٧١٨ + ٠,٤٧٤ (٧) = ٤,٠٣٦ ومنها ص = ١٠٨٦٤

تطبيق (١٩-٦):

المطلوب استخدام السلسلة الزمنية الموضحة بالجدول التالي لإيجاد :

(أ) معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي .

(ب) معادلة الاتجاه العام علي أساس ربع سنوي .

(ج) تحديد الاتجاه العام علي أساس ربع سنوي .

(د) تقدير قيمة الظاهرة بالفصول الأربعة لعام ١٩٨٣ .

	الربع الأول	الثاني	الثالث	الرابع
١٩٧٨	٣٦	٣٤	٣٨	٣٢
١٩٧٩	٣٨	٤٨	٥٢	٤٢
١٩٨٠	٤٢	٥٦	٥٠	٥٢
١٩٨١	٥٦	٧٤	٦٨	٦٢
١٩٨٢	٨٢	٩٠	٨٨	٨٠

(أ) ص = ١٢٨ + ٤٨ س

(ب) ص = ٢٧,٥ + ٣س

(ج) النسب الموسمية: ١٠٠ ، ١١٠ ، ١٠٣ ، ٨٧

(د) تقديرات عام ١٩٨٣ : ٨٧,٥ ، ٩٩,٥ ، ٩٦,٣ ، ٨٤

تطبيق(١٩-٧):

فيما يلي برصيد المجموعة المكتبية الكتب في عدة سنوات في إحــدي المكتبات .

والمطلوب :

(أ) تحديد معادلة الاتجاه العام .

(ب) تقدير عدد الكتب عام ١٤٠٩ هـــ

السنة	١٤٠٣	١٤٠٤	١٤٠٥	١٤٠٦
عدد الكتب ألف	٣٢	٣٧	٤٦	٥٣

س	س	س٢	س ص
٠	٣٢	٠	٠
١	٣٧	١	٣٧
٢	٤٦	٤	٩٢
٣	٥٣	٩	١٥٩
٦	١٦٨	١٤	٢٨٨

$$ب = \frac{ن\ مجـ\ س\ ص - مجـ\ س\ مجـ\ ص}{ن\ مجـ\ س^2 - (مجـ\ س)^2}$$

$$= \frac{٤\ (٢٨٨) - (٦)(١٦٨)}{٤\ (١٤) - (٦)^2} = ٧,٢$$

أ = ص – ب س

$$= \frac{١٦٨}{٤} - ٧,٢\ \frac{٦}{٤} = ٣١,٢$$

معادلة الاتجاه العام ص = أ + ب س

= ٣١,٢ + ٧,٢ س

تقدير عدد الكتب عام ١٤٠٩ (س = ١٤٠٩ – ١٤٠٦ = ٣)

ص = ٣١,٢ + ٧,٢ (٣) = ٥٢,٨

الباب الثالث

وصف العلاقة بين عدة متغيرات

Multivariate Analysis

الفصل ٣٠: الارتباط المتعدد Multiple Correlation

الفصل ٣١: السببية Causality

الفصل ٣٠

الارتباط المتعدد

Multiple Correlation

٣٠-١ الجدول التكراري المركب Multivariate table

٣٠-٢ المصفوفة الإرتباطية Correlation Matrix

٣٠-٣ الإرتباط متعدد المتغيرات Multivariate Correlation

٣٠-٤ الإرتباط الجزئي Partial Correlation

٣٠-٥ إرتباط الجزء Part Correlation

٣٠-٦ التحليل العاملي Factor Analysis

٣٠-٧ التحليل العنقودي Cluster Analysis

٣٠-٨ تحليل التمايز Discrimination Analysis



تمهيد

هذا الباب يعد أساسا لدراسة العلاقه بين عدة متغيرات.هذه العلاقة فـي معظم الأحيان يلزم وصفهـا ـ سواء تعلق الأمـر بالإرتباط أو التقديـر ـ في ضوءالعديد من المتغيرات الأخرى ، وليس متغير واحد . وفيما يلى بعـض الأمثلة:

- **مساحة المستطيل** ، تعتـمد على متـغيران الطـول والعرض، فلا يكفـي وصف الإرتباط بين المساحه والطول فقط ـأو العرض فقط . كما أن تقـدير مساحة المستطيل يتطلـب معرفة شكل العلاقه بين المساحه والطول والعرض ؛ وهى فى هذه الحالة : **المساحه = الطول × العرض**

- **حجـم السكـان** فى مجتمع معين ، مدينه أو بلد ، يعتمد على عـدة متغيرات هى المواليد والوفيات والهجره الداخليه والخارجيه.

- **معدل الجريمه** فى مجتمع معين نجده يتوقف على عدة متغيرات منها حجم هذا المجتمع ، معدل البطاله ، درجة التدين ، ...

إن الدراسة العلمية للمتغيرات ، أى للظواهر والأشياء والأحـداث و.. يـستلزم يستلزم تصنيف العلاقات إلى : علاقات إرتباطية ، وعلاقات سببية ؛ نعرضـها بإختصار فى الفصلين التاليين .

الفصل العشرون: الارتباط المتعدد
Multiple Correlation

نعرض فى هذا الفصل بإختصار الأساليب الإحصائية المخصصة لوصف علاقة الإرتباط بين عدة متغيرات (ثلاثة فأكثر)

٣٠-١ التوزيع التكرارى المركب Multivariate Table

التوزيع التكرارى المركب أو الجدول التكرارى يعرض العلاقة بين أكثر من متغيرين ، فى صورة جدول مركب ؛وأهميته وطريقة إعداده مماثله لما عرض فى الجدول التكرارى البسيط والمزدوج[١] .

٣٠-٣ المصفوفة الارتباطيه Correlation matrix

المصفوفةالإرتباطيه هى بيان يوضح الإرتباط بين كل متغيرو المتغيرات الأخرى، حيث يخصص صف لكل متغير،وبنفس الترتيب يخصص عمودلكل متغير . ويعنى ذلك أن المقدار الموجود بالصف ٤ والعمود ٥ هو معامل الإرتباط بين المتغير رقم ٤ والمتغير رقم ٥ .

ملاحظات :

١ ـ الأرقام الموجوده على القطر الرئيسى تساوى واحد صحيح ، باعتبارها تمثل الإرتباط بين المتغير ونفسه ، ولذلك تحذف غالبا .

---

1 راجع الفصل الخامس والثالث عشر

٢ ــ القطر الرئيسى يقسم معاملات الإرتباط إلى قسمين متماثلين ، باعتبار أن معامل الإرتباط بين المتغير الرابع والخامس هـــو نفســـه (فـــى معظم الحالات)معامل الإرتباط بين المتغير الخامس والرابع . ولذا غالباً يحذف أحد هذين القسمين ، وبذلك يصبح شكل المصفوفه مثلثاً .

٣٠-٣ الارتباط المتعدد Multiple correlation

معامل الإرتباط المتعدد (ر) هو معامل الإرتباط البسيط[٢] بين (ص) وهو المتغير التابع ، (ص^) ، وهى معادلة تقدير المتغير التابع أو معادلة الإنحدار .

تقع قيمه معامل الإرتباط المتعدد (ر) بين صفر، واحد صحيح . والقيمة ر^{٢} تعبر عن مقدار التباين فى المتغيرالتابع والذى يمكن تفسيره من خلال المتغيرات المستقلة .

٣٠-٤ الإرتباط الجزئى

الإرتباط الجزئى Partial correlation هو مقياس إرتباط للعلاقة الخطية بين متغيرين مع إستبعاد تأثيرباقى المتغيرات. وتقع قيمته بين +١، -١.

---

[2] راجع القسم ١٤-٢

٣٠-٥ إرتباط الجزء Part correlation

إرتباط الجزء Part correlation or semi-partial correlation

فى أبسط صوره هو الإرتباط بين متغيريـــن بعد إستبعادأثرمتغير ثالث من أحدهما.

٣٠-٦ التحليل العاملى Factor analysis

فى حالات كثيرة يكون عدد المتغيرات كبيراً مع وجـــود إرتباطــــــات قوية بينها ، يكون من المفيد إختصار هذا العدد لـــسهولة التعامـــل معهـــا، أى التعامل مع عدد أقل من المتغيرات (وتسمى عوامل).هذا ما يحققـــه التحليـــل العاملى.

٣٠-٧التحليل العنقودي Cluster analysis

يهدف هـــذا الأسلـــوب إلـــى فرز عـــدة أشيـــاء فـــى مجموعـــات Groups or Clusters بحيث تكون كل مجموعه متجانسه فيما بينها تبعا لمعيار معين

٣٠-٨ تحليل التمايز Discrimination Analysis

أسلوب للتمييز بين عدد من الوحدات، وتخصيـــصها فـــى عـــدد مـــن المجموعات بطريقة مثلى، بحيث يكون التباين (الإختلاف) بـــين المجموعـــات أكبـــر ما يمكن ، وداخـــل المجموعات أقل ما يمكن .

الفصل ٣١

السببية Causality

٣١-١ مراحل البحث فى علاقة السببية
٣١-١-١ مرحلة الوصف Discribtion
٣١-١-٢ مرحلة التفسير Explanation
٣١-١-٣ مرحلة التحديد Identification
٣١-٢ الإنحدار المتعدد Multiple regression
٣١-٣ أساليب أخرى
٣١-٣-١ تحليل المسار Path Analysis
٣١-٣-٢ التحليل المتقن Elaboration analysis
٣١-٣-٣ النماذج اللوغاريتمية الخطية Log Linear Models

الفصل الواحد و العشرون

السببية Causality

من أهم أهداف العلم دراسة علاقة السببية والتى تعد الأساس فى وصف الظواهر والتفسير والتقدير والتنبؤ .

إن علاقة السببية من أهم وأعقد الموضوعات فى الفلسفة، والمنطــق ، والبحث العلمى بصفة عامة . لقد قدم الفلاسفة والمناطقة الكثير فى هذا الصدد؛ مثلا ، قدم مل Mill مبادئ للسببية ، منها على سبيل المثال التلازم فى التغير Concomitant Variation ؛ إن هذا المبدأ المفيد والذى أســهم كثيــرا فــى البحث العلمى ، لم يكن لينفذ ويؤتى بثمارة بدون الأداة التنفيذية التــى قــدمها علماء الإحصاء ، وهى مقاييس وصف العلاقة بين المتغيرات ومنها مقــاييس الإرتباط فى صورها المختلفة . لقد قدم علم الإحصاء للمنطق ومناهج البحــث أساليب التنفيذ ..

٢١-١ مراحل البحث فى علاقة السببية

إن مشكلة السببية هى مشكلة منطق وبحث علمى ، غير أن الوصــول للعلاقة السببية يستلزم غالبا إستخدام الأساليب الإحــصائية بإعتبــار أن علــم الإحصاء يعد المنفذ لقواعد المنطق ومناهج البحث.

البحث التطبيقي يهتم بحل المشاكل. ولحل مشكلة يجب أولاً معرفة سبب المشكلة.

إن البحث عن السبب يبدأ بتعيين المتغيرات الملائمة لخلق المشكلة . بعدها نبدأ في وصف كل متغير بإستخدام أساليب الوصف لمتغير وحيد، وبعدها نبدأ بحث الإرتباط (التوافق Association) بين المتغيرات من خلال التحليل المزدوج والتحليل متعدد المتغيرات.

الإرتباط Correlation يحدث عندما تعطى المعلومات عن قيمة متغير معلومات عن قيمة متغير آخر ، بمعنى وجود تلازم في التغير . إن البحث عن الإرتباط يكافئ محاولة تفسير التباين في المتغير التابع . علاقة السببية تكون عندما يحدث التغير في متغير (المستقلIndependant) تغيرات في متغير آخر (التابع dependant) .

بصفة عامة عند البحث في السببية ، يتم حساب التغير في المتغير التابع، ويعد المتغير المستقل مرشحا لإحداث التغير في المتغير التابع ؛ وإذا ما فسر التباين ، فهذا يعني وجود إرتباط . بعد الوصول إلى وجود إرتباط بين متغيرين ، نبحث في تفسيرات بديلة ، وإذا لم نجد تفسيرات بديلة ، عند ذلك فقط نكون بصدد تفسيرا سببيا Causal Explanation إن البحث عن السببية يتضمن ثلاث خطوات : الوصف ، التفسير،التحديد.

٢١-١-١ مرحلة الوصف Discribtion:

فحــص الإرتبـــاط بــين المتغيـــر التـــابع والمتغيـــرات المـــستقلة المحتملة Possible .هذه الإرتباطات تعد تفسيرات سببية مؤقتـــه Tentative للتباين فىالمتغير التابع . ولتثبيت Determining الإرتباط يجب النظر فـــى النقاط الخمس التالية :

١ تعين المتغيرات المستقلة التى يجب فحصـها

٢ تحديد قوة الإرتباط بين كل متغير مستقل والمتغير التابع ، بمعنـــى مـــدى قدرة قيمة المتغير المستقل فى تحديد قيمة المتغير التابع .

٣ إحتمال أن يكون هذا الإرتباط راجعـــا للـــصدفة Chance ، بمعنـــى أن يكون ذلك راجعا للمعاينة Sampling .

٤ إتجاه الإرتباط ، هل هو طردى ، بمعنى أن المتغير التـــابع يتمـــشى مـــع المستقل زيادة ونقصانا ، أو عكسى .

في هذه المرحلة تستخدم اساليب الوصف بالباب الثالث والرابع.

٢١-١-٢ مرحلة التفسير Explanation:

يتم البحث عن تفسيرات بديلة للإرتباط بين المتغيـــرات ، وإذا أســـفر البحث عن عدم وجود أية تفسيرات بديلة ، يعد ما لدينا تفسيرا سببيا . إن عملية التفسير تتطلب فحص عدة متغيرات فى آن واحد ، فيما يعرف بالتحليل متعـــدد المتغيرات.

فى مرحلة التفسير تستخدم الأساليب التالية :

١ التحليل المتقن Elaboration analysis وهو يلائم مستوى القياس الكيفــي للمتغيرات.

٢ تحليل المسار Path analysis وهو يتطلب مستوى قياس كمى للمتغيرات.

٢١-١-٣ مرحلة التحديد Identification:

المتغيرات المستقلة ليست على درجة واحدة فــى أهميتهــا وتأثيرهــا علــى المتغيرالتابع. فى مرحلة التحديد يجب تحديد الأوزان لكل المتغيرات المستقلة. فى مرحلة التحديد تستخدم الأساليب التالية:

١ النماذج اللوغاريتمية الخطية Log linear Models ، وذلــك للمتغيــرات الكيفية

٢ نماذج الإنحدار المتعدد Multiple Regression ، وذلك للمتغيرات الكمية

٢١-٣ الإنحدار المتعدد Multiple regression:

هذه النماذج تصف العلاقة بين متغير ما يطلق عليــه المتغيــر التــابع (ص) وعدد من المتغيرات الأخرى يطلق عليها المتغيرات المستقلة أو المفسرة، (س١ س٢ س٣ ..... سن) وتوضح عملية الوصف هذه مقدار التأ ثير الذى تحدثه هذه المتغيرات المستقله مجتمعه على المتغير التابع، كما توضح مقــدار تأثير كل متغير على حده . ويمدنا الأسلوب بمعادلة الإنحدار المتعدد ،أومعادلة تقديرالمتغير التابع ويرمز لها (ص^) وهى تعد أفضل تقدير لقيمة (ص).

وفيما يلى بعض الأمثلة :

تقدير الضريبة:

تقوم مصلحة الضرائب بتقدير الضريبة على المنشأة بصورة جزافيـــة (فى حالة عدم وجود دفاتر منتظمة). ويعطى أسلوب الإنحدار تقديرا للضريبة بصورة موضوعية ،حيث تخصص للمنشآت المتماثلة فى طبيعة النشاط معادلة تقدير، مثال ذلك:

المتغير التابع : ص الضريبة

المتغيرات المستقله : وهى المتغيرات المؤثرة فى الربحية ، وأهمها :

س١ رأس المال

س٢ عمر المشروع

س٣ عدد العاملين

س٤ الموقع

تقدير سرعة السيارة:

تثار مشكلة تحديد سرعة السيارة فى قضايا القتل والإصابة الخطأ، فى محاولة لإثبات أن قائد السيارة قد جاوز السرعة المحددة فى القوانين واللوائح. وفى هذا الصدد يمكن الإستعانة بأسلوب الإنحدار لتقـــدير الـــسرعة بـــصورة موضوعية ،وذلك من معادلة تقدير تناسب الظـــروف والمناســـبات الخاصـــة بالحالة محل البحث ، مثال ذلك :

المتغير التابع : ص سرعة السيارة

المتغيرات المستقله :

س١ مسافة الفرامل

س٢ درجة إرتفاع الطريق

س٣ كفاءة الفرامل

س٤ حمولة السيارة

س٥ حالة الإطارات

تقدير وقت الوفاة:

تقدير وقت الوفاة له أهمية كبرى خاصة فى حالات الشك الجنـــائى ، وكذا فى حالات التأمين على الحياة، لتحديد ما إذا كان وقت الوفاة يقع فى الفترة المغطاة تأمينيا .وتوجد طرق متعددة لتقدير وقت الوفاة يمكن تقدير وقت الوفاة من معادلة إنحدار تتضمن المتغيرات التالية :

المتغير التابع : ص وقت الوفاة

المتغيرات المستقله : س١ درجة حرارة الجسم

س٢ درجة حرارة الجو

س٣ درجة السمنة

وقت تعاطى المسكرات:

تقدير وقت تعاطى المسكرات له أهمية كبيرة فى الحوادث الجنائيـــة، ويمكن تقدير ذلك من معادلة إنحدار تتضمن المتغيرات التالية:

المتغير التابع : ص وقت وقت التعاطى

المتغيرات المستقله : س١ نسبة الكحول فى الدم

س٢ نوع المشروب

س٣ كمية الطعام

س٤ نوع الطعام

٢١-٣ أساليب أخرى

٢١-٣-١ تحليل المسار Path Analysis

الهدف مقارنة العلاقة المفترضة بين المتغيرات مع البيانات المشاهدة ، بهدف إختبار مدى التوافق بينهما ، وإذا لم يوجد توافق ، يشير إلى تعديلـه أو يرشد عن نموذج جديد ، وهذا يعاد إختباره وهكذا.

وأسلوب تحليل المسار يستخدم سلسلة من نماذج إنحدار متعدد بغرض وصف العلاقة بين عدة متغيرات ، وتحديد العوامل السببية وتقدير قوة تأثيرها. ويعد النموذج على هيئة مخطط diagram يوضح العلاقة بـين المتغيـرات ويعرض قوة العلاقة بينها والترتيب التتابعى لها Sequential order.

٢١-٣-٢ التحليل المتقن Elaboration analysis

من النماذج المألوفة لفحص البيانات المعروضة فى جـداول تكراريـة بغرض إضفاء المزيد من المعلومات عن العلاقة بين متغيرين وسـعيا لكـشف العلاقات السببية . هذه الأساليب تتطلب تفسيرات نظريـة بجانـب الأسـاليب الإخصائية ، وفيها يتم إدخال متغيرات على النموذج مع التحكم فيها وضـبطها وذلك لإختبار علاقة الإرتباط الأصلية للمتغيرات صحة أو زيفا .

هذه المتغيرات تسمى عوامل إختباريـة Test Factors ، ومنهـا المتغيرات الخارجية Extraneous والمتغيـرات المتداخلـة Intervening والمتغيرات العازلة Suppressor والمتغيرات السابقة Antecedent ، .....

٢١-٣-٣ النماذج اللوغاريتمية الخطية Log Linear Models

هذه النماذج تستخدم فى حالة المتغيــرات الكيفيــة، والغــرض منهــا تحديد أوزان المتغيرات المستقلة. هذه المتغيرات يــتم إختيارهــا بنــاء علــى الدراسات التمهيدية للبيانات بالإسترشاد بمقاييس الإرتباط و الأساليب المتقنــة Elaboration analysis.

الجزء الثالث: وصف المجتمع

الإستقراء Induction

التعميم Generalization

الباب الأول: أسس الإستقراء Bases of Induction

الباب الثاني: منطق الإستقراء Logic of Induction

الباب الثالث: أساليب الإستقراء Tecniques of Induction

الباب الأول

أسس الإستقراء

Bases of Induction

٣٢ نظرية الإحتمالات Probability

٣٣ توزيع المعاينة Sampling Distribution

الفصل ٢٣
نظرية الإحتمالات Probability

٢٣-١ مفهوم الإحتمال
٢٣-٢ قوانين العد
٢٣-٢-١ مبدأ العد
٢٣-٢-٢ المضروب
٢٣-٢-٣ التباديل
٢٣-٢-٤ التوافيق
٢-٣ قوانين الإحتمالات
٢٣-٣-١ قانون جمع الإحتمالات
٢٣-٣-٢ الأحداث المتنافية
٢٣-٣-٣ الإحتمال الشرطى
٢٣-٣-٤ قانون ضرب الإحتمالات
٢٣-٣-٥ الأحداث المستقلة
٢٣-٣-٦ الإحتمال الكلى
٢٣-٣-٧ نظرية بييز
٢٣-٣-٨ نظرية تشيبشيف
٢٣-٤ التوزيعات الإحتمالية
٢٣-٤-١ الأهمية
٢٣-٤-٢ التوزيع الهيبرجيومترى
٢٣-٤-٣ توزيع ذي الحدين
٢٣-٤-٤ توزيع بواسون
٢٣-٤-٥ التوزيع الطبيعى
٢٣-٤-٦ توزيع ت
٢٣-٤-٧ توزيع كا^2
٢٣-٤-٨ توزيع ف
٢٣-٥ تطبيقات متنوعة

مقدمة

٢٣ -١ مفهوم الإحتمال

الإحتمالات فرع من فروع الرياضيات يختص بالقياس فى حالات اللاتيقن Uncertainty .

تعريف : إحتمال الحدث أ ، ويكتب ح(أ) هو رقم يقع بين صفر وواحد يقيس فرصة وقوع هذا الحدث . والرقم صفر يعنى أن الحدث مستحيل Impossible والرقم واحد يعنى أن الحدث مؤكد أويقينى Certain

إن تقدير الإحتمال يكون من خلال منهجين :

١ التقدير الموضوعى : Objective ويكون ذلك وفق مفهومين :المفهوم الكلاسيكى Classical Concept ومفهوم التكرار النسبى Relative frequency

٢ التقدير الذاتى : Subjective يتم تحديد الإحتمال وفقا لهذا المفهوم على أساس درجة إعتقاد شخصية (واحد أو أكثر). وهناك حالات كثيرة تستدعى الإعتماد على هذا المفهوم لعدم وجود تكرارات كافية ،مثال ذلك : إحتمال إصابة الهدف من مسدس ، إحتمال أن تكون الشهادة كاذبة فى قضية معينة .

٢٣-٢ قوانين العد Counting

٢٢-٢-١ مبدأ العد

إذا كان لدينا عدد من العمليات قدره ك والعملية الأولى يمكن إجراؤها

بعدد من الطرق قدره $ن_{١}$ والعملية الثانية يمكن إجراؤها بعدد من الطرق قدره $ن_{٢}$ ....والعملية ك يمكن إجراؤها بعدد من الطرق قدره $ن_{ك}$ ، فــإن عــدد الطرق (ع) التى يمكن بها إجراء هذه العمليات جميعها هو :

$$ع = ن_{١}\ ن_{٢}\ ن_{٣} \cdots\cdots ن_{ك} \qquad (٢٢-١)$$

تطبيق (٢٢-١):

يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينــات التي يمكن سحبها في حالة سحب الوحدات على التوالي مع إرجــاع الوحــدات المسحوبة .

الحل: ن= ٥ ، ن= ٣

عدد العينات التي يمكن سحبها فى هذه الحالة يتبع قاعدة العد

$$ن^{ن} = ٥^{٣} = ١٢٥$$

تطبيق (٢٢-٢):

قفل رقمي له ٣ حلقات كل منها به عشرة أرقام . كــم عــدد الأرقــام الممكنة ؟

عدد الأرقام الممكنة = $ن_{١}\ ن_{٢}\ ن_{٣}$

= ١٠×١٠×١٠ = ١٠٠٠ رقم

٢٢-٢-٢ المضروب Factorial

مضروب العدد ن أو عدد تباديل ن من الأشياء المختلفة يحسب بالصيغة

ن ! = ن (ن-١) (ن-٢) ....(٣)(٢) (١) (٢٢-٢)

تطبيق (٢٢-٣):

بكم طريقة يمكن بها إعداد جدول الاختبارات إذا كان عدد المواد ٩ على أن يجرى اختبار كل يوم .

الحل:

عدد الطرق = ٩! = ٩ (٨) (٧) .... (٢) (١) = ٣٦٢٨٨٠

٢٢-٢-٣ التباديل Permutation

عدد تباديل ن من الأشياء مأخوذة من مجموعة عددها **ن** يحسب بإستخدام الصيغة :

$$^{ن}ل_{ن} = \frac{ن!}{(\textbf{ن} - ن)!} \qquad (٢٢-٣)$$

تطبيق (٢٢-٤):

(أ) يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينات التي يمكن سحبها في حالة سحب الوحدات على التوالي بدون إرجاع .

الحل:

عدد العينات التي يمكن سحبها فى هذه الحالة يتبع قاعدة التباديل

$$ {}^{5}ل_{3} = \frac{!5}{!2} = \frac{120}{2} = 60 $$

٢٢-٢-٤ التوافيق Combination

عدد توافيق ر من الأشياء مأخوذة من مجموعة عـددها **ن** يحـسب بإستخدام الصيغة :

$$ \binom{ن}{ر} = \frac{!ن}{!(ن-ر)\ !ر} \qquad (٢٢-٤) $$

تطبيق(٢٢-٥):

يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينـات التي يمكن سحبها في حالة سحب العينة دفعة واحدة

الحل:

عدد العينات التي يمكن سحبها فى هذه الحالة يتبع قاعدة التوافيق

$$ \binom{5}{3} = \frac{!5}{!(5-3)\ !3} = \frac{120}{2 \times 6} = 10 $$

تطبيق (٢٢-٦) :

يراد تكوين لجنة من ثلاثة أشخاص من مجموعة عددها عشرة . بكم طريقة يمكن تكوينها ؟

$$\binom{١٠}{٣} = \frac{١٠!}{(١٠-٣)!\ ٣!} = ١٢٠$$

تطبيق (٢٢-٧):

ما هو عدد طرق اختيار أربعة أفراد من عشرة لأداء أربعة أعمال متشابهة ؟

$$\text{عدد الطرق} = \binom{١٠}{٤} = \frac{١٠!}{(١٠-٤)!\ ٤!} = ٢١٠$$

٢٢-٣ قوانين الاحتمالات

نعرض فى هذا الفصل للقوانين الأساسية للإحتمالات ، ونبدأ ببعض التعاريف الضرورية :

إتحاد حدثين أ ، ب ويكتب أ $\cup$ ب يعنى وقوع أ أو ب أو كليهما

تقاطع حدثين أ ، ب ويكتب أ $\cap$ ب يعنى وقوع أ و ب معا

فراغ العينة (ف) لتجربة : هو مجموعة النتائج الممكنة من التجربة

مكمل الحدث : لكل حدث ب مكمل يرمز له بَ ويعنى عدم وقوع ب

٢٢-٣-١ قانون جمع الإحتمالات

يقيس إحتمال واحد من الأحداث على الأقل

ح(ا ∪ ب) = ح(ا) + ح(ب) − ح(ا ∩ ب) (٢٢-٥)

وفى حالة ثلاثة أحداث ،

ح(ا ∪ ب ∪ د) = ح(ا) + ح(ب) + ح(د) − ح(ا ∩ ب) −
ح(ا ∩ د) − ح(ب ∩ د) + ح(ا ∩ ب ∩ د) (٢٢-٦)

وبصفة عامة

ح(∪ ار) = مج ح(ار) − مج ح (ار ∩ ان) +
مج ح (ار ∩ ان ∩ اك) − .... (٢٢-٧)

حيث الرمز مج يعنى حاصل جمع الحدود التالية

٢٢-٣-٢ الأحداث المتنافية Mutually exclusive events

يقال لحدثان ا ، ب أنهما متنافيان إذا كان من المحال وقوعهما معا أى أن :

ح(ا ∩ ب) = صفر (٢٢-٨)

وإذا كانت الأحداث متنافية تصبح الصيغ أعلاه كما يلى :

ح(ا ∪ ب) = ح(ا) + ح(ب) (٢٢-٩)

$$ح(ا \cup ب \cup د) = ح(ا) + ح(ب) + ح(د) \qquad (٢٢-١٠)$$

وبصفة عامة

$$ح(\cup ار) = مج\ ح(ار)$$

[٢١-٩]

٢٢-٣-٣ الاحتمال الشرطي

ح(أ | ب) يسمى الإحتمال الشرطى أو المشروط ، بمعنى إحتمال الحدث ا فى حالة وقوع ب ، أى بشرط وقوع ب .

$$ح(أ|ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)} \qquad (٢٢-١١)$$

مثلا العبارة " الواقعة أ إذا أيدها دليل قاطع ب تعد يقينية " يكــون التعبير عنها رياضيا بالصيغة

$$ح(أ|ب) = ١$$

وبالطبع إذا كان الدليل ليس قاطعا يكون إحتمال الواقعة أقل من واحد ، بمعنى اللايقين

٢٢-٣-٤ قانون ضرب الإحتمالات

يقيس إحتمال وقوع الأحداث مع بعضها ، من (٢٢-١٢)

ح(ا∩ب) = ح(ا) ح(ب | ا) (٢٢-١٣)

فى حالة وجود ثلاثة أحداث ، يكون إحتمال وقوعها جميعا :

ح(ا∩ب∩د) = ح(د) ح(ب | د) ح(ا | ب ∩ د) ، (٢٢-١٤)

ح(د)≠ ٠، ح(ب ∩ د) ≠ ٠

٢٢-٣-٥ الأحداث المستقلة Events Independent

يقال أن الحدثان ا ، ب مستقلان إحصائيا ، إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر فى إحتمال وقوع الآخر .أى أن : الإحتمال المشروط = الإحتمال المطلق

ح(ب | ا) = ح(ب) (٢٢-١٥)

وفى هذه الحالة تصبح صيغ ضرب الإحتمالات كما يلى :

ح(ا∩ب) = ح(ا) ح(ب) (٢٢-١٦)

* أذا كان الحدثان ا ، ب مستقلان ، يكون كذلك كلا من ا ، بَ وكذا اَ ، ب وكذا اَ ، بَ

الإستقلال لثلاث أحداث وأكثر

يقال لهذه الأحداث أنها مستقلة إذا كان إحتمال تقاطعها (حدوثها مع بعض) يساوى حاصل ضرب إحتمالاتها ، فى حالة ثلاث أحداث :

ح(ا∩ب∩د) = ح(ا) ح(ب) ح(د) (٢٢-١٧)

وبصفة عامة

ح(∩ ار) = $\prod$ ح(ار) (٢٢-١٨)

حيث الرمز $\prod$ يعنى حاصل ضرب الحدود التالية

الإستقلال التام:

يقال لمجموعة من الأحداث أنها مستقلة تماما إذا وإذا فقط كان أى توفيق Combination من هذه الأحداث ، مأخوذة معا لأى عدد ، تكون مستقلة .

ففى حالة ثلاث أحداث يعنى الإستقلال التام تحقيق مايلى :

ح(ا∩ب∩د) = ح(ا) ح(ب) ح(د)

ح(ا∩ب) = ح(ا) ح(ب)

ح(ا∩د) = ح(ا) ح(د)

ح(ب∩د) = ح(ب) ح(د)

وفى حالة تحقق هذه المجموعة الأخيرة ، يكون الأمر محققا كذلك إذا إستبدلنا أى حدث بالحدث المكمل له . مثلا :

ح(اَ ∩ بَ∩دَ) = ح(اَ) ح(بَ) ح(دَ)

تطبيق (٢٢-٨):

فيما يلي جدول باحتمالات الحياة في أحد المجتمعات حيث يتكون حيز العينة من عدة أحداث متنافية وشاملة : الموت في العشرة سنوات الأولى ، الموت في العشر سنوات الثانية ، ... ، الموت بعد سن الثمانين .

بالنسبة لشخص في سن الخمسين الآن ، ما احتمال أن يموت قبل أن يصل إلى سن الستين .

العمر	احتمال الوفاة
٠-١٠	٠,٠٣٢٣
١٠-٢٠	٠,٠٠٦٥
٢٠-٣٠	٠,٠١٢١
٣٠-٤٠	٠,٠١٨٤
٤٠-٥٠	٠,٠٤٣١
٥٠-٦٠	٠,٠٦٩٦
٦٠-٧٠	٠,١٨٢١
٧٠-٨٠	٠,٢٧٢٨
٨٠ فأكثر	٠,٣٣٥٨

الحل:

لا نستطيع اعتبار الحل هو معدل الوفاة الموضح بالجدول وهو ٠,٠٩٦٩ بل يكون الاحتمال المطلوب هو الاحتمال الشرطي ح(أ|ب) حيث أ هو الحدث "يموت قبل سن الستين" والحدث ب هو "يموت بعد سن الخمسين" .

ح(ب) = ٠,٠٩٦٩+٠,١٨٢١+٠,٢٧٢٨+٠,٣٣٥٨=٠,٨٨٧٦

$$ح(أ|ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)} = \frac{0.0969}{0.8876} = ٠,١٠٩٢$$

تطبيق (٢٢-٩):

في مسح صحي عام لأحد المجتمعات وجد ما يلي :

٦% مرضى بالقلب .

٩% مرضى بضغط الدم .

٢% مرضى بالقلب وضغط الدم .

في حالة سحب شخص عشوائياً من هذا المجتمع أوجد :

(أ) احتمال أن يكون الشخص مريضاً .

(ب) احتمال أن يكون الشخص سليماً .

(ج) احتمال أن يكون الشخص مريضاً بالقلب إذا كان مريضاً بالضغط .

(د) هل يعد المرضان مستقلان ؟

الحل:

(أ) ح (مريض) = ح (ق ∪ ض)= ح (ق) + ح (ض) − ح (ق ∩ ض)

=٠,٠٦+٠,٠٩−٠,٠٢=٠,١٣

(ب) ح(سليم) = ١ − ح (مريض)

= ١ − ٠,١٣ = ٠,٨٧

(ج) ح (ق / ض) = $\frac{\text{ح(ق ∩ ض)}}{\text{ح(ض)}}$

= $\frac{0.02}{0.09}$ = ٠,٢٢

(د) ح (ق / ض) = ٠,٢٢ وهذه لا تساوي ح (ق) = ٠,٠٦ إذن المرضان غير مستقلين .

٢٢-٣-٦ الاحتمال الكلى Total probability

بفرض وجود عدد ك من الأحداث المتنافية الـشاملةExhaustive :

ف١ ،ف٢، .. ، فر ،.. .. ،فك (وهى أحداث يتكون من إتحادها فـــراغ العينة، كما يلى : ف١ ∪ف٢ ∪... ∪ فك = ف)

فإنه لأى حدث آخر(ى) ينتمى لفراغ العينة (ف) :

ح(ى) = مج ح(فر ∩ ى)

= مج ح(فر) ح(ى | فر) (٢٢-١٩)

٢٢-٣-٧ نظرية بييز Bayes Theorem

فى عام ١٧٦٣ قدم توماس بييز نظرية هامة ، حيث تمدنا بإحتمالات الفروض المختلفة ، أو أسباب الأحداث ، أى إحتمال أن تكون النتيجة قد حدثت بسبب معين .

بفرض وجود عدد ك من الأحداث المتنافية الشاملة (فروض ،أسباب ، مقدمات) ف١ ،ف٢ ،.. ، فر ،.. .. ،فك وقع منهم واحد ولكـــن غيـــر معلوم ما هو ، وبسبب ذلك وقع حدث آخر، هو النتيجة (ى) .

نظرية بييز تمكننا من معرفة إحتمال أن يكون حدث ما بينهم ، ولـــيكن (فل) مثلا هو السبب فى هذه النتيجة ، أى ح (فل | ى) ، ويسمى الإحتمـــال البعدى Posterior ،ويعد ذلك بمثابة تنقيح للإحتمال القبلى ح (فل) بعـــد توافر معلومات جديدة وهى وقوع الحدث (ى) .

من قانون الاحتمال الشرطي [١٩-٨]

$$\text{ح} (\text{فر} \mid \text{ى}) = \frac{\text{ح} (\text{فر} \cap \text{ى})}{\text{ح} (\text{ى})} \qquad (\text{٢٢-٢٠})$$

بالتعويض عن ح (ى) من قانون الإحتمال الكلى

$$\text{ح} (\text{فر} \mid \text{ى}) = \frac{\text{ح}(\text{فر})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{فر})}{\text{مج}\ \text{ح}(\text{فر})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{فر})} \qquad (\text{٢٢-٢١})$$

حالة وجود حدثين ف١ ، ف٢

تكون نظرية بييز بالصيغة التالية :

$$\text{ح}(\text{ف١} \mid \text{ى}) = \frac{\text{ح} (\text{ف١})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف١})}{\text{ح} (\text{ف١})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف١}) + \text{ح} (\text{ف٢})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف٢})} \qquad (\text{٢٢-٢٢})$$

وبإعتبار الحدثين مكملين لبعضهما، ونرمز لهما ف ، فَ ، تكون نظرية بييز بالصيغة التالية :

$$\text{ح}(\text{ف} \mid \text{ى}) = \frac{\text{ح} (\text{ف})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف})}{\text{ح} (\text{ف})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف}) + \text{ح} (\text{فَ})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{فَ})} \qquad (\text{٢٢-٢٣})$$

تطبيق (٢٢-١٠):

تبلغ نسبة الإصابة بمرض السكري في مجتمع معين ٨% واحتمال أن يقرر طبيب معين إصابة شخص بهذا المرض علماً بأنه مريض فعلاً هو ٠,٩٥ واحتمال أن يقرر إصابته علما بأنه غير مريض هو ٠,٠٢ فإذا أخبر الطبيب شخصاً ما بأنه مريض بالسكري فما هو احتمال أن يكون الشخص مريضاً فعلاً؟

الحل:

نستخدم نظرية بييز ، نعد توزيعاً احتماليا كما هو وراد بالجدول أدناه ــ ومنه يتضح أنه إذا أبلغ الطبيب شخصاً ما بأنه مصاب بمرض السكري فإن هناك احتمال قدره ٨٠% تقريباً أن يكون مريضاً بهذا المرض .

تقرير الطبيب	حالة المريض		
	مريض ف١	غير مريض ف٢	
مصاب أ	٠,٠٧٦	٠,٠١٨٤	٠,٠٩٤٤
غير مصاب	٠,٠٠٤	٠,٩٠١٦	
	٠,٠٨	٠,٩٢	

$$ح\ (ف١\ |\ أ) = \frac{٠,٠٧٦}{٠,٠٩٤٤} = ٠,٨٠٥$$

تطبيق (٢٢-١١):

يتم العمل في أحد المصانع من خلال ثلاث أقسام إذا كان نسبة الإنتاج المعيب في الأقسام الثلاثة هي ١% ، ٥% ، ٣% ويتم توزيع العمل على

الأقسام المختلفة بالنسب ٣٠% ، ٤٠% ، ٣٠% على التوالي . في حالة ظهور إنتاج معيب ما هو احتمال أن يكون كل قسم مسئولاً عن هذا الخطأ .

الحل :

نستخدم نظرية بييز .

الإنتاج	الأقسام		
	ف١	ف٢	ف٣
معيب (أ)	٠,٠٠٣	٠,٠٠٢	٠,٠٠٩
سليم	٠,٢٩٧	٠,٣٨	٠,٢٩١
ح(فر)	٠,٣٠	٠,٤	٠,٣
ح(فر ١أ)	٠,٠٩٤	٠,٦٢٥	٠,٢٨١

٠,٠٣٢

٢٢-٣-٨ نظرية تشيبتشيف Tchebychev

في عام ١٨٧٤ قدم عالم الاحتمالات الروسي تشيبتشيف نظرية هامة لحساب احتمال وقوع المتغير العشوائي س بين حدين ، وهي علي صورة :

$$ح\,(\bar{س} + ل\,\sigma > س > \bar{س} - ل\,\sigma\,) > ١ - \frac{١}{ل^2} \qquad (٢٢-٢٤)$$

حيث أن $\bar{س}$ ، σ هما المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير ، (يفترض أن قيمة كل منها محدودة) ، ل أي قيمة موجبة .

وتأتي اهمية النظرية في عموميتها ، فهي تنطبق علي أي متغير مهما كان شكل توزيعه .

تطبيق (٢٢-١٢):

(مثال): إذا علم أن متوسط درجات الطلبة في اختبار الثانوية العامة هو ٥٢ درجة بإنحراف معياري قدره ١٥ درجة .

في حالة سحب طالب بصوره عشوائية من هذا المجتمع . أوجد إحتمال أن تقع درجته بين ٣٢ ، ٨٢ .

الحل: $\bar{س}$ = ٥٢ ، σ = ١٥ . ويصبح المطلوب هو :

ح (٨٢ > س > ٣٢)

لمعرفة قيمة ل نضع ٨٢ = س ١ + ل σ

٨٢ = ٥٢ + ١٥ل

ومنها نجد أن ل =٢

$$ح\ [\ ٥٢ + ٢\ (\ ١٥\ ) > س > ٥٢ - ٢\ (\ ١٥\ )\ ]\ > ١ - \frac{١}{٢^{٢}}$$

$$ح\ (\ ٨٢ > س > ٣٢\ ) > \tfrac{3}{4}$$

ويلاحظ أن هذه النظرية تمدنا بحد ادني للاحتمال ، ويمكن الحصول علي ارقام أكثر دقة في حالة إتاحة معلومات عن شكل التوزيع . وهناك تحسين يعطي نتائج أكثر دقة في حالة كون التوزيع متماثل وله منوال واحد (قيمة واحدة) .

$$ح\ (س\ ١ + ل\ \sigma > س > س\ ١ - ل\ \sigma\ ) > ١ - \frac{٤}{٩\ ل^{2}} \qquad (٢٢-٢٥)$$

وهذه يطلق عليها متباينة كامب ميدل Camp –meidell inequality .

مثال : أوجد الاحتمال في المثال السابق إذا كان التوزيع متماثل وله منوال واحد .

الحل: ح (٨٢ > س > ٣٢) > ١- $\frac{٤}{٩ (٤)}$ = ٠,٨٩

٢٣-٤ التوزيعات الاحتمالية Probability distributions

٢٢-٤-١ الأهمية

في الفصول السابقة تم عرض بعض القوانين العامة التي يمكن معها حساب الاحتمالات للمتغيرات أو الظواهر أو الأحداث . غير أن هناك متغيرات يكون لها صفات خاصة بحيث يفضل وصف توزيعها بنماذج رياضية احتمالية خاصة ــ وهذا ما يطلق عليه التوزيعات الاحتمالية ، ولها فوائد كثيرة نذكر منها :

(١) استخلاص المعلومات بسهولة وكفاءة أكبر من الاعتماد على الصيغ العامة .

(٢) يتيح ذلك عمل جداول[1] وخرائط لسهولة الحصول على المعلومات .

(٣) تمكن من الوصول إلى صيغ أو مقاييس محددة لوصف التوزيع بحيث تنطبق على كل المتغيرات التي تتبع ذلك التوزيع . وعلى سبيل المثال تتاح صيغ مباشرة لحساب المتوسط الحسابي ، التباين ، ٠ ٠ ٠ الخ .

1 أنظر الملاحق

(٤) إن استخدام صيغة رياضية محددة لوصف المتغير يمكـــن مـــن ســـهولة إدخالها لبناء نماذج رياضية أكبر تتعلق بدراسة أنساق ومشاكل أكبر .

(٥) معرفة التوزيع يفيد في عملية الاستقراء .

ويوجد الكثير من التوزيعات الاحتمالية[1] ، وتنقسم بصفة عامـــة إلـــى (أ) توزيعات غير مستمرة أو متقطعة Discrete نعـــرض منهـــا التوزيعـــات الشائعة.

وهى التوزيع الهيبرجيومتري وتوزيع ذي الحدين ؛(ب) وتوزيعات مـــستمرة Continuous نعرض منها التوزيع الطبيعي وتوزيع (ت) وتوزيـــع (كـــا٢) وتوزيع (ف) .

٢٢-٤-٢ التوزيع الهيبرجيومتري Hypergeometric

يمثل التوزيع حالة سحب عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع الوحـــدات المسحوبة . فبفرض أننا مهتمون بعدد الوحدات المعيبة (س) في عينة حجمهـــا ( ) سحبناها من مجتمع حجمه (ن) يحوي عدد قدره (أ) من الوحدات المعيبة . إن احتمال سحب عدد قدره (س) وحدة معيبة يتم احتسابه من صيغة التوزيـــع الهيبروجيومتري :

$$\text{ح}_{\text{ن، ن ا}}(\text{س}) = \frac{\binom{\text{ا}}{\text{س}}\binom{\text{ن}-\text{ا}}{\text{ن}-\text{س}}}{\binom{\text{ن}}{\text{ن}}} \qquad (٢٢-٢٦)$$

1 راجع الجداول الإحصائية ، للمؤلف

حيث $\text{س}_{\text{ى}} \leq \text{س} \leq \text{س}_{\text{أ}}$

$\text{س}_{\text{أ}}$ = الأكبر بين [صفر ،ن – (ن-١)]

$\text{س}_{\text{ى}}$ = الأصغر بين [ن ، أ]

ويمكن الحصول على التوزيع الاحتمالي المتجمع باستخدام الصيغة :

$$\text{ح}_{\text{ن، ن، أ}}^{(\text{ر})} = \text{ح}^{(\text{س} \geq \text{ر})} = \text{مجـ}_{\text{س=س أ}}^{\text{ر}} \ \text{ح}_{\text{ن، ن، أ}}(\text{س}) \qquad (٢٢-٢٧)$$

ونظراً لأهمية التوزيع الهيبرجيومتري ، فقد تم إعداد جداول لتبسيط الجهد الحسابي ــ ويمكن استخدام العلاقات التالية :

$$\text{ح}_{\text{ن، ن، أ}}(\text{س}) = \text{ح}_{\text{ن، أ، ن}}(\text{س}) \qquad (٢٢-٢٨)$$

$$\text{ح}_{\text{ن، ن، أ}}(\text{س}) = \text{ح}_{\text{ن، أ، ن}}(\text{س}) \qquad (٢٢-٢٩)$$

أي أن ن ، أ يمكن تبديلهما .

ومن خصائص المتغير س الذي يتبع هذا التوزيع ما يلي :

(١) متوسطة $\overline{\text{س}} = \text{ن ق}$ (٢٢-٣٠)

(٢) تباينة $\sigma^{٢}\text{س} = \text{ن ق ك} \dfrac{\text{ن} - \text{ن}}{\text{ن} - ١}$ (٢٢-٣١)

حيث $\text{ق} = \dfrac{\text{أ}}{\text{ن}}$ ، $\text{ك} = ١ - \text{ق}$

تطبيق (٢٢-١٣):

مجتمع حجمه ١٢ وحدة منها ثلاث وحدات معيبة تم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٢ . أوجد التوزيع الاحتمالي لعدد الوحدات المعيبة في العينة .

الحل:

نرمز لعدد الوحدات المعيبة في العينة بالرمز (س) والتي قد تكون صفر، ١ ، ٢ .

$$\text{ح}(\text{س}) = \frac{\binom{\text{ا}}{\text{س}}\binom{\text{ن}-\text{ا}}{\text{ن}-\text{س}}}{\binom{\text{ن}}{\text{ن}}}$$

$$\text{ح}(٠) = \frac{\binom{٣}{٠}\binom{٩}{٢}}{\binom{١٢}{٢}} = ٠{,}٥٤٦$$

$$\text{ح}(١) = \frac{\binom{٣}{١}\binom{٩}{١}}{٦٦} = ٠{,}٤٠٩$$

$$\text{ح}(٢) = \frac{\binom{٣}{٢}\binom{٩}{٠}}{٦٦} = ٠,٠٤٥$$

ويمكن عرض هذا التوزيع الاحتمالي في جدول كما يلي :

س	ح(س)
٠	٠,٥٤٦
١	٠,٤٠٩
٢	٠,٠٤٥
	١

٢٢-٤-٣ توزيع ذي الحدين Binomial

من التوزيعات الهامة ، وهو يمثل حالة سحب عينة من مجتمع كما في التوزيع الهيبرجيومتري ، مع بعض الخلافات . فتوزيع ذي الحدين يصف الحالة بالشروط التالية :

١- عدد محاولات التجربة (الوحدات المسحوبة) ثابت وليكن ن .

٢- كل محاولة تشمل نتيجتين فقط ، نجاح أو فشل .

٣- احتمال النجاح في كل محاولة ثابت وليكن ق [واحتمال الفشل ك=١-ق] أي أن المحاولات مستقلة عن بعضها .

والشرط الثالث هو الذي يميز توزيع ذي الحدين عن التوزيع

الهيبرجيومتري ، ويمكن اعتبار أن التوزيع الهيبرجيومتري يمثل حالة سحب عينة من مجتمع محدود حيث تعتبر السحبات المتتالية غير مستقلة ، بينما يمثل توزيع ذي الحدين حالة السحب مع إرجاع الوحدات المسحوبة إلى المجتمع – وبذلك تكون محاولات السحب المتتالية مستقلة عن بعضها ، ويكون الأمر كذلك في حالة سحب العينة من مجتمع كبير .

والمتغير في كلا التوزيعان واحد وهو عدد مرات النجاح في (ن) من المحاولات ولنرمز له بالرمز (س) . وصيغة توزيع ذي الحدين كما يلي :

$$\text{ح}_{\text{ن،ق}}(\text{س}) = \binom{\text{ن}}{\text{س}} \text{ق}^{\text{س}} \text{ك}^{\text{ن}-\text{س}} \qquad (٢٢-٣٢)$$

حيث س= ٠ ، ١ ، ٢ ، ٠٠٠، ن

وصيغة توزيع ذي الحدين المتجمع هي :

$$\text{ح}_{\text{ن،ق}}(\text{ر}) = \text{مجـ}_{\text{س}=٠}^{\text{ر}} \ \text{ح}_{\text{ن،ق}}(\text{س}) \qquad (٢٢-٣٣)$$

ويمكن استخدام توزيع ذي الحدين كتقريب للتوزيع الهيبرجيومتري ، حيث :

$$\text{ح}_{\text{ن، ن ، ا}}(\text{س}) = \text{ح}_{\text{ن،ق}}(\text{س}) \qquad (٢٢-٣٤)$$

$$\text{حيث ق} = \frac{\text{ا}}{\text{ن}}$$

ويكون هذا التقريب جيداً في حالة توافر الشروط التالية :

١ $\text{ن}/\text{ن} \geq ٠,١$

٢   ن   ≥ أ   (٢٢-٣٥)

٣   ن   ≥ ٥٠

ومن خصائص المتغير (س) الذي يتبع توزيع ذي الحدين ما يلي :

(١) متوسطه $\bar{س}$ = ن ق   (٢٢-٣٦)

(٢) تباينة $\sigma^{٢}_{س}$ = ن ق ك   (٢٢-٣٧)

تطبيق (٢٢-١٤)

ما هي الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور في الأسر التي بها أربعة أولاد؟

الحل :

من قوانين الوراثة يمكن اعتبار ولادة الطفل مستقلة عن حالة الطفل السابق كما أن احتمال أن يكون المولود ذكراً هو $\frac{1}{2}$. والمتغير (س) وهو عدد الذكور بالأسرة قد يكون صفر،١،٢،٣،٤ ، ويمكن حساب احتمال كل منها بالصيغة (٢٢-٢) .

$$ح_{٤،٠,٥}(س) = \binom{٤}{س} ٠,٥^{س} \; ٠,٥^{٤-س}$$

$$= \binom{٤}{س} ٠,٥^{٤}$$

$$= ٠,٠٦٢٥ \binom{٤}{س}$$

$$ح(٠) = ٠,٠٦٢٥ \binom{٤}{٠} = ٠,٠٦٢٥$$

$$ح(١) = ٠,٠٦٢٥ \binom{٤}{١} = ٠,٠٦٢٥ \ (٤) = ٠,٢٥$$

وهكذا . ويمكن عرض النتائج في صورة التوزيع الاحتمالي التالي :

س	ح(س)
٠	٠,٠٦٢٥
١	٠,٢٥٠٠
٢	٠,٣٧٥٠
٣	٠,٢٥٠٠
٤	٠,٠٦٢٥
	١

تطبيق (٢٢-١٥)

اختبار يتكون من ٢٠ سؤالاً ــ على نظام الاختبار من متعدد ــ ما احتمال أن يحصل الطالب بالتخمين على عشر إجابات صحيحة فأكثر :

(أ) إذا كان كل سؤال يحوي إجابتين فقط .

(ب) إذا كان كل سؤال يحوي ٤ إجابات .

الحل :

(أ) ح(س ≥ 10) = ١−ح (س ≤ 9)

= ح ٢٠، ٠,٥ (٩) = ١−٠,٤١٢ = ٠,٥٨٨

(ب) ح(س ≥ 10) = ١−ح (س ≤ 9)

= ١− ح٢٠،٠,٥(٩) = ١−٠,٩٨٦ = ٠,٠١٤

٢٢-٤-٤ توزيع بواسون Poisson

هذا التوزيع يشترك في كثير من الأشياء مع توزيع ذي الحدين ، وصيغته كما يلي :

$$ح_م(س) = \frac{هـ^{-م} م^{س}}{س!} \qquad (٢٢-٣٨)$$

حيث س = ٠ ، ١، ٢، ....

م > صفر

هـ = ٢,٧١٨ (أساس اللوغاريتم الطبيعي)

س! = مضروب س كما سبق تعريفها فى القسم (٢١-٢-٢)

ويستخدم توزيع بواسون لحساب الاحتمالات للأحداث النادرة أي التي يكون احتمال حدوثها (ق) قليلاً والتي تحدث بصورة عشوائية مثل معدل حوادث السيارات أو حوادث المصنع ، معدل ورود العملاء على مراكز الخدمة (مخزن ــ متجر ــ مكتبة ٠٠٠) ، معدل الأخطاء في الأعمال (كتابة ــ طباعة ــ نسخ ٠٠٠) .

ويستخدم توزيع بواسون كتقريب لتوزيع ذي الحدين تبسيطاً للعمل الحسابي ، على أساس أن م = ن ق ، وذلك في حالة ما إذا كانت ن كبيرة (أكبر من ٥٠) ، ق صغيرة (أصغر من ٠,١) .

ويفيد توزيع بواسون في حساب الاحتمالات في الحالات التي يكون فيها المتوسط م (ن ق) فقط معلوماً .

ولتسهيل الحصول على الاحتمالات يمكن استخدام الجداول كالموضحة بالملحق (جدول ٨) .

ومن خصائص المتغير (س) الذي يتبع هذا التوزيع ما يلي :

(١) $\bar{س}$ = م (٢٢-٣٩)

(٢) σ = م (٢٢-٤٠)

تطبيق (٢٢-١٦):

تشير الإحصاءات الحكومية في إحدى الدول إلى أن متوسط عدد حوادث المصنع في السنة هو ٢ لكل ٥٠٠٠ عامل ، أوجد احتمال وجود حادثة في السنة على الأقل لمصنع يحوي :

(أ) ٥٠٠٠ عامل .

(ب) ١٠٠٠٠ عامل .

الحل :

يمكن افتراض توزيع بواسون باعتبار أن الحوادث تقع بصورة عشوائية .

(أ) ح(س ≤ 1) = ١ - ح (س=صفر)

$$= ١- \frac{هـ^{-2}(2)^0}{0!} = ١-(2.718)^{-2} = ٠,٨٦٥$$

(ب) حيث أن معدل الحوادث هو ٢ لكل ٥٠٠٠ عامل فإننا نتوقع معدل قدره ٤ لكل ١٠٠٠٠ عامل .

ح(س ≤ 1) = ١-ح (س=صفر)

$$= ١-(2.718)^{-4} = ٠,٩٨٢$$

٢٢-٤-٥ التوزيع الطبيعي Normal

أهميته :

التوزيع الطبيعي له أهمية كبيرة للعديد من الأسباب :

(١)كثير من الظواهر الطبيعية والاجتماعية والاقتصادية تتبع هذا التوزيع ، مثال ذلك أطوال الأشخاص ، أوزانهم ، الذكاء ، الإنتاجية ، التحصيل العلمي ، الأخطاء . ولا غرابة في ذلك فمن الثابت نظرياً أنه إذا كان هناك متغير ما يتأثر بالعديد من العوامل المستقلة فإن توزيع هذا المتغير يتبع التوزيع الطبيعي .

(٢)يستخدم كتقريب لكثير من التوزيعات تحت شروط معينة .

(٣)له أهمية كبيرة في الاستقراء الإحصائي ، حيث إن كثير من توزيعات المعاينة تتبع التوزيع الطبيعي تحت شروط معقولة .

(٤)يمكن بتحويلات مناسبة جعل الكثير من التغيرات تتبع التوزيع الطبيعي .

(٥)توافر الجداول لتسهيل حساب الإحتمالات

خواصه :

(١) التوزيع الطبيعي ليس توزيع وحيد ولكنه عائلة من التوزيعات . ويتحدد شكل التوزيع تماماً بمجرد معرفة المتوسط الحسابي $(\overline{س})$ والانحراف المعياري (σ) وغالباً يرمز لهذا التوزيع ط$(\overline{س}،\sigma^2)$.

(٢) التوزيع متماثل حول المتوسط .

(٣) المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .

(٤) المدى النظري للتوزيع يمتد من $-\infty$ إلى $+\infty$ غير أنه عملياً نجد أن المدى الفعال (يحوي ٩٩,٧٤% من القيم) ينحصر بين $\overline{س} - 3\sigma$ ، $\overline{س} + 3\sigma$.

التوزيع الطبيعي المعياري Standard normal

إذا كان لدينا متغير يتبع التوزيع ط ($\overline{س}$ ، σ^2) أي التوزيع الطبيعي بمتوسط $\overline{س}$ وتباين قدره σ^2 فإنه يمكن تحويل هذا المتغير باستخدام صيغة

الدرجة المعيارية :

$$س' = \frac{س - \bar{س}}{\sigma} \qquad (٢٢-٤١)$$

وبذلك نحصل على توزيع طبيعي متوسطه صفر وانحرافه المعياري (وتباينه) واحد صحيح ، وهذا ما يسمى التوزيع الطبيعي المعياري ويرمز له بالرمز ط(٠،١) . أي أنه بإجراء مثل هذا التحويل نحصل على توزيع موحد مما يؤدي إلى تسهيل حساب الاحتمالات . وهناك جداول بهذا التوزيع تجد نموذجاً لها بالملحق ، جدول ٢ ، أنظر الشكل

والجدول ٢ يعرض لكل قيمة ط الإحداثي (أ) وكذا الاحتمال (حـ) أو المساحة المظللة بالشكل بحيث :

$$ح\,[ط \geq ط(حـ)] = حـ \qquad (٢٢-٤٢)$$

ويلاحظ أن الجدول يعرض هذه المعلومات لقيم ط الموجبة فقط ، أما بالنسبة للقيم السالبة فإنه باعتبار أن التوزيع متماثل فإن قيم الإحداثي (أ) تكون هي نفسها كما للقيمة الموجبة . أما الاحتمالات فإنه يمكن الحصول عليها باستخدام العلاقة .

$$ح\,(ط < -ط^{\circ}) = ١ - ح\,(ط < ط^{\circ}) \qquad (٢٢-٤٣)$$

تطبيق (٢٢-١٧):

متغير يتبع التوزيع الطبيعي المعياري ــ أوجد الحدود المركزية التي

تقع فيها ٩٠% من القيم؟

لتكن الحدود المركزية هي أ ، ب

ح(ط < أ) = ٠,٩٥ وباستخدام جدول ٢ بالملحق نجد أن أ = ١,٦٥

وحيث أن التوزيع متماثل تكون قيمة ب هي -١,٦٥.

تقريب التوزيع الطبيعي لتوزيعي ذي الحدين وبواسون

يمكن استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب جيد لتوزيع ذي الحدين في حالة ما إذا كان كل من ن ق ، ن ك أكبر من ٥ ، أي أن متغير ذي الحدين س في هذه الحالة يتبع التوزيع الطبيعي ط (ن ق،ن ق ك) حسب الصيغ (٢١-٣١)

(٢١-٣٢) وبالتحويل لدرجات معيارية فإن المتغير :

$$\frac{\text{س} - \text{ن ق}}{\sqrt{\text{ن ق ك}}} \qquad (٢٢-٤٤)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري ط (٠،١) .

وكذلك فإنه إذا كان المتغير س يتبع توزيع بواسون فإنه كلما زادت قيمة م (أكبر من ٢٠) فإن المتغير يقترب من التوزيع الطبيعي ط (م ، م) ، حسب الصيغ (٢١-٣٤) ، (٢١-٣٥) .

ونظراً لأن التوزيع الطبيعي توزيع مستمر بينما توزيعا ذي الحدين وبواسون من التوزيعات غير المستمرة ــ فإنه يلزم مراعاة ما يلي :

(١) إذا كان لدينا متغير س يتبع توزيع ذي الحدين أو توزيع بواسون وكنا بصدد إيجاد الاحتمال في المدى من أ إلى ب فإنه عند استخدام تقريب التوزيع الطبيعي فإننا نستخدم المدى من :

أ – ١/٢ إلى ب + ١/٢

(وهذا التعديل لا يكون ضرورياً في حالة ما إذا كانت ن كبيرة) .

(٢) في حالة استخدام التوزيع الطبيعي لحساب احتمال قيمة معينة س فإننا نستخدم المدى من :

س – ١/٢ إلى س + ١/٢

تطبيق (٢٢-١٨):

متغير س يتبع توزيع ذي الحدين معالمه ن = ٢٠ ، ق = ٠,٤

أوجد ح (٩ ≤ س ≤ ٦) باستخدام :

(أ) توزيع ذي الحدين .

(ب) التوزيع الطبيعي .

الحل:

(أ) ح (٩ ≤ س ≤ ٦) = ح ٢٠، ٠,٤ (٥)

= ٠,٧٥٥٣ – ٠,١٢٥٦

= ٠,٦٢٩٧ جدول ٧ بالملحق

(ب) ح(9 ≤ س ≤ 6)

$$= ح\left(\frac{8-9.5}{\sqrt{(0.6)(0.4)(20)}} < ط < \frac{8-5.5}{\sqrt{(0.6)(0.4)(20)}}\right)$$

= ح(٠,٦٨٥ > ط > - ١,١٤١)

= ح(ط < ٠,٦٨٥) - ح(ط < ــ١,١٤١)

= ح(ط < ٠,٦٨٥) - [١- ح (ط < ١,١٤١)]

= ٠,٧٥٤٩ - ١ + ٠,٨٧٢٩ = ٠,٦٢٧٨

جدول ٢ بالملحق .

٢٢-٤-٦ توزيع ت T-distribution

توزيع مستمر يشبه إلى حد كبير التوزيع الطبيعي المعيـاري ؛ أنظـر الشكل ، جدول ٣ بالملحق

خواصه:

(١)له معلمة واحدة هي (د) وتسمى درجات الحرية .

درجات الحرية (د.ح (Degrees of freedom (d.f.) (مفهوم إحصائي، تعرف بأنها عدد المشاهدات المستقلة ،بمعنى عدد المشاهدات التي يبنى عليها إحصاء ما ناقصا عدد القيود الموضوعة على هذه المشاهدات .

(٢) التوزيع ليس وحيداً ولكنه عائلة من التوزيعات ، ويتحدد شــكل التوزيــع بمجرد تحديد درجات الحرية (د) .

(٣) التوزيع متماثل حول المتوسط الحسابي .

(٤) المتوسط الحسابي يساوي صفر .

(٥) المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .

(٦) مدى التوزيع يمتد من − ∞ إلى + ∞ .

(٧) بزيادة درجات الحرية يقترب التوزيع من التوزيع الطبيعي المعياري .

الجداول :

يوضح جــدول ٣ بالملحق قيم المتغير والاحتمالات المناظرة لها بحيث أن :

ح [س < $ت_د$ (حـ)] = حـ (٢٢-٤٢)

وباعتبار أن التوزيع متماثل فإن ؛

ح (س < − ت) = ١ − ح (س < ت) (٢٢-٤٣)

تطبيق (٢٢-١٩)

متغير س يتبع توزيع ت بدرجات حرية ٨ أوجد :

(ا) ح (س < ١,٨٦٠)

(ب) ح (س < − ١,٨٦٠)

الحل:

بالرجوع لجدول ٣ بالملحق وأمام درجات الحرية ٨ نجد أن :

(أ) ح (س < ١,٨٦٠) = ٠,٩٥

(ب) ح (س < − ١,٨٦٠) = ١ − ح (س < ١,٨٦٠)

باستخدام (٢١-٤١)

٢٢-٤-٧ توزيع كا^{٢} X^2 distribution

توزيع مستمر له استخدامات متعددة ، أنظر جدول ٥ بالملحق

خواصه :

(١) له معلمة واحدة (د) تسمى درجات الحرية .

(٢) مدى التوزيع يمتد من صفر إلى ∞ .

(٣) التوزيع ملتو من اليمين . وبزيادة درجات الحرية يميل إلى التماثل.

(٤) متوسط التوزيع = د .

(٥) تباين التوزيع = ٢ د

الجداول :

جدول ٥ يعرض قيم كا$_{د}^{2}$ (حـــ) بحيث أن :

ح [س < كا$^2_د$ (حـ)] = حـ (٢٢-٤٤)

تطبيق (٢٢-٢٠)

متغير س يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية ٥ أوجد :

(أ) ح (س > ١١)

(ب) ح (س < ٣)

(ج) ح (١١ > س > ٣)

الحل:

(أ) ح (س > ١١) = ١- ح (س < ١١)

= ١ - ٠,٩٥ = ٠,٠٥

(ب) ح (س < ٣) = ٠,٣

(ج) ح (١١ > س > ٣) = ح (س < ١١) – ح (س < ٣)

= ٠,٩٥-٠,٣ = ٠,٦٥

تطبيق (٢٢-٢١)

أوجد قيمة كا$^2_{70}$ (٠,٩٧٥)

الحل:

نستخدم الصيغة (٢-٤٢)

$$كا^2_{70}\ (٠,٩٧٥) = ٧٠\left[١ - \frac{2}{9(70)} + ١,٩٦\sqrt{\frac{2}{9(70)}}\right]^3 = ٩٥,٠٢٩$$

ملحوظة : القيمة الجدولية هي ٩٥,٠٢

٢٢-٤-٨ توزيع ف F-distribution

توزيع مستمر يشبه إلى حد كبير توزيع كا^2 :

خواصه :

(١) له معلمتان $د_1$ ، $د_2$ كلاهما يسمى درجات الحرية .

(٢) مدى التوزيع يمتد من صفر إلى ∞ .

(٣) التوزيع ملتو من اليمين .

(٤) إذا كان المتغير س يتبع توزيع $ف_{د_1، د_2}$ فإن $\frac{1}{س}$ يتبع توزيع $ف_{د_2، د_1}$.

الجداول :

الجدول ٤ بالملحق يعرض قيم $ف_{د_1، د_2}$ (حـ) حيث :

ح [س < $ف_{د_1، د_2}$ (حـ)] = حـ (٢٢-٤٥)

ولزيادة الانتفاع من استخدام الجداول يمكن استخدام العلاقة التالية :

$$ف_{د_1 ، د_2}(حـ) = \frac{1}{ف_{د_2 ، د_1}(1 - حـ)} \qquad (٢٢-٤٦)$$

تطبيق (٢٢-٢٢)

متغير س يتبع توزيع ف بدرجات حرية $د_1 = ٨$ ، $د_2 = ٤$ أوجد الحدود المركزية التي تحوي ٩٥% من القيم .

من جدول ٤ بالملحق:

$أ = ف_{٨ ، ٤}(٠,٩٧٥) = ٨,٩٨$

$$ب = ف_{٨ ، ٤}(٠,٠٢٥) = \frac{1}{ف_{8،4}(0.975)} = \frac{1}{5.05} = ٠,١٩٨$$

٢٢-٥ تطبيقات متنوعة

تطبيق (٢٢-٢٣):

إذا كان احتمال أن يكون المولود ذكراً هو $\frac{1}{2}$ فما هي الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور في أسرة لديها طفلان .

الحل :

عدد الذكور بالأسرة	الاحتمال
صفر	١ / ٤
١	٢ / ٤
٢	١ / ٤
	١

		الطفل الثاني ذكر	الطفل الثاني أنثى
الطفل الأول	ذكر	ذذ	ذأ
	أنثى	أذ	أأ
		فراغ	العينة

تطبيق (٢٢-٢٤)

إذا كان احتمال أن يكون المولود ذكراً هو $\frac{1}{2}$ فما هي الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور في أسرة مكونة من ثلاث أطفال .

الحل :

الطفـل			عدد الذكور	الاحتمال
الأول	الثاني	الثالث		
أ	أ	أ	٠	١ / ٨
أ	أ	ذ	١	٣ / ٨
أ	ذ	أ		
ذ	أ	أ		
أ	ذ	ذ	٢	٣ / ٨
ذ	أ	ذ		
ذ	ذ	أ		
ذ	ذ	ذ	٣	١ / ٨

تطبيق (٢٢-٢٥)

قفل رقمي له ٣ حلقات كل منها به عشرة أرقام . كـم عـدد الأرقـام الممكنة ؟

عدد الأرقام الممكنة = $ن_1 ن_2 ن_3$

= ١٠×١٠×١٠ = ١٠٠٠ رقم

تطبيق (٢٢-٢٦)

بكم طريقة يمكن بها إعداد جدول الاختبارات إذا كان عدد المواد ٩ على أن يجرى اختبار كل يوم .

الحل :

عدد الطرق = ٩! = ٩ (٨) (٧) .... (٢) (١) = ٣٦٢٨٨٠

تطبيق (٢٢-٢٧) :

يراد تكوين لجنة من ثلاثة أشخاص من مجموعة عددها عشرة . بكم طريقة يمكن تكوينها ؟

عدد الطرق = $\binom{10}{3} = \frac{10!}{(3!)(7!)}$ = ١٢٠

تطبيق (٢٢-٢٨) :

ما هو عدد طرق اختيار أربعة أفراد من عشرة لأداء أربعة أعمال متشابهة ؟

عدد الطرق = $\binom{10}{4} = \frac{10!}{(4!)(6!)}$ = ٢١٠

تطبيق (٢٢-٢٩) :

يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينـــات التي يمكن سحبها في حالة :

(أ) سحب الوحدات على التوالي مع إرجاع الوحدات المسحوبة .

(ب) سحب الوحدات على التوالي بدون إرجاع .

(ج)سحب العينة دفعة واحدة .

الحل :

عدد العينات التي يمكن سحبها :

في الحالة (أ) : $ن^{ر} = 5^{3} =$ ١٢٥

في الحالة (ب) : $^{ن}ل_{ر} = {}^{5}ل_{3} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} =$ ٦٠

في الحالة (حـ) : $\binom{ن}{ر} = \binom{5}{3} = \frac{5!}{(3!)(3!)} = \frac{120}{(6)(2)} =$ ١٠

تطبيق (٢٢-٣٠) :

فيما يلي جدول باحتمالات الحياة في أحد المجتمعات حيث يتكون حيـــز العينة من عدة أحداث متنافية وشاملة : الموت في العشرة ســـنوات الأولـــى ، الموت في العشر سنوات الثانية ، ... ، الموت بعد سن الثمانين .

بالنسبة لشخص في سن الخمسين الآن ، ما احتمال أن يموت قبل أن يصل إلى سن الستين .

العمر	احتمال الوفاة
٠-١٠	٠,٠٣٢٣
١٠-٢٠	٠,٠٠٦٥
٢٠-٣٠	٠,٠١٢١
٣٠-٤٠	٠,٠١٨٤
٤٠-٥٠	٠,٠٤٣١
٥٠-٦٠	٠,٠٦٩٦
٦٠-٧٠	٠,١٨٢١
٧٠-٨٠	٠,٢٧٢٨
٨٠ فأكثر	٠,٣٣٥٨

الحل:

لا نستطيع اعتبار الحل هو معدل الوفاة الموضح بالجدول وهو ٠,٠٩٦٩ بل يكون الاحتمال المطلوب هو الاحتمال الشرطي ح(أ|ب) حيث أ هو الحدث "يموت قبل سن الستين" والحدث ب هو "يموت بعد سن الخمسين" .

ح(ب) = ٠,٠٩٦٩+٠,١٨٢١+٠,٢٧٢٨+٠,٣٣٥٨=٠,٨٨٧٦

$$ح(أ|ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)} = \frac{0.0969}{0.8876} = ٠,١٠٩٢$$

تطبيق (٢٢-٣١) :

صندوق أ يحتوي على كرتان حمراء وثلاث كرات بيضاء وصندوق ب يحوي أربع كرات حمراء وكرة بيضاء ـــ تم سحب صندوق عـــشوائي ـــ ثـــم سحبت منه كرة عشوائية ـــ فكانت حمراء .

ما احتمال أن يكون الصندوق أ هو الذي تم اختياره عشوائي ؟

الحل :

	صندوق أ	صندوق ب	
حمراء	٠,٢	٠,٤	٠,٦
بيضاء	٠,٣	٠,١	
	٠,٥	٠,٥	

الاحتمال المطلوب = $\frac{0.2}{0.6}$ = ٠,٣٣٣

تطبيق (٢٢-٣٢) :

تبلغ نسبة الإصابة بمرض السكري في مجتمع معين ٨% واحتمال أن يقرر طبيب معين إصابة شخص بهذا المرض علماً بأنه مريض فعلاً هو ٠,٩٥ واحتمال أن يقرر إصابته علما بأنه غير مريض هو ٠,٠٢ فإذا أخبر الطبيـــب شخصاً ما بأنه مريض بالكسري فما هو احتمال أن يكون الـــشخص مريـــضاً فعلاً؟

الحل:

نستخدم نظرية بييز ، نعد توزيعاً احتماليا كما هو وراد بالجدول أدنـــاه ـــ ومنه يتضح أنه إذا أبلغ الطبيب شخصاً ما بأنه مصاب بمرض السكري فإن هناك احتمال قدره ٨٠% تقريباً أن يكون مريضاً بهذا المرض .

تقرير الطبيب	حالة المريض		
	مريض ف١	غير مريض ف٢	
مصاب أ	٠,٧٦	٠,١٨٤	٠,٠٩٤٤
غير مصاب	٠,٠٠٤	٠,٩٠١٦	
	٠,٠٨	٠,٩٢	

ح (ف١ أ) = $\frac{0.076}{0.0944}$ = ٠,٨٠٥

تطبيق (٢٢-٣٣) :

يتم العمل في أحد المصانع من خلال ثلاث أقسام إذا كان نسبة الإنتاج المعيب في الأقسام الثلاثة هي ١% ، ٥% ، ٣% ويتم توزيـــع العمـــل علـــى الأقسام المختلفة بالنسب ٣٠% ، ٤٠% ، ٣٠% على التوالي . في حالة ظهور إنتاج معيب ما هو احتمال أن يكون كل قسم مسئولاً عن هذا الخطأ .

الحل :

نستخدم نظرية بييز .

الإنتاج	الأقســـــام		
	ف١	ف٢	ف٣
معيب (أ)	٠,٠٠٣	٠,٠٢	٠,٠٠٩
سليم	٠,٢٩٧	٠,٣٨	٠,٢٩١
ح(فر)	٠,٣٠	٠,٤	٠,٣
ح(فر | أ)	٠,٠٩٤	٠,٦٢٥	٠,٢٨١

٠,٠٣٢

تطبيق (٢٢-٣٤):

مجتمع من عشرة أشخاص به أربعة ذكور تم اختيار عينة من أربعة أشخاص عشوائية .

(أ) ما احتمال أن تحوي العينة اثنين من الذكور .

(ب) ما احتمال أن تحوي العينة اثنين من الذكور على الأقل .

الحل :

نستخدم التوزيع الهيبرجيومتري نظراً لأن المجتمع محدود .

$$\text{(أ)}\quad ح_{ن،ه،أ}(س) = \frac{\binom{أ}{س}\binom{ه-أ}{ن-١}}{\binom{ه}{ن}}$$

$$ح_{٤،٤،١٠}(٢) = \frac{\binom{6}{2}\binom{4}{2}}{\binom{10}{4}} = \frac{(15)(6)}{210} = ٠,٤٢٩$$

$$\text{(ب)}\quad ح\ (س \geq 2) = ح(٠) + ح(١) + ح(٢)$$

= ٠.س٠٧١+٠,٣٨١+٠,٤٢٩=٠,٨٨١

وهذه النتائج يمكن الحصول عليها مباشرة من جدول ٦ بالملحق .

تطبيق (٢٢-٣٥) :

اختبار يتكون من ٢٠ سؤالاً كل سؤال يحوي خمس إجابات يختار منها الممتحن الإجابة الصحيحة .

أوجد احتمال الحصول على ست إجابات صحيحة أو أكثر بالتخمين .

الحل:

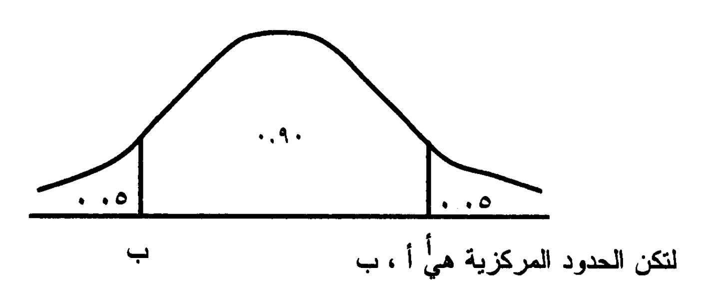
نستخدم توزيع ذي الحدين (جدول ٧ بالملحق) لكل سؤال يكون احتمال الإجابة الصحيحة $\frac{1}{5}$ ، ن = ٢٠ .

ح (س ≤ 6) = ١ − ح (س ≥ 5)

= ١ − ٠,٨٠٤ = ٠,١٩٦

تطبيق (٢٢-٣٦) :

متغير يتبع التوزيع الطبيعي المعياري ــ أوجد الحدود المركزية التـــي تقع فيها ٩٠% من القيم ؟



لتكن الحدود المركزية هي أ ، ب

ح(ط < أ) = ٠,٩٥ وباستخدام جدول ٢ بالملحق نجد أن أ = ١,٦٥ وحيث أن التوزيع متماثل تكون قيمة ب هي -١,٦٥.

تطبيق (٢٢-٣٧) :

إذا كان ٨٠% من المنتجين يؤيدون المرشح أ . تم اختيار عينة عشوائية من ١٥ منتخبا . ما هو احتمال فوز المرشح أ .

الحل:

يفوز المرشح إذا حصل على أغلبية الأصوات أي أكثر من ٧ .

ح(س > ٧) = ١- ح (س ≥ 7)

= ١ − ح$_{١٥،٠،٨}$ (٧)

= ١ − [١ − ح$_{١٥،٠،٨}$ (٧)]

= ١ − ١ + ٠,٩٩٥٨ = ٠,٩٩٦

تطبيق (٢٢-٣٨) :

تشير الإحصاءات في أحد المجتمعات إلى ما يلي :

نسبة الأمية ٦٠% .

نسبة البطالة ٢٠% .

نسبة الأميين العاطلين ١٥% .

في حالة سحب شخص عشوائياً من هذا المجتمع أوجد :

(أ) احتمال أن يكون الشخص أميا أو عاطلاً .

(ب) احتمال أن يكون الشخص أمياً إذا علم أنه عاطل .

(ج) هل تعد البطالة والأمية مستقلان ؟

الحل :

(أ) ح (أ ∩ ب) = ٠,٦ + ٠,٢ – ٠,١٥ = ٠,٦٥

(ب) ح (أ ا ب) = $\frac{\text{ح}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ح}(\text{ب})} = \frac{0.15}{0.20}$ = ٠,٧٥

(ج) ح (أ ا ب) = ٠,٧٥ ≠ ح (أ) = ٠,٦

إذن الحدثان غير مستقلان .

تطبيق (٢٢-٣٩):

عملية جراحية احتمال نجاحها ٤٠% فإذا كانت المستشفى تجري خمسة عمليات يومياً . أوجد :

(أ) التوزيع الاحتمالي لعدد العمليات الناجحة .

(ب) المتوسط الحسابي لعدد العلميات الناجحة .

(ج) التباين والانحراف المعياري لعدد العمليات الناجحة .

الحل:

(أ) يمكن استخدام قانون توزيع ذي الحدين ، غير أن استخدام الجداول يقدم لنا النتائج بسهولة وسرعة .

بالنظر إلى جدول توزيع ذي الحــدين عنــد ن=٥ ، ق=٠,٤ نحــصل مباشرة على ح(س) ومنها نحصل على قيم ح(س) المطلوبة ، وكما هو موضح أدناه ، حيث س ترمز لعدد العمليات الناجحة .

س	ح(س)	ح(س)
٠	٠,٠٧٧٨	٠,٠٧٧٨
١	٠,٣٣٧٠	٠,٢٥٩٢
٢	٠,٦٨٢٦	٠,٣٤٥٦
٣	٠,٩١٣٠	٠,٢٣٠٤
٤	٠,٩٨٩٨	٠,٠٧٦٨
٥	١	٠,٠١٠٢

(ب) $\overline{\text{س}}$ = ن ق = ٥(٠,٤) = ٢

(ج) $\sigma^2_{\text{س}}$ = ن ق ك = ٥(٠,٤) (٠,٦) = ١,٢

= $\sigma_{\text{س}}$ = $\sqrt{1.2}$ = ١,٠٩٥

تطبيق (٢٢-٤٠) :

منتج صواريخ يدعى أنها تصيب الهدف بنسبة ٩٠% ، قامت القـوات المسلحة بتجربتها وذلك باختيار عشرة منها عشوائياً ـــ وحصلت على خمـسة حالات نجاح فقط .

(أ) ما هو احتمال الحصول على خمسة حالات نجاح أو أقل؟

(ب) ما رأيك في إدعاء المنتج؟

الحل:

(أ) ح$_{١٠،٠,٩}$ (٥) = ١ − ح$_{١٠،٠,١}$ (٤) = ١-٠,٩٩٨٤ = ٠,٠٠١٦

(ب) النتيجة في (أ) تجعلنا نشك في صحة إدعاء المنتج (باعتبـاره غير صحيح) .

تطبيق (٢٢-٤١):

يدعى أحد المرشحين في مجتمع معين أن ٧٠% من الناخبين يؤيدونه ، فـي استطلاع للرأي تم اختيار ٥٠ ناخباً عشوائياً ما احتمال فـوز المرشـح المشار إليه ؟

الحل:

يفوز المرشح إذا حصل على أغلبية الأصوات أي يحصل على أكثر من ٢٥ صوت .

ح(س > ٢٥) = ح(س ≥ 26)

= ١ − ح (س ≥ 25)

= ١−ح٥٠،٠,٧ (٢٥) = ١−[١− ح٥٠،٠,٣ (٢٤)]

= ١−[١ − ٠,٩٩٧٦] = ٠,٩٩٧٦

تطبيق (٢٢−٤٢) :

في مسح صحي عام لأحد المجتمعات وجد ما يلي :

٦% مرضى بالقلب .

٩% مرضى بضغط الدم .

٢% مرضى بالقلب وضغط الدم .

في حالة سحب شخص عشوائياً من هذا المجتمع أوجد :

(ه) احتمال أن يكون الشخص مريضاً .

(و) احتمال أن يكون الشخص سليماً .

(ز) احتمال أن يكون الشخص مريضاً بالقلب إذا كان مريضاً بالضغط .

(ح) هل يعد المرضان مستقلان ؟

الحل:

(ه) ح (مـــــــــريض) + ح (ق ∪ ض)= ح (ق) + ح (ض) − ح (ق ∩ ض) =٠,٠٦+٠,٠٩−٠,٠٢=٠,١٣

(و) ح(سليم) = ١ − ح (مريض)

= ١ − ٠,١٣ = ٠,٨٧

(ز) ح (ق / ض) = $\frac{ح(ق \cap ض)}{ح(ض)}$

= $\frac{0.02}{0.09}$ = ٠,٢٢

(ح) ح (ق / ض) = ٠,٢٢ وهـــذه لا تـــساوي ح (ق) = ٠,٠٦ إذن المرضان غير مستقلين .

تطبيق (٢٢-٤٣):

التوزيع التكراري التالي يعرض العلاقة بين معدل الجريمـــة وحجـــم المجتمع :

معدل الجريمة	حجم المجتمع			
	كبير	متوسط	صغير	
عال	١٧٠	١٨٠	١٦٠	٥١٠
منخفض	٣٠	١٢٠	٢٤٠	٣٩٠
	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٩٠٠

في حالة سحب مجتمع عشوائياً ، أوجد :

(أ) احتمال أن يكون المجتمع كبيراً .

(ب) احتمال أن يكون المجتمع صغيراً .

(ت) احتمال أن يكون معدل الجريمة به عال .

(ث) احتمال أن يكون المجتمع كبيراً أو به معدل جريمة عال .

(ج) احتمال أن يكون المجتمع كبيراً وكمعدل الجريمة به عال .

(ح) إذا كان المجتمع المسحوب كبيراً ما احتمال أن يكون معدل الجريمة به عال ؟

(خ) هل يعد الحدثان (المجتمع كبير ، والمجتمع به معدل جريمة عال) مستقلان .

الحل :

(أ) $\frac{200}{900}$ = ٠,٢٢ (ب) $\frac{400}{900}$ = ٠,٤٤

(حـ) $\frac{510}{900}$ = ٠,٥٧

(د) $\frac{200}{900}+\frac{510}{900}-\frac{170}{900}=\frac{540}{900}=0.60$

(هـ) $\frac{170}{900}$ = ٠,١٩ (و) $\frac{170}{200}$ = ٠,٨٥

(ز) ح(المجتمع كبير ⋂ معدل الجريمة به عال) ≠ ح (المجتمع كبير). ح(معدل جريمة عال) .

٠,١٩ ≠ (٠,٢٢) (٠,٥٧) = ٠,١٣

إذن الحدثان غير مستقلين .

تطبيق (٢٢-٤٤) :

تفيد الإحصاءات السابقة عن أحد الأدوية أنه نـاجح فـي ٣٠% مـن الحالات . وهناك دواء جديد تم تجربته على ٥٠ من المرضى وقد نجح في ٢٨ حالة منها . وهناك إدعاء بأن نسبة النجاح في الدواء الجديد هي أيضاً ٣٠% .

(أ) أوجد احتمال الحصول على ٢٨ حالة نجاح أو أكثر .

(ب) وما رأيك في الإدعاء بأن نسبة النجاح هي ٣٠% ؟

الحل :

(أ) ح(س ≥ ٢٨) = ١ − ح (س ≤ ٢٧)

= ١ − ح$_{٥٠،٠,٣}$ (٢٧) = ١−٠,٩٩٩٩ = ٠,٠٠٠١

(ب) الإدعاء غير صحيح ، والنتائج تشير إلى أن نسبة اللنجاح أكثر من ٣٠% .

تطبيق (٢٢-٤٥) :

تدعى هيئة الإذاعة والتليفزيـون أن البرنـامج أ يتابعـه ٣٠% مـن المشاهدين . وللتحقق من صحة هذا الإدعاء ، قام أحد الباحثين بـسحب عينـة عشوائية من المجتمع حجمها ١٠٠ وقد وجد أن ١٨ منهم يتابعون البرنامج .

هل يعد ذلك دليل كاف لرفض إدعاء الهيئة ؟

الحل :

بفرض أن إدعاء الهيئة صحيحاً ، يكون :

ح(س≥١٨) = ح١٠،٠,٣ (١٨) = ٠,٠٠٤٥

وهذا يبرر رفض إدعاء الهيئة .

تطبيق (٢٢-٤٦) :

في اختبار من ٢٠ سؤال ، إذا كان كل سؤال يحوي إجابتين يختار منها الإجابة الصحيحة . أوجد احتمال نجاح طالب بالتخمين .

ح(س ≤ 10) = ١ – ح (س ≥ 9)

= ١– ح٢٠،٠,٥ (٩)

= ١-٠,٤١٢=٠,٥٨٨

تطبيق (٢٢-٤٧) :

إذا كان احتمال الشفاء من أحد الأمراض هو ٤٠% . فإذا كان بالمستشفى ١٥ مريضاً أوجد احتمال الشفاء ؟

(أ) ٥ على الأقل .

(ب) ١٠ على الأقل .

(ج) ١٣ على الأقل .

(د) من ٥ إلى ١٠ .

الحل :

(أ) ح(س ≤ 5) = ١– ح (س ≥ 4)

= ١–ح ١٥،٠،٤ (٤)=١–٠,٢١٧=٠,٧٨٣

(ب) ح(س ≤ 10) = ١–ح(س ≥ 9)=١–٠,٩٦٦=٠,٠٣٤

(ت) ح(س ≤ 13)=١–ح(س ≥ 12)

= ١–٠,٩٩٩٧

= ٠,٠٠٠٣

(ث) ح(10 ≤ س ≤ 5) = ح(١٠) – ح(٤)

= ٠,٩٩١–٠,٢١٧=٠,٧٧٤

تطبيق (٢٢–٤٨):

إذا علم أن دخل الأسرة في إحدى القرى يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره ٦٠٠ جنيه وانحراف معياري قدره ٢٠٠ جنيه . أوجد نسبة الأسر ذوات الدخل :

(أ) أقل من ٣٠٠ جنيه .

(ب) أكبر من ٤٠٠ جنيه .

(ت) أكبر من ٧٥٠ جنيه .

(ث) بين ٣٠٠ ، ٥٠٠ .

(ج) بين ٣٠٠ ، ٧٠٠ .

(ح) بين ٧٠٠ ، ٨٠٠ .

الحل :

(أ) ح(س<٣٠٠) =ح(س/ < $\frac{600-300}{200}$)

= ح(س/<-١,٥)

= ١-٠,٦٩=٠,٣١

(ب) ح(س>٤٠٠) = ١- ح(س<٤٠٠)

= ١-ح(س/< $\frac{600-400}{200}$)

= ١-ح(س/<-١)

= ١-[١-ح(س/<١)]

= ٠,٨٤١٣

(ت) ح(س>٧٥٠=ح(س/> $\frac{600-750}{200}$)

= ح (س/>٠,٧٥)

=١-ح(س/<٠,٠٧٥)

= ١-٠,٧٧٣٤=٠,٢٢٦٦

(ث) ح(٥٠٠>س>٣٠٠) = ح(-٠,٥>س/>-١,٥)

= ح(س/<-٠,٥)-ح(س/<-١,٥)

= ١-٠,٦٩١٥-[١-ح(س/<١,٥)]

= ١-٠,٦٩١٥-١+٠,٩٣٣٢=٠,٢٤١٧

(ج) ح(٧٠٠>س>٣٠٠) = ح(٠,٥>س>-١,٥)

= ح(س/<٠,٥)-ح(س/<-١,٥)

= ٠,٦٩١٥-[١-ح(س/<١,٥)]

= ٠,٦٩١٥-١+٠,٩٣٣٢=٠,٦٢٤٧

(ح) ح(٨٠٠>س>٧٠٠) = ح(١>س>٠,٥)

=ح(س/<١)-ح(س/<٠,٥)

= ٠,٨٤١٣-٠,٦٩١٥=٠,١٤٩٨

تطبيق (٢٢-٤٩) :

إذا كانت نسبة البطالة في أحد المجتمعات ١٠% . تم سحب عينة عشوائية حجمها ١٥ . والمطلوب :

١- التوزيع الاحتمالي لعدد العاطلين .

٢- احتمال أن تتضمن العينة عدداً من العاطلين قدره :

الحل :

١- من جدول توزيع ذي الحـــدين ، حيـــث ن=١٥ ، ق=٠,١ يكـــون توزيع المعاينة كما يلي :

س	ح(س)	ح(س)
٠	٠,٢٠٥٩	٠,٢٠٥٩
١	٠,٥٤٩٠	٠,٣٤٣١
٢	٠,٨١٥٩	٠,٢٦٦٩
٣	٠,٩٤٤٤	٠,١٢٨٥
٤	٠,٩٨٧٣	٠,٠٤٢٩
٥	٠,٩٩٧٨	٠,٠١٠٥
٦	٠,٩٩٩٧	٠,٠٠١٩
٧	١	٠,٠٠٠٣

٢- ح(س=٣)=٠,١٢٨٥

ح(س ≥ ٤)= ٠,٩٨٧٣

ح(س ≤ ٥)=١-ح(س ≥ ٤)=١-٠,٩٨٧٣=٠,٠١٣

الفصل ٢٣

توزيع المعاينة

Sampling Distribution

٢٣-١ الأهمية

٢٣-٢ طرق الحصول على توزيع المعاينة

٢٣-٢-١ الحصر النظري الشامل

٢٣-٢-٢ النظريات الإحصائية

٢٣ -٢-٣ التجربة

الفصل الثالث والعشرون

توزيع المعاينة

Sampling Distribution

٢٣-١ الأهمية

توزيع المعاينة لإحصاء معين هو توزيع إحتمالي نظري لقيم ذلك الإحصاء الناتجة من كل العينات الممكن سحبها من ذات الحجم وبنفس طريقة المعاينة .

ويعد توزيع المعاينة الأساس النهائي في عملية الإستقراء ، فمن هذا التوزيع يمكن الوصول للنتائج وقياس دقتها والتحكم فيها وبدون تحديد هذا التوزيع لا يمكن تنفيذ عملية الإستقراء الإحصائى ، وفيما يلى مزيد من الإيضاح .

الاستقراء الإحصائي عملية يتم بموجبها وصف المجتمع باستخدام عينة منه ولتحقيق هذا الغرض يشترط ــ كما سبق أن أوضحنا ــ أن تكون المعاينة عشوائية . غير إن عملية الحكم على المجتمع باستخدام جزء منه يثير تساؤلات هامه ، خاصة و أن العينات البديلة التي يمكن سحبها يصل عددها إلى أرقام هائلة.

أن تقييم نتائج العينة والحكم على دقتها يتم في ضوء مقارنتها بالمجموعة التي تنتمي إليها ، وهي نتائج العينات الأخرى البديلة الممكن

سحبها ، و هذا ما يسمى توزيع المعاينة . و يعرف توزيع المعاينة لإحصاء[1] ما بأنه توزيع احتمالي نظري لقيم ذلك الإحصاء و التي نحصل عليها إذا ما تصورنا سحب كل العينات الممكنة ، من ذات الحجم و بنفس طريقة المعاينة.

ويعد توزيع المعاينة الأساس لعمليات الاستقراء كلها ، فهو الذي يمكن من تحقيق ما يلي :

(١) تقدير خواص المجتمع (التعميم).

(٢) اختبار الفروض حول هذه الخواص .

(٣) حساب دقة النتائج التي يتم التوصل إليها .

(٤) التحكم في هذه الدقة لتحقيق ما نسعى إليه .

٣-٢٣ طرق الحصول على توزيع المعاينة:

توجد عدة طرق تمكن من تحديد توزيع المعاينة و هي :

(١) الحصر النظري الشامل .

(٢) النظريات الإحصائية .

(٣) التجربة .

---

1 أي مؤشر محسوب من العينة يسمى إحصاء

٢٣-٣-١ الحصر النظري الشامل

إن طريقة الحصر الشامل للحصول على توزيع المعاينة . ليست بالأمر اليسير وهي غير عملية بل و مستحيلة في كثير من الحالات[٢].

٢٣-٣-٢ النظريات الإحصائية :

نعرض هنا لحالة معينة كمثال ،وهى حالة معاينة عشوائية بسيطة ، حجم العينة ن مسحوبة من مجتمع حجمه **ن** ومتوسطه الحسابي **س−** و تباينه σ^2 . وفيما يلى النظريات الخاصة بتوزيع المعاينة :

(١) $\bar{\bar{س}} = \bar{س}$ (٢٣-١)

أي ان متوسط المتوسطات يساوي المتوسط العام

(١) $\sigma^2_{\bar{س}} = \frac{\sigma^2_{س}}{ن}$ (٢٣-٢)

في حالة السحب مع الإرجاع

$$\sigma^2_{\bar{س}} = \frac{\sigma^2_{س}}{ن} \cdot \frac{(ن - ن)}{(ن - ١)}$$ (٢٣-٣)

---

2 راجع الإحصاء والإستقراء ، الجزء الأول ، أسس الإستقراء ، للمؤلف ، ص ١٢٥ وما بعدها

في حالة السحب بدون الإرجاع

و يسمى المقدار التالى :

$$\frac{(ن - ن)}{(ن - ١)} \quad (٢٣-٤)$$

تصحيح المجتمع المحدود (ت . م . م)

هذا المقدار يمكن إهماله اذا كان كسر المعاينة ن / ن صغيرا (>٠,١)
و يعني ذلك أيضا انه يمكن إهماله اذا كان المجتمع كبيرا بدرجة غير محدودة
و يسمى الأنحراف المعياري للمتوسط $\sigma_{س-}$ الخطاء المعياري Standard error

(٣) توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي يتبع التوزيع الطبيعي اذا ماكان المجتمع الأصلي كذلك .

(٤) نظرية النهاية المركزية Central limit theorem :

مهما كان شكل توزيع المجتمع الأصلي فإن توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي يوؤل الى التوزيع الطبيعي تدريجيا مع زيادة حجم العينة . ويكفى لذلك أن يصل حجم العينة إلى ٣٠ .

وتعتبر نظرية النهاية المركزية من أهم النظريات الإحصائية .

تطبيق (٢٢-١):

مجتمع كبير متوسطه ٧٥ وانحرافه المعياري ١٣ ، سحبت عينة عشوائية بسيطة حجمها ٥١ والمطلوب

(١) احتمال ان يكون متوسط العينة أصغر من ٧٨

(٢) احتمال ان لا يبعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع بأكثر من ٤ %

الحل:

توزيع المعاينة طبيعي متوسطه **س⁻** = ٧٥ و انحرافه المعياري

σ²س- = σ / √ن = ١٣ / √٥١ = ١,٨٢

١- ح (س- < ٧٨) = ح [سَ < (٧٨ــ ٧٥) / ١,٨٢]

= ح (سَ < ١,٦٥) = ٠,٩٥

٢ ــ ٧٥ × ٤% = ٣

= ح (٧٨ > س- > ٧٢)

= ح [(٧٨-٧٥) /١,٨٢ > سَ > (٧٢ ــ٧٥) / ١,٨٢]

= ح (١,٦٥ > سَ > ــ ١,٦٥)

= ح (س َ > ١,٦٥) – ح (س َ > – ١,٦٥)

= ٠,٩٥ – [١ – ح (س َ > ١,٦٥)]

= ٠,٩٥ – ١ + ٠,٩٥ = ٠,٩

تطبيق (٢٢-٢):

بفرض ان البيانات كما في التطبيق السابق . أوجد الحدود المركزية التي يقع بينها ٩٠ % من قيم المتوسط الحسابي للعينة .

الحل:

عند ح = ٠,٩٥ نجد ان س َ = ١,٦٥

س = (س⁻ – **س⁻**) / (σ / √ ن)

١,٦٥ = س⁻ – ٧٥ / ١,٨٢

أى أن س⁻ = ٧٨

وهذا هو الحد الأعلى . و بالمثل نحصل على الحد الأدنى :

–١,٦٥ = س⁻ – ٧٥ / ١,٨٢

س⁻ = ٧٢

٢٣-٢-٣ التجربة:

هناك حالات معاينة يصعب فيها أو يستحيل إيجاد توزيع المعاينة سواء بالحصر الشامل أو باستخدام النظريات الإحصائية ، و ذلك للعديد من الأسباب منها ما سبق ذكره . و في مثل هذه الحالات يتم الحصول على توزيع المعاينة عن طريق التجربة ، و ذلك بسحب عد من العينات من المجتمع حسب تصميم المعاينة المقرر ، و يتم إعداد توزيع تكراري نسبي بنتـائج الإحـصاء محـل الدراسة ، و يمثل ذلك توزيع المعاينة المطلوب.

الباب الثانى

منطق الإستقراء

Logic of Induction

الفصل ٣٤ الإستقراء الإحصائى Statistical Induction
الفصل ٣٥ منطق التقدير Logic of Estimation
الفصل ٣٦ منطق إختبارات الفروض Hypothesis Testing

فصل ٣٤

الاستقراء الإحصائي

Statistical Induction

٣٤-١ مناهج البحث المنطقية

٣٤-٢ دواعي الاستقراء

٣٤-٣ دقة النتائج

٣٤-٤ مناهج الاستقراء الإحصائي

٣٤-٤-١ المنهج الكلاسيكي (Classical approach)

٣٤-٤-٢ المنهج البيزياني (Bayesian approach)

٣٤-٤-٣ مناهج أخرى

الفصل الرابع والعشرون

الاستقراء الإحصائي

Statistical Induction

إن العمل العلمي أيا كانت طبيعته والغرض منه : بحثا علميا أوكشفا للحقائق أوحلا للمشاكل أو .. يستلزم إتباع قواعد منهجية .هذه القواعد المنهجية يمكن تصورها كشجرة في الحقل جذورها **المنطق** وهو المصدر الأساسي للمعرفة العلمية ، فهو العلم المختص بقواعد الإستدلال والمعرفة الصحيحة .

٢٤-١ مناهج البحث المنطقية

يحدد المنطق **منهجان للمعرفة الصحيحة**،الأول منهج الإستنباط والثاني الإستقراء .

الإستنباط (Deduction)

في منهج الإستنباط نبدأ بالمقدمات بإعتبارها مسلمات ومع إستخدام قواعد الإستدلال الصحيحة (دون إجراء تجربة) نصل إلى نتيجة . هذه النتيجة تعد صحيحة طالما كانت المسلمات صحيحة . ويمكن إعتبار بداية الإستنباط كمنهج للمعرفة مع أرسطو (٣٨٤-٣٢٢ ق.م)

وفيما يلي **أمثلة** لبعض المعارف التي يتم التوصل إليها بإستخدام منهج الإستنباط .

ــ مساحة المربع = (طول الضلع)٢
هذه النتيجة تم التوصل إليها من من المسلمات (مقدمات) المتضمنه فى تعريف المربع [هو شكل رباعى أضلاعه متساوية وزواياه قوائم]
ــ مساحة الدائرة = (٢٢/ ٧) × مربع نصف القطر

الإستقراء (Induction)

في هذا المنهج نبدأ من حالات جزئية ، وننتقل منها بإستخدام قواعد الإستدلال الصحيحة ، إلى نتيجة تتعلق بمجموعة أكبر منها .

والإستقراء الإحصائي (Statistical Inference, Inductive Statistics) هو وصف للكل من خلال الجزء وبلغة الإحصاء هو وصف للمجتمع من خلال عينة . وقد تطور هذا المنهج بصورة فعالة منذ فرنسيس بيكون (١٥٦١-١٦٢٦ م) أى بعد ألفى عام من سيادة منهج الإستنباط الأرسطى .وقد تطور هذا المنهج بتطور علم الإحصاء[1] وعلم الإحتمالات .وقد ساهم منهج الإستقراء فى تطور المعرفة العلمية بالمعدلات الفلكية التى نشهدها، وهو يعد الطريق المنطقي الوحيد المتاح للوصول للنظريات والقوانين والمعارف وحل المشاكل في العلوم غير الرياضية ، وهى علوم الحياة ، الطب، الزراعة، العلوم الإجتماعية ، السياسية ، الإقتصادية ،...

المنهج الفرضى الإستنباطى Hypothetico deductive method

تطور هذا المنهج من إستثمار كلا المنهجين ،فالإستقراء يمدنا بفروض

1 راجع القسم ١-٢

مستمدة من الواقع ، وبالإستنباط يمكن إستبعاد أية فروض تكون غير صادقة ، كما يؤدى إلى الكشف عن نتائج جديدة ، ومع العودة ثانية لمنهج الإستقراء يمكن إختبار صحة هذه النتائج الجديدة بإعتبارها فروض جديدة وتأكيدها أو رفضها ؛ ويعد ذلك أساس **المنهج العلمى** ،بإعتباره يبدأ بالحقائق وينتهى بالحقائق .

٣٤-٣ دواعي الاستقراء

يمكن عرضها فى ثلاث دواعى رئيسية :

أولا : الكثير من المعارف يصعب أو يستحيل التوصل إليها عن طريق الإستنباط ،لعدم إحكام السيطرة على المقدمات ، ويلزم الإستعانة بمنهج الإستقراء الإحصائي ، وفيما يلي بعض الأمثلة :

- نسبة الأمية فى المجتمع ، نسبة الفقراء ، نسبة المدخنين ، نسبة الموافقون على شئ معين .
- معدل البطالة ، معدل الجريمة ، معدل سقطو المطر ، معدل إنتشار المرض.
- متوسط الأجر ، متوسط دخل الأسرة ، إنتاجية الفدان ، نسبة الذكاء .
- التفاوت (التشتت) بين الدخول ، بين الذكاء ، بين القدرات الأخرى .
- الإرتباط بين الإنحراف ومستوى المعيشة ، الإرتباط بين الدخل والتعليم ، الإرتباط بين الأجر والإنتاج ، الإرتباط بين التدريب والإنتاجية .
- تقدير حجم السكان ، تقدير حجم الإستهلاك ، تقدير الإحتياجات .

ثانيا : يستخدم الإستقراء كذلك **للتحقق من صحة النتائج** التي يتم التوصل إليها عن طريق منهج الإستنباط ، فعلى الرغم من أن النتائج التي يتم التوصل إليها

عن طريق هذا المنهج تعد صحيحة ، فإن ذلك مرهون بصحة المسلمات التي يتم الإعتماد عليها . ويثار دائماً الشك في صحة هذه المسلمات وأيضاً في كفايتها ، ونورد بعض الأمثلة :

١- نسبة الذكور عند الولادة تساوي نسبة الإناث .

٢- حجم السكان ، يمكن التوصل إليه عن طريق الإستنباط ، بإستخدام المعادلة التالية :

حجم السكان = الحجم في تعداد سابق + المواليد - الوفيات + الهجرة الداخلية - الهجرة الخارجية .

غير أن الحكم الذي يتم التوصل إليه يكون صحيحاً فقط في حالة تسليمنا بأن البنود (المقدمات) كلها صحيحة ، ولا يوجد ضمان لذلك . فقد يكون حجم التعداد السابق مشكوكاً فيه ، كما أن التسجيلات الخاصة بالإحصاءات الحيوية قد لا تكون كاملة .

ثالثا : إن إستخدام العينات فى جمع البيانات أصبح شيئا حتميا يفرضه المنطق والإعتبارات الإقتصادية والعملية ، وهذا يستلزم الإستقراء الإحصائى .

١- التكاليف والإمكانات:

إن فحص وحدات المجتمع كلها يكلف الكثير من الجهد والمال،كما أنه يتطلب الإستعانة بعدد كبير من المساعدين .

٢- السرعة فى إظهار النتائج:

إن السرعة مطلوبة بصفة عامة فى إنجاز الأعمال ، مما يفرض ضرورة إستخدام العينات ، وفيما يلى بعض الأمثلة :

- إستطلاع الرأى العام بخصوص تقييم برامج التلفزيون والإذاعة

والصحافـــة ، أوبخصوص قضيـــة من القضايا .

ــ الفحص بغرض مراقبة جودة الإنتاج وجودة البضائع المستوردة .

٣- صعوبة أو إستحالة فحص المجتمع بالكامل:

ــ بسبب كبر حجمه :

كما فى حالة تقدير الثروة السمكية أو الحشرات فى مجتمع معين .

الفحص بغرض مراقبة جودة الإنتاج وجودة البضائع المستوردة .

ــ عدم إمكان تحديد المجتمع :

ــ كما فى علم الوراثة مثلاً ، عند دراسة إنتقال الصفات من الآباء للأبناء

ــ وعند تصميم التجارب يتم تجربة الأد وية على عينة فقط من الحيوانات أو البشر .

ــ حالات كثيرة يكون المجتمع فيها متغيراً كما فى دراسة حالة المرضى ، المنحرفين ، والمسجونين ، أو العملاء بسوق معين .

ــ الفحص قد يكون متلفاً لوحدات المعاينة :

كما فى حالة فحص وتحليل الأطعمة والأدوية والمفرقعات والقنابل .

ــ الفحص قد يكون مؤذياً لوحدات المعاينة :

ــ مثال ذلك فحص دم المريض والتجارب الأولية للأدوية على الإنسان أوالحيوان .

ــ والأذى قد يمس المشاعر كما فى حالة البحوث التى تجرى على المنحرفين والشواذ والمرضى وحالات الطلاق .

ــ البيانات والتسجيلات التاريخية قد لا تكون كاملة :

٤- كل مجتمع يمكن النظر إليه على أنه عينه من مجتمع أكبر منه وكذا

إعتباره عينة من حيث الزمان .

٣٤-٣ دقة النتائج

يقدم لنا الإستقراء الإحصائي تعميمات بصورة عامة وهى بمثابة قوانين أو نظريات أو فروض تبعاً لتوفر الشروط والمتطلبات اللازمـة . ويقـدم لنـا الإستقراء الإحصائي كذلك درجة الدقة في هذه النتائج ، كما ينير لنا الطريـق لكي نتحكم في هذه الدقة . إن السبيل إلى ذلك يتوقف على الكثير من العوامـل أهمها تصميم البحث وطريقة المعاينة ، كما يعتمد بدرجة كبيرة علـى حجـم العينة.

قياس الدقة:

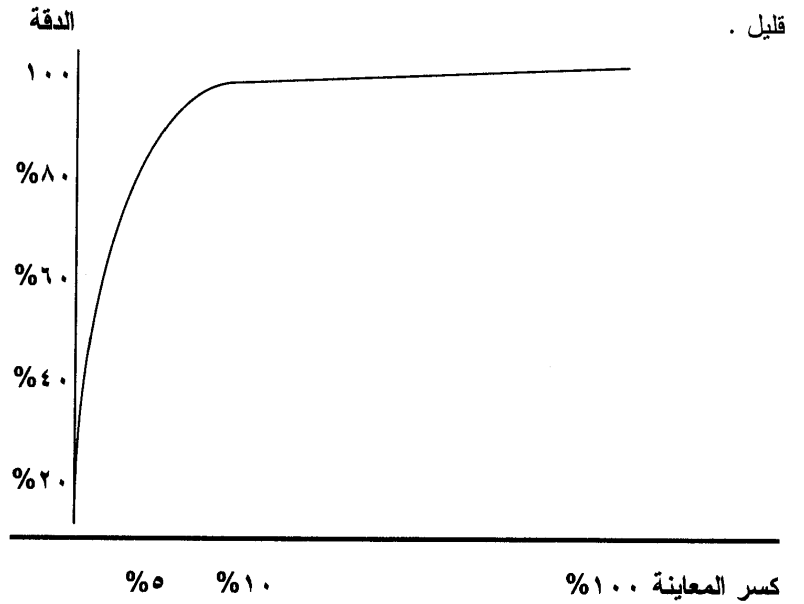
ويختلف قياس دقة الإستقراء في التقدير عنه في إختبارات الفروض ، ففي مشاكل التقدير ، يكون الهدف هو تقليل فترة الثقة وأن يكون ذلك بدرجة ثقة أو بإحتمال كبير ، أما في إختبارات الفروض فإن الهدف يكون نحو تقليل الأخطاء المتعلقة بإصدار القرار .

حجم العينة:

بخصوص حجم العينة يوجد طريقتان ، الأولى طريقة المعاينة التتابعية (Sequential Sampling) (والد ١٩٤٣ (Wald) لا يتم تحديد حجم العينة في البداية ، بل يتم سحب الوحدات تدريجياً ويتم تطبيق إختبار إحصائي في كل مرة ، وتحدد نتيجة الإختبار قراراً إما بالتوقف وإعلان نتيجة البحث أو سحب

وحدات أخرى إضافية .

والطريقة الثانية ، الكلاسيكية ، وهى الأكثر شيوعاً تقضي بتحديد حجم العينة منذ البداية وقبل سحبها . ومهما تكن الطريقة فإن تحديد حجم العينة يعد قراراً منطقياً يستند إلى إعتبارات إقتصادية بدرجة كبيرة ، ويمكن توضيح ذلك في الشكل التالي وهو يعرض العلاقة بين الدقة وكسر المعاينة . وهو يوضح إمكان تحقيق مستوى دقة كبيرة بسحب جزء قليل من المجتمع أي كسر معاينة قليل .



تحديد حجم العينة:

إن تحديد حجم العينة يعد خطوة هامة وأساسية ، وفي هذا الصدد

نوضح ما يلي:

١ - يجب أن تكون المعاينة عشوائية ، حتى يمكن تدبير نموذج رياضي يمكن من توفير صيغة أو قاعدة معينة لتحديد حجم العينة.

٢ - لا توجد قاعدة أو صيغة واحدة يمكن بها تحديد حجم العينة بصفة عامة.

٣ - إن تحديد نسبة معينة من حجم المجتمع ، ١٠ % مثلاً لا يعد كافيا بصفة عامة لتحقيق أهداف البحث.

٤ - إن تحديد رقم معين لحجم العينة كان يقال ٥٠ وحدة مثلاً ، لا يعد كافياً بصفة عامة لتحقيق أهداف البحث.

٥ - كلما زاد حجم العينة زادت دقة النتائج ، غير أن معدل الزيادة ليس ثابتاً.

٦ - إن تحديد حجم العينة يتطلب إمكان إعداد نموذج رياضي يجمع المتغيرات والأهداف والمتطلبات والعوامل المؤثرة ، وأن تكون الصياغة الرياضية للنموذج ملائمة للتحليل الرياضي.

٧ - يوجد عدد كبير من العوامل - يؤثر على تحديد حجم العينة ، نعرضها فيما يلي.

العوامل المؤثرة على حجم العينة:

أ - الهدف من البحث :

١ - الهدف من البحث ، هل هو تقدير أو إختبار لغرض حول معالم أو خواص المجتمع.

٢ - عدد المعالم أو الخواص محل الإستقراء.

٣ - عدد أقسام المجتمع (Subdivisions) المطلوب وصفها ، حيث يتطلب ذلك زيادة حجم العينة لتغطية كل قسم بقدر كاف من الوحدات.

٤ - عدد المتغيرات ، فقد يكون موضوع البحث متغير واحد ، متغيران ، عدة متغيرات.

٥ - مستوى الدقة المطلوب في النتائج.

ب- خواص المجتمع محل البحث:

١ - حجم المجتمع ، وحجم كل طبقة من طبقاته أو أقسامه.

٢ - شكل التوزيع في المجتمع ، من حيث التماثل ، عدد القمم ، التبعية لتوزيع إحتمالي معين كالتوزيع الطبيعي مثلاً .

٣ - التجانس بين الوحدات .

جـ- تصميم البحث:

إن تصميم المعاينة أو تصميم التجربة ، يؤثر بدرجة كبيرة على حجم العينة ، ممثلاً سحب عينة عشوائية بسيطة من المجتمع ، يتطلب غالباً حجم عينة أكثر منه في حالة سحب عينة طبقية ، لتحقيق نفس الدقة.

د - القيود المفروضة على التنفيذ:

١ - التكلفة ، سواء لتنفيذ عملية المعاينة أو لتلف الوحدات محل الفحص.

٢ - الوقت المسموح به لجمع البيانات.

٣ - الإمكانات المتاحة ، كعدد الباحثين المساعدين في جمع البيانات ، والوسائل الآلية المستخدمة.

٤ - الإعتبارات الأخلاقية ، تتطلب تخفيض حجم العينة لتقليل الأضرار التي تتعرض لها الوحدات محل البحث ، كما في التجارب التي تجرى على الإنسان ، وعلى الحيوان ، حيث تقضي المواثيق الدولية بتخفيض حجم العينة إلى أقل حد ممكن يسمح بالتوصل إلى نتائج دقيقة.

٣٤-٤ مناهج الاستقراء الإحصائي:

يوجد عدة مناهج للإستقراء الإحصائى ، وليس هناك إتفاق تـام بـين الإحصائيين والفلاسفة على منهج محدد . على أن الإختلافات بين هذه المناهج لا ترجع إلى إختلافات في تفسير القضايا الإحتمالية ، ولكن بـسبب إخـتلاف الفكر في المدارس المختلفة ، وعلى طبيعة المشكلة . توجـد منـاهج متعـددة مطروحة[١] ، غير أن يمكن القول بوجود منهجان قائدان يـشيع إسـتخدامهما ، المنهج الكلاسيكي ، والمنهج البيزياني . ويعـد المـنهج الأول هـو الأكثـر إستخداما، وهو المعروض فى هذا الكتاب .

٢٤-٤-١ المنهج الكلاسيكي (Classical approach)

تم تقديمه وتطويره بواسطة علماء الإحصاء (نيمان (Neyman, J.) بيرسون (Pearson, J.) ، فيشر (Fisher, R.)) منذ عام ١٩٣٠ .

ويعتمد هذا المنهج على المعلومات المتاحة مِن العينة فقط ، ويسمى بالمنهج التكراري نظراً لأن الإحتمال يطبق ويفسر تبعاً لمفهوم التكرار النسبي .

1 راجع الإحصاء والإستقراء ،ج٢ ، منطق الإستقراء ، للمؤلف ص ٢٠ وما بعدها

٢٤-٤-٢ المنهج البيزياني (Bayesian approach)

وهذا المنهج تم تقديمه وتطويره بجهود كل من جفريـز (Jeffreys) ورمزي (Ramsey) وديفنتي (Definetti) وجـود (Good) وسـافج (Savage) ولندلي (Lindley). وآخرون . وهذا المنهج أسس معتمداً علـى نظرية بييز (Bayes) والتي قدمها عام ١٧٦٣ غير أن المنهج ظهر بعـدها متأخراً بحوالي ٢٠٠ عام .ويتميز هذا المنهج بكونه يعتمد على دليلين ، دليـل تصوري أو إعتقادي ودليل أمبريقي .

أ - **الدليل التصوري** (Conceptual evidence)

وذلك يكون في صورة توزيع قبلي (Prior distribution) لمعلم أو معـالم المجتمع (Parameters) . ويتم تكوين هذا التوزيع إستناداً إلى الإحتمـالات الذاتية (Subiective Probabilities) والتي تقيس درجة الإعتقاد في قيمـه أو قيم المعالم المجهولة . أي أنه في هذا المنهج ينظر إلى معلم المجتمع علـى أنه متغير عشوائي وله توزيع قبلي معلوم (أي معلوم قبل سحب العينة) .

ب - **الدليل الإمبريقي** (Empirical evidence)

ويكون ذلك ممثلاً في معلومـات العينـة . وذلـك يعـد دلـيلاً موضـوعياً . (Objective)

ومن هذين الدليلين ، الذاتي والموضوعي ، يتم تكوين ما يسمى التوزيع البعدي (Posterior distribution) لمعلم المجتمع . وهذا التوزيع يعد الأساس في الإستقراء .

٢٤-٤-٣ مناهج أخرى

هناك مناهج أخرى(١) للإستقراء مطروحة ، وهى في جوهرها ترتبط بشكل أو بآخر بالمناهج المذكورة أعلاه ، وأهم هذه المناهج :

١ - الإستقراء الثقوي (Fiducial inference)

قدمه عالم الإحصاء فيشر (Fisher) عام ١٩٣٥ .

٢ - (Likelihood inference)

وقد أسهم فيه العلماء بارنارد (Barnard, G. A.) في ١٩٤٩ والعالم بيرنبوم (Birnbaum, A.) في ١٩٦٢ .

٣ - (Plausibility inference)

تم تقديمه في ١٩٧٦ بواسطة بارندورف نيلسن (Barndorff-Nielsen) .

٤ - (Structural inference)

تم تقديمه عام ١٩٦٨ بواسطة العالم فرازر (Fraser) .

٥ - (Pivotal inference)

تم تقديمه عام ١٩٨٠بواسطة العالم بارنارد (Barnard, G. A.) .

فصل ٣٥

منطق التقدير

Logic of Estimation

٣٥-١ تقدير قيمة

٣٥-١-١ الأهمية

٣٥-١-٢ منطق التقدير بقيمة

٣٥-١-٣ صفات المقدر الجيد

٣٥-١-٤ نماذج للمقدرات

٣٥-٢ تقدير فترة

٣٥-٢-١ الأهمية

٣٥-٢-٢ تقدير متوسط المجتمع

٣٥-٢-٣ تحديد حجم العينة

الفصل الخامس والعشرون

منطق التقدير

Logic of Estimation

يتم تقدير معلم المجتمع بإستخدام ما يسمى المقدر (Estimator) وهو إحصاء Statistic بمعنى أن قيمته تحسب من بيانات العينة ، وعند تطبيقه في حالة معينة يمدنا بما يسمى تقدير (Estimate) لمعلم المجتمع . ويوجد نوعان من أساليب التقدير ، أحدهما تقدير قيمة ، والآخر تقدير فترة . ونعرض في هذا الفصل لكلا هذين الأسلوبين مع عرض بعض التطبيقات العملية ، ثم عرض نموذجً لتحديد حجم العينة فى هذا الصدد .

٢٥-١ تقدير قيمة Point Estimation

٢٥-١-١ الأهمية

التقدير بقيمة هو تقدير لمعلم أو معالم المجتمع بقيمة وحيدة . وتأتي أهميته في أنه يعد أفضل تقدير لمعلم المجتمع ، كما أنه يعد الأساس فى عمليات الإستقراء الأخرى (التقدير بفترة Interval estimation ، وإختبارات الفروض) .

إن تقدير قيمة لمعلم المجتمع يتم تكوينه بطرق منطقية متعددة ،ويعتبر مقدر الفرصة الكبرى Maximum Likelihood estimator والذي قدمه عالم الإحصاء فيشر عام ١٩٢١ (Fisher) أكثر الطرق إستخداماً لتكوين

المقدرات ، حيث يتمتع بالكثير من الصفات المرغوب فيها . وتقوم هذه الطريقة على إختيار ذلك المقدر الذي يعظم (Maximize) إحتمال الحصول على نفس النتائج .

٢٥-١-٢ منطق التقدير بقيمه

توجد عدة طرق لإنشاء المقدر، كل منها لها منطقها الخاص ،وأهمها :

١ – مقدر الفرصة الكبرى (Maximum Likelihood estimator) .

٢ – أقل تباين (Minimum variance) .

٣ – المربعات الصغرى (Least squares) .

٤ – العزوم (Moments) .

٥ – أقل كا٢ (Minimun chi-Squares) .

ويعتبر مقدر **الفرصة الكبرى** والذي قدمه عالم الإحصاء فيشر عام ١٩٢١ (Fisher) أكثر الطرق إستخداماً لتكوين المقدرات ، حيث يتمتع بالكثير من الصفات المرغوب فيها . وتقوم هذه الطريقة على إختيار ذلك المقدر الذي يعظم (Maximize) إحتمال الحصول على نفس النتائج .

٢٥-١-٣ صفات المقدر الجيد

يوجد عدد من الصفات يكون من المرغوب توفرها في المقدر بقيمه ونعرض فيما يلي أهما :

١ – عدم التحيز (Unbiasedness)

يقال للمقدر أنه غير متحيز لمعلم المجتمع إذا كان متوسط تقديراته المحسوبة من كل العينات الممكن سحبها يساوي قيمة معلم المجتمع .

٢ – الإتساق (Consistency)
يقال للمقدر أنه متسق إذا كانت قيمته تؤول إلى القيمة الحقيقية لمعلم المجتمع بزيادة حجم العينة .

٣ – الكفاءة (Efficiency)
يقال لمقدر أنه أكفأ من آخر إذا كان تباينه أقل منه .

٤ – الكفاية (Sufficiency)
يقال للمقدر أنه كاف إذا إستخدم كل المعلومات المتاحة بالعينة والمتعلقة بمعلم المجتمع .

٥ – الإعتبارات العملية (Practicability)
يفضل أن يكون المقدر ملائماً للإعتبارات العملية كأن يكون من السهل حسابه وأن يكون له توزيع معاينة[1] يسهل التعامل معه .

من **الناحية الأخرى** فإنه ليس من المتوقع أن يمدنا التقدير بقيمة برقم يساوى معلم المجتمع ،كما أنه لا يمدنا بوسيلة لتقييم الثبات أو الثقة أو الدقة في التقدير كما أنه لا يمكن من التحكم في هذه الدقة إلى المدى الملائم الذي نرغبه .

٢٥-١-٤ نماذج للمقدرات

فيما يلي بعض النماذج للمقدرات بقيمه والتي تعتبر أفضل تقدير لمعلم المجتمع من حيث توفر الصفات المرغوب فيها ، وهى تبين أن صيغة المقدر

---

١ راجع القسم ٢١-٦

ليست مماثلة لصيغة معلم المجتمع في كل الحالات :

أ - المتوسط الحسابي

معلمة المجتمع $\bar{س} = \frac{مجـ\ س}{ن}$

المقدر: $\bar{س} = \frac{مجـ\ س}{ن}$ فى المعاينة العشوائية البسيطة (٢٥-١)

أما فى المعاينة الطبقية[1] يستخدم المقدر

$$\bar{\bar{س}} = \frac{مجـ\ \bar{س}_هـ\ ن_هـ}{مجـ\ ن_هـ} \qquad (٢٥-٢)$$

حيث $\bar{س}_هـ$ متوسط العينة للطبقة هـ ، $ن_هـ$ حجم الطبقة هـ

ب - التباين

معلم المجتمع: $\sigma^٢ = \frac{١}{ن} [مجـ\ س^٢ - \frac{(مجـ\ س)^٢}{ن}]$

وفى حالة المعاينة العشوائية البسيطة يستخدم المقدر :

---

1 القسم ٤-٤

$$ع^2 = \frac{1}{ن-1} \left[مجـ س^2 - \frac{(مجـ س)^2}{ن} \right] \qquad (٢٥-٣)$$

ج - النسبة : لخاصية معينة

$$\text{معلم المجتمع : } ق = \frac{أ}{ن}$$

حيث (أ) عدد الحالات التى تحمل الخاصية

والمقدر فى حالة المعاينة العشوائية البسيطة

$$ق = \frac{أ}{ن} \qquad (٢٥-٤)$$

وفى حالة المعاينة الطبقية يستخدم المقدر :

$$ق = \frac{مجـ ق_{هـ} ن_{هـ}}{مجـ ن_{هـ}} \qquad (٢٥-٥)$$

حيث $ق_{هـ}$ النسبة في العينة للطبقة هـ

تطبيق (٢٥-١)

في دراسة عن العمالة في إحدى الصناعات تم سحب عينة عشوائية وسجلت أجورهم وهي الموضحة أدناه ، والمطلوب تقدير بقيمة لتباين المجتمع ٣٣ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٣٤ ، ٢٩ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣١ ، ٣٦ .

الحل:

$$٢٠ = \frac{1}{ن - 1} \left[مجـ س^2 - \frac{(مجـ س)^2}{ن} \right]$$

$$= \frac{1}{8} \left[8757 - \frac{(279)^2}{9} \right] = 13.5$$

تطبيق (٢٥-٢):

في عملية الجرد السنوي للخامات في إحدى شركات النسيج قام أحد المحاسبين بسحب عينة طبقية من المجتمع الموضح أدناه وكان متوسط وزن الصندوق في الطبقات كما يلي على الترتيب ٨٨ ، ٩٠ ، ٨٦ ، ٨٤ . والمطلوب تقدير متوسط المجتمع ؟

الطبقة	حجم الطبقة
مخزن الوارد	٣٠٠٠
المخزن الرئيسى	٩٠٠٠
المخزن الفرعى	٢٠٠٠
مخزن قسم الإنتاج	١٠٠٠
	١٥٠٠٠

الحل:

$$\bar{س} = \frac{مجـ \bar{س}_{هـ} ن_{هـ}}{مجـ ن_{هـ}}$$

= (٨٨ × ٣٠٠٠ + ٩٠ × ٩٠٠٠ + ٨٦ × ٢٠٠٠ + ٨٤ × ١٠٠٠)

÷١٥٠٠٠ = ٨٨,٦٦٧

٢٥-٣ تقدير فترة Interval Estimation

٢٥-٢-١ الأهمية

التقدير بفترة يعطينا مزايا لا يوفرها التقدير بقيمة ، فهو يمدنا بوسيلة للحكم على درجة الدقة في التقديرات التي نصل إليها كما أنه يمكن من التحكم في هذه الدقة إلى المدى المرغوب .

والتقدير بفترة يعطي تقديراً لمعلمه المجتمع (م) على الصورة :

ح (ص٢ > م > ص١) = ث (٢٥ - ٦)

حيث ص١ الحد الأدنى للثقة

ص٢ الحد الأعلى للثقة

ث درجة الثقة (أو مستوى الثقة أو معامل الثقة أو احتمال الثقة) وتسمى الفترة (ص٢ ، ص١) فترة الثقة .

٢٥-٢-٢ تقدير متوسط المجتمع

نعرض فيما يلي تقديراً بفترة لمتوسط المجتمع بافتراض أن تباين المجتمع معلوم.

تحديد فترة الثقة:

تقرر النظريات الإحصائية[1] أن المتوسط الحسابي للعينة س− يتبع التوزيع الطبيعي (س− ، σ س−) بشروط معقولة يتيسر توفرها في كثير من الحالات . فإذا كان الأمر كذلك فإن المتغير :

$$\text{س}' = \frac{\bar{\text{س}} - \bar{\textbf{س}}}{\sigma_{\bar{\text{س}}}}$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري ، وعلى ذلك يكون[2] (مثلاً) :

$$\text{ح} \left(١,٦٥ > \text{س}' > - ١,٦٥ \right) = ٠,٩٠$$

ومن ذلك

$$\text{ح} \left(١,٦٥ > \frac{\bar{\text{س}} - \bar{\textbf{س}}}{\sigma_{\bar{\text{س}}}} > - ١,٦٥ \right) = ٠,٩٠$$

---

1 القسم ٢١-٦-٢

2 من الجدول ٢ بالملحق

أي أن : ح (١,٦٥ $\sigma_{\bar{س}}$ > س − س > − ١,٦٥ $\sigma_{\bar{س}}$) = ٠,٩٠

أي أن : ح ($\bar{س}$ + ١,٦٥ $\sigma_{\bar{س}}$ > $\bar{س}$ > $\bar{س}$ − ١,٦٥ $\sigma_{\bar{س}}$) = ٠,٩٠

وبصفة عامة يمكن عرض الصيغة كما يلي :

ح (س + ل $\sigma_{\bar{س}}$ > $\bar{س}$ > س − ل $\sigma_{\bar{س}}$) = ث   (٢٥ − ٧)

حيث ل معامل الثبات (Reliability Factor) ويمكن كتابة حدى الثقة على الصورة :

حدى الثقة = $\bar{س}$ ± ل $\sigma_{\bar{س}}$ (٢٥ − ٨)

= $\bar{س}$ ± خـــ   (٢٥ − ٩)

حيث: خـــ = ل $\sigma_{\bar{س}}$ (٢٥ − ١٠)

يمثل خطأ التقدير (الفرق بين متوسط المجتمع ومتوسط العينة) .

علما بأن[1]

---

1 راجع النظريات الإحصائية بالقسم ٢١-٦-٢

$$\sigma^{2}_{\bar{\text{س}}} = \frac{\sigma^{2}_{\text{س}}}{\text{ن}} \cdot \frac{(\text{ن} - \text{ن})}{(\text{ن} - ١)} \qquad (٢٥-١١)$$

في حالة سحب العينة بدون الإرجاع

$$\sigma^{2}_{\bar{\text{س}}} = \frac{\sigma^{2}_{\text{س}}}{\text{ن}} \qquad (٢٥-١٢)$$

في حالة السحب مع الإرجاع

ويمكن إهمال المقدار $\frac{\text{ن} - \text{ن}}{\text{ن} - ١}$ ويسمى تصحيح المجتمع المحدود فى حالة ما إذا كان كسر المعاينة $\frac{\text{ن}}{\text{ن}}$ < ٠،١ .

أو إذا كان المجتمع حجمه كبير

تطبيق (٢٥-٣):

في دراسة عن أحوال العمالة المؤقتة ، قام أحد الباحثين الاجتماعيين بسحب عينة عشوائية بسيطة من ٥١ عاملاً من عمال البناء وقد أظهرت أن متوسط الأجر الشهري ٧٥ جنيهاً . فإذا علم أن الانحراف المعياري في المجتمع ١٣ ، قدر متوسط الأجر في المجتمع بدرجة ثقة ٩٠ %

الحل :

$\sigma_{س}$ = ١٣ ن = ٥١ س‾ = ٧٥ ث = ٠,٩٠

حدى الثقة = س‾ ± ل $\sigma_{س‾}$

وحيث أن المجتمع كبير (عمال البناء) نستخدم الصيغة (٢٥-١٢)

وحيث أن حجم العينة أكبر من ٣٠ ، يكون توزيع المعاينة* للمتوسط الحسابي هو التوزيع الطبيعي ، وبذلك يكون :

حدى الثقة = ٧٥ ± $\sqrt{١،٦٥}$ $\left(\frac{١٣}{\sqrt{١٥}}\right)$

= ٧٥ ± ٣ = (٧٨، ٧٢)

تطبيق (٢٥-٤):

مجتمع انحرافه المعياري ١٥ سحبت منه عينة عشوائية بسيطة مع الإرجاع حجمها ١٠٠ فوجد أن متوسطها الحسابي ٥٥ والمطلوب تقدير متوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل:

حدى الثقة = س‾ ± ل σس‾

ونظراً لأن حجم العينة أكبر من ٣٠ نستخدم التوزيع الطبيعي ، وحيث أن السحب مع الإرجاع يكون :

حدى الثقة = ٥٥ ±١,٩٦ (١٥/ √ ١٠٠)

= ٥٥ ± ٢,٩٤

= (٥٢,١ ، ٥٧,٩)

تطبيق (٢٥-٥):

بفرض أن السحب في التطبيق السابق كان دون إرجاع الوحدات المسحوبة ، حجم المجتمع ٣٠٠ . المطلوب تقدير متوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٩ %

الحل:

حدى الثقة = س‾ ± ل σس‾

= ٥٥ ± ٢,٥٨ (١٥/ √ ١٠٠) √ (٣٠٠-١٠٠/ ٣٠٠-١)

بإستخدام الصيغة(٢٢-١١)

= ٥٥ ± ٣,١

= (٥١,٩ ، ٥٨,١)

تطبيق (٢٥-٦):

مجتمع حجمه ٣٠٠ وتباينه ٢٢٥ ، سحبت منه عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع حجمها ١٠٠ فوجد أن متوسطها الحسابي ٥٥ . والمطلوب تقدير متوسط

المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل :

$$\text{حدود الثقة} = \bar{س} \pm ١,٩٦ \; \frac{\sigma^{٢}}{ن} \left(\frac{\bar{ن}-ن}{ن-١} \right)$$

$$= ٥٥ \pm ١,٩٦ \; \frac{\sqrt{٢٥٥}}{١٠٠} \left(\frac{٣٠٠-١٠٠}{٣٠٠-١} \right)$$

= ٥٥ ± ١,٩٦ (١,٥) (٠,٨١٨)

= ٥٥ ± ٢,٤

الحد الأعلى = ٥٥ + ٢,٤ = ٥٧,٤

الحد الأدنى = ٥٥ − ٢,٤ = ٥٢,٦

تطبيق (٢٥-٧):

مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي تباينه ٢٢٥ سحبت منه عينة عشوائية بسيطة مع الإرجاع حجمها ٢٥ فوجد أن متوسطها الحسابي ٥٢ . المطلوب تقدير متوسط المجتمع بدرة ثقة ٠,٩٥ .

الحل :

$\bar{س}$ يتبع التوزيع الطبيعي ، $\sigma_{\bar{س}} = \frac{\sigma س}{\sqrt{ن}} = \frac{٢٢٥}{٢٥} = \frac{١٥}{٥} = ٣$

حدى الثقة = $\bar{س} \pm ل \; \sigma س$

= ٥٢ ± ١,٩٦ (٣)

= ٥٢ ± ٥,٨٨

= (٥٧,٩ ، ٤٦,١)

تطبيق (٢٥-٨):

مجتمع حجمه ٣٠٠ وحدة وانحرافه المعياري ٤٠ سحبت منه عينة عشوائية بسيطة حجمها ١٠٠ فوجد أن متوسطها الحسابي ١٣٠ قدر متوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٠ % .

حدى الثقة =-- س + ل σ-س

σ س ن - ن

=س ± ل

= ١٣٠ ١ ١,٦٤ ( )

= ١٣٠ ± ٥,٤

= (١٣٥,٤ ، ١٢٤,٦)

تطبيق (٢٥-٩):

في دراسة لتقدير متوسط فترة الإعارة في إحدى المجموعات المكتبية في إحدى المكتبات تم سحب عينة عشوائية بسيطة من سجل الإعارات ، وكانت الفترات كما يلي :

٢٣	١٧	١٨	٢٥	١٥
١٤	١٣	٩	٢٢	

والمطلوب تقدير متوسط فترة الإعارة للمجموعة المكتبية بدرجة ثقة ٩٠ % إذا علم أن فترة الإعارة تتبع التوزيع الطبيعي وتباين قدره ٢٥ .

الحل :

س = ١٧,٣

حدى الثقة = ¯س ± ل σس

σس = σس / ن = ٥ / ٩ = ١,٦٧ باعتبار أن المجتمع كبير (الإعارات)

حدى الثقة = س ± ل Qس

= ١٧,٣ ١ ١,٦٥ (١,٦٧)

= ١٧,٣ ١ ٢,٧

= (٢٠,٠ ، ١٤,٦)

تطبيق (٢٥-١٠):

إذا علم أن معدل الزواج فى الأسبوع فى إحدى القرى يتبع التوزيع الطبيعى بإنحراف معيارى قدره ٦ . قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية بسيطة من التسجيلات الأسبوعية ، وكانت كما يلى :

١٩	٢٥	٣٢	٢٩	٣٣	١٨
٢٢	٢٨	٣٦	٢٧	٣٤	٣١

والمطلوب تقدير متوسط معدل الزواج فى الأسبوع بدرجة ثقة ٩٥% .

الحل:

$$\bar{\text{س}} = \frac{٣٣٤}{١٢} = ٢٧,٨$$

$$\sigma_{\bar{\text{س}}} = \frac{\sigma_{\text{س}}}{\sqrt{\text{ن}}} = \frac{٦}{\sqrt{١٢}} = ١,٧$$

حدى الثقة = $\bar{\text{س}} \pm \text{ل} \; \sigma_{\text{س}}$

= ٢٧,٨ ± ١,٩٦ (١,٧)

= ٢٧,٨ ± ٣,٣

= (٣١,١ ، ٢٤,٥)

٢٥-٢-٣ تحديد حجم العينة

نعرض فيما يلى نموذج لكيفية تحديد حجم العينة . وسنفترض حالة سحب عينة عشوائية بسيطة وأن المطلوب هو تقدير متوسط المجتمع علماً بأن تباين المجتمع (σ^{2}) معلوماً - والمطلوب هو تحديد حجم العينة بحيث لا يزيد مقدار الخطأ عن قيمة معينة (خـ) وأن يكون ذلك بدرجة ثقة معينة (ث) .

بالرجوع إلى الصيغ الواردة بالقسم ٢٤ - ٢ - ٢

حدى الثقة = $\bar{س}$ ± خـ

= $\bar{س}$ ± ل $\sigma_{\bar{س}}$

(أ) بافتراض أن المجتمع كبير فإن :

خـ = ل $\sigma_{\bar{س}}$

خـ = ل $\sigma_{س}$ / √ ن

ومنها نحصل على حجم العينة

$$ن. = \left(\frac{ل\sigma}{خـ}\right)^{٢} \qquad (١٣-٢٥)$$

حيث ل معامل الثبات يتم تحديده من جدول التوزيع الطبيعى إستناداً إلى قيمة ث .

وأحياناً يكون من المفضل عرض الخطأ كنسبة من المتوسط خـَ = خـ/ $\bar{س}$

ويمكن تحديد حجم العينة فى هذه الحالة بالقسمة على س- فى الصيغة أعلاه ، لتصبح :

$$ن_\cdot = \left(\frac{ل\,\sigma / \bar{س}}{خ / \bar{س}}\right)^{٢} = \left(\frac{ل\,\acute{\sigma}}{\acute{خ}}\right)^{٢} \qquad (٢٥-١٤)$$

حيث $\acute{\sigma} = \sigma / \bar{س}$ (معامل الإختلاف)[1] (٢٥-١٥)

(ب) حالة المجتمع المحدود

$$خ = \frac{ل\,\sigma}{\sqrt{ن}} \; \frac{\sqrt{(\mathbf{ن} - ن)}}{\sqrt{(\mathbf{ن} - ١)}}$$

ومن ذلك نحصل على

$$ن = \frac{ن_\cdot}{١ + \frac{ن_\cdot - ١}{\mathbf{ن}}} \qquad (٢٥-١٦)$$

حيث ن· تعرف كما ورد فى الفقرة السابقة .

ومن الناحية العلمية نقوم أولاً بحساب ن· ونكتفى بها إذا كانت صغيرة بالنسبة لحجم المجتمع ،تقريبا ($ن_\cdot / \mathbf{ن}$) < ٠,١ وخلاف ذلك نكمل الحل بحساب

---

1 راجع القسم ١٠-٥

صيغة المجتمع المحدود (٢-١٦) .

تطبيق (٢٥-١١):

في دراسة لحساب تكلفة أحد المنتجات يريد أحد المحاسبين تقدير متوسط وقت الإنتاج بدرجة ثقة ٩٩% وبخطأ لايتجاوز دقيقة واحدة. والمطلوب تقدير حجم العينة اللازم بإفتراض أن الإنحراف المعياري للمجتمع خمس دقائق.

الحل :

$$\text{ن.} = \left(\frac{\text{ل}\sigma}{\text{خـ}}\right)^{٢}$$

١٦٥ = ١/ (٥ × ٢,٥٧)

تطبيق (٢٥-١٢):

بمناسبة الجرد السنوي في إحدى الشركات ، أراد أحد المحاسبين تقدير متوسط وزن العلبة لأحد الأصناف بنسبة خطأ لا تزيد عن ٣% وبدرجة ثقة ٩٥% ، والمطلوب تحديد حجم العينة إذا علم أن حجم المجتمع ٩٨٧٥ علبة ومعامل الإختلاف به قدره ٠,٨

الحل:

$$\text{ن .} = \left(\frac{\text{ل}\ \acute{\sigma}}{\acute{\text{خـ}}}\right)^{٢}$$

$$= \left(\frac{١،٩٦ \times ٠,٨}{٠،٠٣}\right)^{٢} = ٢٧٣٢$$

$$\frac{ن.}{ن} = \frac{٢٧٣٢}{٩٨٧٥} = ٠،٢٨ > ٠،١$$

ولذا يلزم حساب ن من الصيغة (٢٥-١٦)

$$= \frac{٢٧٣٢}{١ + \frac{٢٧٣١}{٩٨٧٥}} = ٢١٤٠$$

تطبيق (٢٥-١٣):

مجتمع كبير معامل الإختلاف به ٠,١٧٣ يراد تقدير متوسطه بحد أقصى للخطأ قدره ٤% وبدرجة ثقة ٩٠% . كم يكون حجم العينة .

$$ن. = \left(\frac{ل \ \bar{\sigma}}{\bar{خ}}\right)^{٢}$$

$$= \left(\frac{١،٦٥ * ٠،١٧٣}{٠،٠٤}\right)^{٢} = ٥١$$

تطبيق (٢٥-١٤):

في دراسة لحساب تكلفة أحد المنتجات يريد أحد المحاسبين تقدير متوسط وقت الإنتاج بدرجة ثقة ٩٩% وبخطأ لايتجاوز دقية واحدة . والمطلوب تقدير حجم العينة اللازم بإفتراض أن الإنحراف المعياري للمجتمع خمس دقائق .

الحل :

$$\text{ن}_{0} = \left(\frac{\text{ل}\ \sigma}{\text{خ}} \right)^{2}$$

$$= \left(\frac{2.57 * 5}{1} \right)^{2} = 165$$

تطبيق (٢-١٤):

يريد أحد المهندسين تحديد متوسط طول المنتج بحد أقصى للخطـــأ قـــدرة ٤% وبدرجة ثقة قدرها ٩٨% . وبالرجوع للبيانات السابقة للإنتاج تبين أن معامـــل الإختلاف قدره ٠,٦ والمطلوب تحديد حجم العينة اللازم .

الحل :

$$\text{ن}_{0} = \left(\frac{\text{ل}\ \bar{\sigma}}{\bar{\text{خ}}} \right)^{2}$$

$$= \left(\frac{\text{٢،٣٣} * \text{٠،٦}}{\text{٠،٠٤}}\right)^{\text{٢}} = \text{١٢٢٢}$$

تطبيق (٢٥-١٥):

في دراسة لتقيم نشاط المكتبات المدرسية في إحدى الدول تـم سـحب عينـة عشوائية بسيطة من مجتمع المكتبات المدرسية والبالغ عدده ٣٠٠٠ مكتبة . كم يكون حجم العينة اللازم لتقدير متوسط عدد الطلاب المترددين على المكتبة في اليوم بفتره ثقة ٩٥% وبخطأ لا يتجاوز ثلاثة طلاب ، علماً بأن التباين هو ٨١ حسب تقدير دراسات سابقة .

الحل :

$$\text{ن}_{\text{٠}} = \left[\frac{\text{ل}\,\sigma}{\text{خـ}}\right]^{\text{٢}} = \left[\frac{(\text{١،٩٦})\ (\text{٩})}{\text{٣}}\right]^{\text{٢}} = \text{٣٤،٥٧٤}$$

وحيث أن $= \frac{\text{ن}_{\text{٠}}}{\text{ن}} = \frac{\text{٣٥}}{\text{٣٠٠٠}} = \text{٠،٠١٢} < \text{٠،١}$

لذا فإنه لا يلزم إجراء التعديل الخاص بالمجتمع المحدود .

تطبيق (٢٥-١٦):

أراد أحدى الباحثين معرفة متوسط المبالغ التي تنفقها الأسرة شهرياً على الأدوية والعلاج في مجتمع معين يحوي ألف أسرة . ما هو حجم العينة اللازم لتقدير حدود ثقة لذلك المتوسط بإحتمال قدره ٩٥% وبخطأ لا يتجاوز

ثلاثة جنيهات علماً بأن تقدير الإنحراف المعياري هو ١٧ من دراسات إستطلاعية .

الحل :

$$ن_. = \left[\frac{(١،٩٦)\ (١٧)}{٣}\right]^{٢} = ١٢٣،٣$$

$$\frac{ن_.}{ن} = ٠،١٢٣$$

$$ن = \frac{١٢٣}{١ + \frac{١٢٢}{١٠٠٠}} = ١٠٩،٦$$

أى أن حجم العينة اللازم هو ١١٠ أسرة.

فصل ٣٦

منطق اختبارات الفروض

Hypothesis Testing

٣٦-١ أنواع الفروض

٣٦-٢ أنواع الإختبارات

٣٦-٣ منطق الإختبار الإحصائى

٣٦-٤ أخطاء الإختبار

٣٦-٤-١ خطأ الرفض

٣٦-٤-٢ خطأ القبول

٣٦-٤-٣ العلاقة بين الأخطاء

٣٦-٤-٤ تطبيقات إيضاحية

٣٦-٤-٥ المفاضلة بين الأخطاء

٣٦-٤-٦ المعالجات المنطقية

٣٦-٥ فعالية الإختبار

٣٦-٦ تفسير النتائج

٣٦-٧ خطوات الإختبار

٣٦-٨ إختبار الفرض حول متوسط المجتمع

٣٦-٩ تحديد حجم العينة

الفصل السادس والعشرون

منطق إختبارات الفروض

Logic of Hypothesis Testing

تطورت نظرية اختبارات الفروض منذ أوائل القرن العشرين بمعرفة علماء الإحصاء فيشر Fisher, R. ، بيرسون Pearson, E.S.، ونيمان Neyman, J. وتعد اختبارات الفروض الإحصائية الأساس في تكوين النظريات والقوانين والمعارف العلمية بصفة عامة في كافة العلوم غير الرياضية.

٣٦-١ أنواع الفروض Hypotheses

الفرض Hypothesis بالمعنى الواسع هو أي تقرير مؤقت أو محتمل في سبيل المعرفة العلمية . ويختبر الفرض بمقارنته بما يحدث في عالم الحقيقة .

أن نظرية اختبارات الفروض تحوي أنواع وتصنيفات مختلفة من الفروض نعرضها فيما يلي :

الفرض البحثي Research hypothesis

باعتبار أن الفرض يكون هدفا للباحث فإنه يطلق عليه الفرض البحثي Research وأحياناً يسمى الفرض المحرك Motivated أو الفرض التجريبي Experimental .

ونعرض فيما يلي صورتان لهذا الفرض البحثي :

الفرض العام General hypothesis

إن الفرض البحثي في البداية غالباً يكون في صورة عامة ويوصف عندئذ بأنه فرض عام ، وفيما يلي بعض صورة :

- العلاج (أ) فعال في علاج المرض (د) .
- الأرباح الهامشية Margins في تجارة التجزئة مرتفعة .
- الماكينات في المصنع تعمل بصورة سليمة .
- نسبة النجاح في الثانوية العامة تصل إلى ٧٠% .
- نسبة البضاعة التالفة ١٢% .
- الأرض كروية .
- التدخين ضار بالصحة .
- المتهم (أ) برئ .
- مياه الشرب نقية .
- قيمة المخزون بالشركة ٨٠٠ ألف جنيه .

الفرض العامل Working

إن الفرض البحثي (العام) يكون في البداية غالباً في صورة غير محددة تماماً ، وهو بذلك غير قابل للاختبار Untestable ويمكن ملاحظة ذلك بالرجوع للأمثلة السابقة ، ولنأخذ مثلاً الفرض : الأرباح الهامشية Margins في تجارة التجزئة مرتفعة.

فالأرباح الهامشية مفهوم غير محدد تماماً ؛ ويمكن تحديده ، مثلاً

باعتباره الفرق بين المبيعات والتكاليف المتغيرة . وبالمثل فإن تجارة التجزئة في حاجة إلى تعريف إجرائي يبين ما إذا كانت تجارة معينة تنتمي إلى تجارة التجزئة أو الجملة ، كما أن عبارة الأرباح مرتفعة تعد تقييماً ذاتياً ويلزم أن يكون التحديد موضوعياً كأن يقال مثلاً نسبة الربح أكثر من ٣٠% .

ويعني ذلك أنه يلزم لاختبار الفرض العام تحويله إلى ما يسمى **الفرض العامل** ، حيث تعرض المفاهيم بصورة واضحة ومحددة ويمكن قياسها .

ولنأخذ أيضاً الفرض : قيمة المخزون ٨٠٠ ألف جنيه ؛ وبافتراض أن مراجع الحسابات لا يمكنه التحقق من صحة كل الأرصدة بالمخازن ، فإنه لا يكون لديه طريقة مباشرة للتحقق من صحة رصيد المخزون أعلاه ، وعليه إعادة صياغة هذا الفرض في صورة فرض قابل للاختبار فإذا كان عدد الأصناف بالمخازن ٢٠٠٠ ، يكون متوسط قيمة الصنف الواحد ٤٠٠ جنيهاً فإنه يمكن صياغة فرض عامل كما يلي : س = ٤٠٠ جنيه .

الفرض المحدد والفرض الاحتمالي Probabilistic :

تقسيم الفروض البحثية حسب درجة التأكد إلى نوعين : محددة وإحتمالية . الفرض المحدد Deterministic يكون حول كل الوحدات محل البحث ، أي على الصورة كل (أ) تكون (ب)

بعض الأمثلة :

كل العمال أكفاء

كل المرضى يشفون

كل جسم في الكون يتجاذب مع الأجسام الأخرى

مثل هذه الفروض يكون رفضها بمجرد ملاحظة حالة سلبية واحدة ولذا فإن اختبارها لا يتم بالأساليب الإحصائية .

الفرض الاحتمالي Probabilistic يكون حول بعض الوحدات محل البحث أي على الصورة : معظم (أ) تكون (ب)

أو لأي (أ) يوجد إحتمال قدره س% أن يكون (ب) ومثلاً نسبة نجاح العملية الجراحية (أ) هي ٨٠%

الفرض الاحصائي Statistical

تعد الفروض الإحصائية مجموعة جزئية من الفروض الاحتمالية ، وهي الفروض التي تختبر إحصائياً . ويمكن تعريف الفرض الاحصائي بأنه تقرير حول مجتمع يختبر باستخدام عينة منه ، وهذا التقرير يتعلق بشكل التوزيع Shape أو صيغته Form أو خاصية معينة مثل قيمة إحدى المعالم أو أكثر .

وعلى سبيل الإيضاح ، قد يكون فرض الباحث هو أن مستوى الأجور قد زاد عما كان في فترة سابقة ولاختبار ذلك نـضعه فـي صـورة فـرض إحصائي، وذلك بأن يتم التعبير عن مستوى الأجور بمقياس إحصائي كالمتوسط الحسابي مثلاً ، أو باستخدام رقم قياسي معين ، ويمكن كتابـة الفـرض علـى الصورة : س١ < س٢ حيث ترمز الأدلة ١ ، ٢ للفترتين السابقة والحالية على الترتيب.

فرض العدم Null والفرض البديل:

بعد تحويل الفرض البحثي إلى صيغة الفرض الإحصائي ، فإنه يلزم – حسب الاعتبارات المنطقية – عرض هذا الأخير على هيئة فرضان متنافيان . الأول يسمى فرض العدم null (ويطلق عليه أيضاً الفرض الصفري) وغالباً يرمز له بالرمز ف٠ ، والثاني يسمى الفرض البديل Alternative . وغالبـاً يرمز له بالرمز ف١ . وبصفة عامة(١) يعتبر فرض البحث Research بعـد إعادة عرضه ليلائم الاعتبارات الاحصائية ، هو الفـرض البـديل . ويـسعى الباحث إلى تأييد هذا الفرض البديل عن طريق رفض فرض العدم .

وبالرجوع للمثال الخاص بمستوى الأجور أعلاه يكون :

ف٠ س١ = س٢ (فرض العدم)

ف١ س١ < س٢ (الفرض البديل)

وفيما يلي بعض الملاحظات التي توضح أهمية فرض العدم .

(١) أن فرض العدم null هو افتراض إحصائي اخترع فكرته عالم الاحصاء فيشر Fisher ، وهو يعد من أجل الرفض حتى يتسنى تأييد الفرض البديل (هدف البحث) تمشياً مع قواعد المنطق .

(٢) صفة العدم المرفقة بالفرض ترجع إلى أنه يعد ليرفض باعتباره نقيض للفرض البديل ، فهو أصلاً يعد ليعبر عن عدم وجود شئ مثلاً عدم وجود شئ مثلاً عدم وجود ارتباط ، عدم وجود تغير ، عدم وجود فرق ، عدم وجود نتيجة.

(٣) إن استخدام فكرة العدم للفرض ، تقدم صيغة ذات علاقة محددة ، وبذلك فإن الإحصاء الذي يصف العلاقة يمكن تعيينه وبالتالي تعيين توزيع

المعاينة المتعلق به ، وهذا الأخير كما نعلم هو الأساس في صنع القرار قبولاً أو رفضاً.

الفرض المعين Exact **وغير المعين:**

تقسيم الفروض أيضاً إلى معينة وغير معينة

الفرض المعين Exact : هو الفرض الذي يمثل بقيمة واحدة مثل :

متوسط المجتمع **س**⁻ = ٥٠

الفرض غير المعين Inexact : هو الذي يمثل بعدد كبير من المعالم مثل :

س⁻ > ٥٠

الفرض الموجهDirectional وغير الموجه:

تنقسم الفروض غير المعينة إلى نوعين :

الفرض الموجه Directional : ويسمى أيضاً الفرض ذو طرف واحد one-tail أو جانب واحد one-side . وهو الفرض الذي يحدد اتجاه معين لمعالم المجتمع :

(أ) ناحية اليسار ويسمى الطرف الأيسر Left-tailed أو الطرف الأقل Lower-tailed .

(ب) ناحية اليمين ويسمى الطرف الأيمن right-tailed أو الطرف الأعلى upper-tailed .

وهذه الصيغة ملائمة عندما يعرض الفرض علاقة على الصورة : { أكبر من ، أفضل من ، على الأقل ، أقل من ، أسوأ من ، ... } .

الفرض غير الموجه Nondirectional

ويسمى أيضاً الفرض ذو الطرفين two-tail أو من جانبين two-side وتكون هذه الصيغة ملائمة عندما يعرض الفرض علاقة على الصورة :

{ يختلف عن ، لا يساوى ، يتغير ، ... }

وهذه الصيغة تستخدم بدرجة كبيرة في البحوث الاستكشافية Exploratory واحياناً تعد مرحلة بحثية تؤدي إلى بحوث أخرى تكون فيها الفروض موجهه . وهذه الصيغة تكون ملائمة .

الفرض البسيط والفرض المركب

تنقسم الفروض أيضاً إلى نوعين :

الفرض البسيط Simple:

هو فرض احصائي يحدد تماماً التوزيع الاحتمالي للتغير أو المتغيرات المتعلقة بالفرض .

فمثلاً إذا كان المتغير س يتبع توزيع بواسون(١) (له معلمه واحدة م) فإن الفرض بأن : م = ٤ يعد فرضاً بسيطاً .

وكمثال آخر إذا كان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي(٢) (له معلمتان س ، s) فإن الفرض { س = ٦٥ ، s = 8 } يعد فرضاً بسيطاً .

الفرض المركب Composite:

هو فرض احصائي غير بسيط ، وهو يؤدي إلى وجود توزيعين احتماليين أو أكثر للمتغير (أو المتغيرات) المتعلقة بالفرض .

ومثال ذلك إذا كان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي ، فإن الفرض التالي يعد مركباً. { س = ٦٥ }

وكذلك إذا كان المتغير يتبع توزيع بواسون ، فإن الفرض التالي يعد مركباً .
{ م > ٤ }

٢٦-٣ أنواع الاختبارات

توجد ثلاثة أنواع من الاختبارات الاحصائية :

١. اختبار المعنوية البحتة.
٢. اختبار المعنوية.
٣. اختبار الفرض.

وتشترك هذه الاختبارات جميعها في وجود فرض (ف) مطلوب اختباره. ويتم اختبار الفرض بمقارنته بما يحدث في عالم الواقع ، ويتطلب ذلك أن نقوم بسحب عينة عشوائية من المجتمع محل الفرض ، ونقوم من خلال هذه العينة بملاحظة مؤشر يترتب على الفرض ، مثال ذلك متوسط العينة أو عدد حالات النجاح في التجارب ذات الحدين . هذا المؤشر يسمى إحصاء الاختبار Test statistic . ويعد توزيع المعاينة لهذا الإحصاء هو الأساس في عملية اختبار الفرض ، حيث يمكن تقييم القيمة المشاهدة للإحصاء ، وبالتالي الحكم على الفرض أو اختباره .

ونعرض فيما يلي توضيحاً للفروق بين أنواع الاختبارات الاحصائية ، ونفترض أننا بصدد اختبار فرض بسيط Simple ، حيث يكون توزيع المعاينة محدد تماماً .

١. اختبار المعنوية البحتة Pure Significance

وهنا(١) نرفض الفرض (ف) إذا كـــان (ح) إحتمـــال ظهـــور قيمـــة الإحصاء المشاهدة (ص*) أو أي قيمة أكثر تطرفاً منها (أكبر أو أصغر حسب الأحوال) نادر ، أي أن القيمة المشاهدة احتمالها قليل . ويمكن عـــرض قيمـــة (ح) (في حالة الأكبر) كما يلي :

ح = ح (ص > ص* | ف) (٢٦-١)

أي أن الاختبار في هذه الحالة يتكون من تحديد الفرض (ف) وتحديد الإحصاء (ص) وحساب الاحتمال (ح) أعلاه . ويطلق على (ح) مستوى المعنوية الحقيقي Exact significance level والمستوى الحرج Critical level احتمال المعنوية Significance probability والقيمة الاحتمالية Prob-value وتختصر إلى P-value . وتعد هذه القيمة أفضل مؤشر يلخص ما تحويه بيانات العينة عن مدى مصداقية credibility الفرض محل الاختبار . وفي حالة الاختبار من جانبين يكون من المناسب حساب القيمة الاحتمالية للجانبين ، وإذا كان التوزيع متماثلاً فإن هذه القيمة تكون ضعفها في حالة الاختبار من جانب واحد .

تطبيق (٢٦-١):

يدعى منتج صواريخ بأنها تصيب الهدف بنسبة ٩٠% . قامت القوات المسلحة بتجربة عشرة منها عشوائياً – وحصلت على خمسة حالات نجاح ، ما رأيك فى إدعاء المنتج ؟

الحل:

نحسب إحتمال الحصول على خمسة حالات نجاح أو أقل ،

ح = ح (س ≥ ٥ | ق = ٠,٩)

ومن المناسب فى هذه الحالة إستخدام توزيع ذي الحدين[1] :

ح.١٠، ٠,٩ (٥) = ٠,٠٠١٦

أي أن النتيجة المشاهدة احتمالها قليل ، وعلى ذلك نرفض فرض المنتج .

٢. اختبار المعنوية Significance test

الاختبار السابق لا يحدد قيمة معينة للاحتمال (ح) نستند إليها في رفض الفرض أو قبوله ، ولكنه يوفر فقط انطباع عام حول الفرض . ولكن في اختبار المعنوية يتم تحديد قيمة معينة للاحتمال ، سنرمز لها بالرمز (مـــ) وتسمى مستوى المعنوية الاسمى Nominal Significance level ويسمى أيضاً حجم الاختبار Size of the test . وهنا نرفض الفرض إذا كانت قيمة الاحتمال المشاهد (ح) أقل منها . أي إذا كان (في حالة الأكبر) :

ح = ح (ص > ص* | ف) ≥ مـــ

وهذا يرادف تماماً أن نقوم بتقسيم فراغ العينة (أي كل قيم الإحصاء الممكنة) إلى منطقتين : منطقة الرفض regection region ومنطقة القبول Acceptance . ويتم رفض الفرض إذا وقعت قيمة الإحصاء المحسوبة أو المشاهدة (ص*) في منطقته الرفض ، ويقال لها عندئذ أنها قيمة معنوية Significant value . وتسمى أقل قيمة للإحصاء تطرفاً في منطقة الرفض بالقيمة الحرجة Critical value . وإذا كان الاختبار من طرفين يكون له قيمتين حرجتين دنيا Lower وعليا upper .

---

1 راجع القسم ٢٠-٣.

٣. **اختبار الفرض Hypothesis test:**

ويتميز هذا الاختبار عن اختبار المعنوية بإدخال فــرض آخــر هــو الفرض البديل وهو الذي يتم العمل به في حالة رفض الفرض (وهو ما يسمى فرض العدم ف). وهذا الفرض البديل (ف١) يكون له تــأثير كبيــر علــى الاختبار وإجراءاته .

٣٦-٣منطق الاختبار الإحصائي

الاختبار الإحصائي ويطلق عليه البرهان الإحصائي هو إجراء منطقي يؤدي إلى رفض فرض أو قبوله استناداً إلى عينة عشوائية .

البرهان غير المباشر:

أن منطق الإجراءات الإحصائية لاختبارات الفروض تم أنشاؤه وقبوله في فلسفة العلم وهو يستند إلى استراتيجية مشابهة لفكرة البرهان غير المباشر حيث يتم رفض الفرض في حالة وجود تعارض مع حقيقة مترتبة عليه ويمكن عرض ذلك بالصيغة التالية :

مقدمة كبرى : إذا كان (أ) صحيحاً (مقدم) فإن (ب) يجب أن يكون صحيحاً (مترتب) .

مقدمة صغرى : (ب) ليس صحيحاً .

النتيجة : إذن (أ) لا يمكن أن يكون صحيحاً .

وكمثال على ذلك نعرض ما يلي :

(أ) مقدمة كبرى : لو أن زيد مريض بالحمى (مقدم) فإن درجة حرارته تكون

مرتفعة (مترتب) .
(ب) مقدمة صغرى : درجة حرارة زيد غير مرتفعة .
(جـ) النتيجة : إذن ، زيد غير مريض بالحمى .

تم رفض الفرض بأن زيد مريض بالحمى باعتبار أن الاختبار الذي أجرى عليه لم يؤيد ارتفاع درجة حرارته - والذي يعد شيئاً مترتباً على ذلك المرض (الفرض) . وهذه هي فكرة البرهان غير المباشر ، حيث تم رفض الفرض (زيد مريض بالحمى) باعتبار أن أحد المترتبات عليه (درجة حرارة مرتفعة) لم تؤيد بالإختبار. أي أن الفرض لا يختبر بصورة مباشرة ولكن بصورة غير مباشرة عن طريق ما يترتب عليه .

مغالطة تأييد المترتب

إن تأييد الفرض أو أثباته ليس بالأمر اليسير كما في حالة الرفض فلو كانت المقدمة الصغرى : درجة حرارة زيد مرتفعة ، فإننا لا نستطيع أن نؤيد أن زيد مريض بالحمى ، وإلا وقعنا في خطأ منطقي يعرف بمغالطة تأييد المترتب Fallacy of affirming the consequent إن ارتفاع درجة الحرارة قد يكون بسبب مرض آخر خلاف الحمى . كما أن مرض الحمى له أعراض (مترتبات) أخرى يلزم اختبارها والتحقق من وجودها قبل التشخيص. أي أن تأييد الفرض يتطلب تحديد كافة المترتبات عليه ثم اختبارها وأن تكون نتيجة هذه الاختبارات متسقة مع الفرض .

أي أنه إذا أيدت الوقائع ما يترتب على الفرض ، فإن ذلك لا يعد كافياً

لإثبات أن الفرض صحيح . إن إثبات ذلك يتطلب أولاً تحديد كافة المترتبات على الفرض ، وهذا أمر ليس ميسوراً في كل الأحوال كما يصعب التحقق من ذلك غير أنه مع ذلك فإن تكرار الأدلة على تأييد المترتبات يزيد من درجة الاقتناع بأن الفرض صحيح .

أي أن **العلم يمكنه فقط رفض الفروض** . إذ أنه ليس من السهولة إثبات الفروض أو تأييدها . غير أنه باستبعاد فرض أو أكثر فإننا نضيف معلومات نافعة حيث أنه بتقليل مجموعة الفروض البديلة فإننا نقترب من الحقيقة ، وبتكرار الرفض لمجموعة الفروض واحداً تلو الآخر ، يتبقى واحداً يكون بالضرورة هو الفرض الصحيح .

إن الاختبارات الإحصائية تختص بالفروض الإحصائية وتقوم على أساس افتراض أن الفرض صحيح ، ثم نقوم بملاحظة ما يترتب عليه ، أي ملاحظة حدث (وهو مشاهدة إحصاء لعينة) ، ونقوم برفض الفرض إذا كان هذا الحدث من النادر وقوعه . وتكون صياغة البرهان كما سبق ذكره في القسم السابق مع إدخال عنصر الاحتمال :

مقدمة كبرى : إذا كان (أ) صحيحاً فإن (ب) يحتمل أن يكون صحيحاً .

مقدمة صغرى : (ب) ليس صحيحاً .

النتيجة : إذن (أ) يحتمل أن لا يكون صحيحاً .

ويمكن إيضاح ذلك بما يلي[1] :

---

1 راجع التطبيق (٢١-٣)

مقدمة كبرى : إذا كان متوسط المجتمع ٧٥ (مقدم) فإن متوسط العينة يقع بين ٧٢ ، ٧٨ باحتمال قدره ٩٠% (مترتب)

مقدمة صغرى : متوسط العينة المسحوبة ٦٥ .

النتيجة : إذن هناك احتمال قدره ٩٠% أن يكون الفرض غير صحيح .

٣٦-٤ أخطاء الاختبار

هناك خطآن يتعرض لهما الاختبار الإحصائي ، خطأ الرفض وخطأ القبول .

٢٦-٤-١ خطأ الرفض Rejection error

يقوم الاختبار الإحصائي على أساس رفض الفرض إذا كان (ب) ليس صحيحاً ، وذلك على الرغم من أن هناك احتمال أن يكون الفرض صحيحاً ، وفقاً للمنطق السابق عرضه وعلى ذلك يقع متخذ القرار في خطأ يسمى " خطأ الرفض " ويسمى كذلك " خطأ من النوع الأول " Type I error . ويلاحظ أن هذا الخطأ ينشأ بسبب الطبيعة الاحتمالية في الاختبار .

احتمال خطأ الرفض (مـــ):

ويسمى أيضاً احتمال الخطأ من النوع الأول (I) وكذا مستوى المعنوية Significance level والمستوى الأسمي للاختبار Nominal level of the test * وأيضاً حجم الاختبار Size of the test .

مـــ = ح (I) = ح (ص ∈ ر | ف٠)   (٢٦-٢)

حيث ر منطقة الرفض ، ق منطقة القبول .

٢٦-٤-٢ خطأ القبول Acceptance error

وهناك خطأ آخر قد يقع فيه متخذ القرار وينشأ هذا الخطأ من المغالطة المنطقية المتعلقة بتأييد المترتب Fallacy of affirming the consequent كما سبق إيضاحه ، ويسمى هذا الخطأ "خطأ القبول " ، كما يسمى " خطأ من النوع الثاني " Type II error .

احتمال خطأ القبول (ك)

ويسمى أيضاً احتمال الخطأ من النوع الثاني هو احتمال قبول الفرض عندما يكون غير صحيح أي أن :

ك = ح (II) = ح (ص ∈ ق | ف١) (٢٦-٢-٣)

٢٦-٤-٣ العلاقة بين الأخطاء

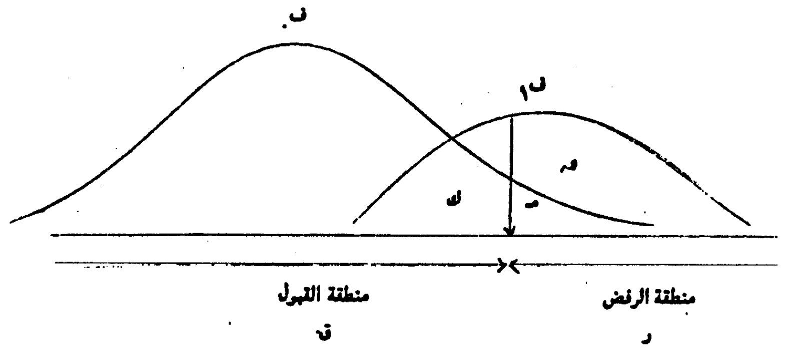
يمكن تلخيص الموقف في الجدول التالي والذي يوضح وجود أربعة مواقف عن فرض العدم تنشأ من :

(١) حقيقة الفرض : فرض العدم قد يكون صحيح وقد لا يكون صحيح .

(٢) القرار حول الفرض : رفض فرض العدم أو قبوله .

حقيقة فرض العدم / القرار	صحيح	غير صحيح
رفض	خطأ الرفض (I)	قرار صحيح
قبول	قرار صحيح	خطأ القبول (II)

ويوضح الرسم التالي هذه الأخطاء واحتمالات حدوثها بافتراض أن فرض العدم ف٠ والفرض البديل ف١ كلاهما بسيط Simple .



وفيما يلي بعض الملاحظات عن احتمالات الأخطاء :

(١) توجد علاقة عكسية بين احتمالي الخطأين الأول والثاني – ولذلك فإن محاولة تخفيض أحد الأخطاء يكون ذلك على حساب زيادة الخطأ الآخر .

(٢) أن العلاقة بين احتمالي الخطأين ليست بسيطة بحيث يمكن تحديدها وتقدير أي منها بدلالة الأخرى .

(٣) إن احتمال الخطأ من النوع الثاني يصعب تقديره ، إذ أنه يعتمد على الفرض البديل وهو غالباً ما يكون فرضاً غير معين Inexect بمعنى أنه يكون ممثلاً بعدد كبير من المعالم .

٢٦-٤-٤ تطبيقات إيضاحية:

فيما يلي بعض الحالات التطبيقية لاختبارات الفروض :

التدريب :

لغرض زيادة الإنتاج يتم تدريب العمال في أحد المراكز الخاصة بالتدريب ، وفي أحد المصانع على سبيل المثال ، يدعى مركز التدريب أن البرنامج يؤدى إلى زيادة إنتاج العامل من ٤٠ وحدة حسب الوضع الحالي إلى ٥٠ وحدة في الساعة وللتحقق من ذلك تم إرسال عينة من عمال المصنع وسجلت إنتاجيتهم بعد إتمام التدريب وإذا اعتبرنا أن إنتاج العامل س يكون :

فرض العدم ف٠ : س = ٥٠

ف١ : س = ٤٠

ويوجد خطآن :

(١) خطأ الرفض (I) : رفض الفرض بأن متوسط الإنتاج زاد إلى ٥٠ وحدة ، بينما هذا هو الصحيح .

(٢) خطأ القبول (II) : قبول الفرض بأن متوسط الإنتاج زاد إلى ٥٠ وحدة ، بينما هذا غير صحيح .

التشخيص الطبي

الطبيب (المتخصص في الحميات مثلاً) وهو يفحص الرواد لاختبار ما إذا كان الشخص مريضاً من عدمه ، يتعرض لنوعين من الأخطاء عند إصدار القرار :

خطأ الرفض (النوع الأول) : الشخص غير مريض بالحمى بينما هو مريض.

خطأ القبول (النوع الثاني) : الشخص مريض بالحمى بينما هو غير مريض.

قرار المحكمة

يمكن عمل مناظرة بين قرار المحكمة[1] واختبار الفرض باعتبار أن فرض العدم هو أن المتهم غير مذنب (برئ) ، وأن الفرض البديل هو أن المتهم مذنب .
وتكون الأخطاء التي يتعرض لها قرار المحكمة هي كما يلي :
(١) خطأ الرفض : رفض فرض العدم (المتهم برئ) أي اعتبار أن المتهم مذنب رغم أنه في الحقيقة برئ .
(٢) خطأ القبول : قبول فرض العدم أي اعتبار المتهم برئ رغم كونه مذنب .
ويمكن عرض المواقف المتعلقة بإصدار القرار فيما يلي :

الحقيقة / قرار المحكمة	المتهم برئ ($ف_0$)	المتهم مذنب ($ف_1$)
المتهم مذنب	خطأ الرفض (I)	قرار صحيح
المتهم برئ	قرار صحيح	خطأ القبول (II)

٢٦-٤-٥ المفاضلة بين الأخطاء

لا شك أن صانع القرار يسعى إلى تقليل الأخطاء التي يتعرض لها من كلا النوعين غير أن طبيعة هذه الأخطاء وكما هو واضح من الشكل السابق فإن أي محاولة للتقليل من أحد الأخطاء يكون ذلك على حساب زيادة الخطأ الآخر ،

1 راجع الدليل الإحصائى فى الحكم القضائى للمؤلف

هذا بافتراض حجم عينة معين . ويمكن تقليل كلا من الخطأين بزيادة حجم العينة .

وعلى أي حال فإنه مع حجم عينة معين تظل مشكلة المفاضلة بين النوعين من الأخطاء ، وتحديد المقدار المناسب من كل منهما . أن الإجابة على ذلك تتطلب بالضرورة معرفة مقدار العبء أو التكلفة أو التضحية بسبب كل نوع من الأخطاء . وذلك يتوقف بالضرورة على طبيعة المشكلة ، ونوضح ذلك في بعض المشاكل والسابق عرضها .

التدريب

شأن هذه القضية ، يوجد خطآن يحتمل أن تقع المنشأة في أي منها ، وقد سبق إيضاح ذلك ، وللمفاضلة بين كلا النوعين من الأخطاء ، نعرض فيما يلي العبء أو التكلفة التي يمكن أن تتحملها المنشأة من جراء كل خطأ :

(١) خطأ الرفض (I) : حالة رفض الفرض بينما هو صحيح ، أي اعتبار أن التدريب لا يؤدي إلى زيادة الإنتاج بينما هو عكس ذلك فإن المنشأة لن تقوم بتدريب العاملين لديها وبالتالي تضيع الفرصة عليها في زيادة الإنتاج ، ويمكن حساب تكلفة هذه الفرصة الضائعة في صورة الأرباح التي تترتب على الزيادة في الإنتاج .

(٢) خطأ القبول (II) : حالة قبول الفرض بينما هو غير صحيح ، أي حالة اعتبار أن التدريب يؤدي إلى زيادة الإنتاج بينما ذلك غير صحيح ، فإنه يترتب على ذلك أن تقوم المنشأة بتدريب العاملين لديها وتتكبد بذلك تكاليف ممثلة في

نفقات التدريب ، وتكلفة الفرص الضائعة أو الإنتاج المضحى به بسبب وقت العمال الضائع في التدريب .

التشخيص الطبي

خصوص قضية التشخيص الطبي ، فإن الأخطاء المترتبة على القرار ، تعد تكلفتها جسيمة ويصعب تقدير تكلفتها بالمقارنة بالقضايا الأخرى السابق عرضها . فهناك تكلفة وأعباء يتحملها الشخص نفسه وأخرى تقع على الأسرة وأخرى على المجتمع.

(١) خطأ الرفض (I) : إن اعتبار الشخص غير مريض بالحمى وهو في الحقيقة مريض ، يترتب عليه عدم منحه العلاج اللازم ، وهذا يضر بصحته ، ويختلف مقدار الضرر حسب الحال ، وقد يصل الأمر إلى الوفاة ، أن تقدير تكلفة ذلك ليس بالأمر اليسير سواء كان ذلك تكلفة العبء الواقع على الشخص نفسه أو على المجتمع .

(٢) خطأ القبول (II) : إن اعتبار الشخص مريض بالحمى بينما هو غير مريض بها ، يترتب عليه تعرضه لعلاج لا يناسبه وقد يضر به ، وكذا فإن تكلفة العلاج تكون دون مبرر – بالإضافة إلى ضياع الفرصة على المريض لإجراء فحوص لمعرفة مرضه الحقيقي ، مما قد يترتب عليه عواقب وخيمة . أن كل هذه الأمور يجب تقديرها وحساب تكلفتها المادية والاجتماعية .

قرار المحكمة

أن القضاه غالباً يجدون صعوبة في تحديد درجة الشك المقبولة (الاحتمال) لإدانة شخص برئ ، أي احتمال الخطأ من النوع الأول . ومن

وجهة نظر العدالة يجب تخفيض هذا الاحتمال بقدر الإمكان ولو يصل إلى الصفر ، وهذا يعني استحالة إدانة شخص برئ على إنه من وجهه أخرى فإن تخفيض احتمال إدانة برئ (خطأ من النوع الأول) يزيد من احتمال الفشل في إدانة المذنبين (خطأ النوع الثاني) وذلك نظراً لزيادة كمية الأدلة المطلوبة لتحقيق الإدانة . وعلى أي حال فإن الموائمة بين نوعي الخطأ تتوقف على نوع الجريمة ، ويمكن التحكم في ذلك من خلال الإجراءات التنظيمية مثلاً ، كتقييد سلطة رجال الأمن في الحصول على الاعترافات .

٢٦-٤-٦ المعالجات المنطقية

من الأمور السابق عرضها يمكن إيضاح ما يلي بالنسبة للأخطاء التي يتعرض لها صانع قرار اختبار الفرض :

(١) بالنسبة لحجم عينة ثابت لا يمكن تخفيض كلا النوعين من الأخطاء ، إذ أن تخفيض واحد يعني زيادة الآخر .

(٢) السبيل الوحيد لتخفيض كلا الخطأين هو زيادة حجم العينة .

(٣) تكلفة أرتكاب أي من الخطأين تتوقف على طبيعة المشكلة ، وقد يكون أي منهما أكبر الآخر .

(٤) تكلفة الخطأ تتوقف على طبيعة المشكلة ، وقد يكون ذلك شيئاً قليلاً يمكن حتى اهماله ، وقد يؤدي إلى خسائر جسيمة .

(٥) تكلفة الخطأ قد يسهل حسابها وتقديرها في بعض الحالات ، كما أنه في حالات أخرى يكون ذلك صعباً أو مستحيلاً ، خاصة ما يتعلق بالتكلفة الاجتماعية .

وفي ضوء ذلك نعرض أهم الاتجاهات المنطقية المتاحة للمفاضلة بين الأخطاء .

أولاً : **زيادة حجم العينة** بالقدر الذي تسمح به الإمكانات ، وذلك في الحالات التي يكون فيها تكلفة كلا من الخطأين جسيمة ، وخاصة في حالة وجود صعوبة في تقديرها . إن ذلك يؤدي إلى تخفيض كلا الخطأين وبالتالي تخفيض التكلفة أو العبء الواقع .

ثانياً : اختيار حجم العينة بحيث تكون جملة التكلفة أقل ما يمكن وذلك باستخدام الصيغة التالية :

جملة التكاليف = احتمال الخطأ الأول * تكلفة الخطأ الأول

+ احتمال الخطأ الثاني * تكلفة الخطأ الثاني

+ تكلفة التجربة أو المعاينة (٢٦-٤)

ثالثاً : تثبيت الخطأ الأول عند مستوى معين ، يتلاءم مع طبيعة المشكلة ، مع تخفيض الخطأ من النوع الثاني إلى أقل احتمال ممكن .

رابعاً : تحديد مستويات معينة ، تكون مقبولة في احتمالات كلا النوعين من الأخطاء الأول والثاني .

٢٦-٥ فعالية الاختبار

تختلف الاختبارات الإحصائية كما سبق أن أوضحنا . وقد يتاح للباحث أكثر من اختبار لعلاج مشكلته . كل هذا يلقى على الباحث ضرورة الاهتمام بالمفاضلة بين هذه الاختبارات لاختيار المناسب منها حسب طبيعة المشكلة .

يوجد عدد كبير من الصفات من المرغوب توافرها في الاختبار ، نعرض أهمها بإيجاز [1]

١ مميز العمليات OC

إن احتمال الخطأ من النوع الثاني (ك) يعتمد على الفرض البديل ، والذي يحوى بدوره على عدد كبير من القيم . وبذلك فإن فهم الاختبار بصورة كاملة يتطلب معرفة كل قيم ك الممكنة والمناظرة لقيم الفرض البديل (ف١) . إن المنحنى الذي يعرض هذه العلاقةيسمى منحنى مميز العمليات أو توصيف العمليات (Operating characteristic curve (OC . وهذا المنحنى يوضح احتمال خطأ القبول (النوع الثاني) لكل قيم الفرض البديل ، وتوجد خرائط تعرض هذه المنحنيات وتستخدم في تحديد حجم العينة .

٢ قوة الاختبار Power of the test

تعرف قوة الاختبار (ق) بأنها احتمال رفض الفرض عندما يكون غير صحيح، أي أن :

ق = ح (ص ' ر | ف١)	(٢٦-٥)

ويلاحظ أن

ق = ١ – ك (٢٦-٦)

أى أن زيادة قوة الاختبار تعنى تماماً تخفيض احتمال الخطأ من النوع الثاني .

---

1 الإحصاء والإستقراء ،ج٢ ، منطق الإستقراء ، للمؤلف لمزيد من الإيضاح ، راجع

كفاءة الاختبار Test efficiency

تعد كفاءة الاختبار من أهم الصفات التـــي تحـــدد مكانتـــه بالمقارنـــة بالاختبارات الأخرى . وتعرف كفاءة اختبار (أ) بالنسبة إلى اختبار آخـــر (ب) بأنه نسبة حجوم العينات ن ب / ن أ التي تتساوى عندها القوة لكلا الاختبارين لنفس الفرض البديل عند نفس مستوى المعنوية ، حيث ن أ ، ن ب هي حجوم العينات للاختبارين .

ومن ذلك التعريف يتبين أن الكفاءة النسبية تعتمد على مستوى المعنوية (مـــــ) وعلى قوة الاختبار وعلى البديل المختار من الفرض ف١ إذا كان مركباً .

وحيث أن الكفاءة النسبية تعتمد على الكثير من العوامل فإنها تشكل صعوبة في التقييم والتفسير . ويمكن تلافي هذه المشكلة باستخدام الكفاءة النسبية التقاربيـــة Asymptotic relative efficiency . (ك ن ت) (ARE) . وهي تعرف بأنها نهاية الكفاءة النسبية عندما تؤول ن١ إلى مـــا لا نهاية

إن الدراسات النظرية والتجريبية Empirical للكفـــاءة النـــسبية لحجـــوم مختلفة من العينات توضح أنها قريبة جداً من الكفاءة النسبية التقاربية . ولـــذا تبدو أهمية استخدام (ك ن ت) لاختيار الاختبار الأكثر قوة حتى فـــي حالـــة العينات الصغيرة .

الاختبار الأكبر قوة

يتطلب اختبار الفرض كما سبق ذكره تقسيم فراغ العينة إلى منطقتين ، منطقة قبول ومنطقة رفض أو منطقـــة حرجـــة Critical region . وتعرف أفضل منطقة حرجة (Best critical region BCR)

بأنها المنطقة التي تجعل احتمال الخطأ من النوع الثاني أقل ما يمكن وهذا يعني أن تكون قوة الاختبار أكبر ما يمكن ، وذلك بالنسبة لمستوى معنوية ثابت (احتمال الخطأ من النوع الأول) .

ويعرف الاختبار الذي يبني على أفضل منطقة حرجة بأنه الاختبار الأكبر قوة Most Powerful test (MP) . وهذا الاختبار متاح دائماً عند اختبار فرض بسيط ضد فرض آخر بسيط .

أي أنه إذا كان فرض العدم بسيطاً ف٠ : م = م٠ والمطلوب اختباره ضد فرض بديل بسيط أيضاً ف١ : م = م١ فإن الاختبار المبنى على منطقة الرفض ر٠ يسمى الاختبار الأكبر قوة بمستوى معنوية مــ إذا تحققت الشروط التالية :

(١) ح (ص ' ر٠ | م٠) = مــ	(٢٦-٧)
(٢) ح (ص ' ر٠ | م١) ٢ ح (ص ' ر | م)	(٢٦-٨)
لأي منطقة ر	

الاختبار المنتظم الأكبر قوة

يختلف الحال عند وجود فرض مركب Composite وهذا ما يكون غالباً في المشاكل العملية . وفي مثل هذه الحالات نلجأ إلى اختبار من نوع آخر يتمتع بعدد من الصفات المرغوبة ويسمى الاختبار المنتظم الأكبر قوة Uniformly Most Powerful (UMP) .

فإذا كان المطلوب اختبار فرض بسيط ف٠ : م = م٠ ضد فرض مركب ف١ : م١ ' م ، حيث (م) هي المجموعة التي تحوى القيم البديلة فإن الاختبار

المبنى على منطقة الرفض (ر٠) يسمى الاختبار المنتظم الأكبر قوة UMP من المستوى (مـــ) إذا تحققت الشروط التالية :

(١) ح (ص ' ر٠ | م٠) = مـــ (٢٦-٩)

(٢) ح (ص ' ر٠ | م١) ٢ ح (ص ' ر | م) (٢٦-١٠)

ج٢ ،ص٨١

لكل قيم م١ ، وذلك لأي منطقة رفض ر

ولكن مثل هذا الاختبار لا يكون متوفراً في كل الحالات فإذا كان الفرض البديل موجهاً أي من جانب واحد فإن مثل هذا الاختبار يكون متـــوفراً فـــي معظـــم الأحيان بينها إذا كان الفرض البديل من جانبين فإننا لا نحـــصل فـــي معظـــم الأحيان على اختبار منتظم أكبر قوة UMP .

وفي هذه الحالة فـــإن الأمـــر يتطلـــب أن يكـــون الاختبـــار غيـــر متحيـــز Unbiassed .

عدم التحيز Unbiasdness

يسمى الاختبار المبنى على منطقة الرفض ر متحيزاً Biassed إذا كانـــت قوته لأي بديل م١ أصغر من مستوى المعنوية (احتمال الخطـــأ مـــن النـــوع الأول) أي إذا كان :

ح (ص ' ر | م١) < ح (ص ' ر | م٠) (٢٦-١١)

لأي قيمة م١ ' م

ج٢ ،ص٨١

أن الاختبار المتحيز غير مرغوب فيه حيث يكون احتمال رفض ف٠ عندما يكون صحيحاً أكبر من احتمال رفضه عندما يكون غير صحيح .

ومن ذلك يمكن تعريف الاختبار غير المتحيز بأنه الاختبار الذي يكون فيه احتمال رفض الفرض ف٠ عندما يكون غير صحيح ، دائماً أكبر من احتمال رفضه وهو صحيح ، أي يكون قوة الاختبار دائماً أكبر من معنويته ، أي :

ق ≥ مـ (٢٦-١٢)

الاختبار غير المتحيز المنتظم الأكبر قوة

إذا كان الفرض البديل مركباً من جانبين فإننا لا نحصل في معظم الحالات على اختبار منتظم أكبر قوة UMP . وفي هذه الحالة نبحث في مجموعة الاختبارات غير المتحيزة ، ونختار منها اختباراً يتمتع بالعديد من الصفات المرغوبة ، ويسمى هذا الاختبار غير المتحيز المنتظم الأكبر قوة من المستوى مـ Uniformly most Powerful unbiased test وهو متميز بالخواص التالية :

(١) ح (ص' ر٠ | م٠) = مـ	(٢٦-١٣)
(٢) ح (ص' ر٠ | م١) ≥ ح (ص' ر | م)	(٢٦-١٤)
(٣) ح (ص' ر٠ | م١) ≥ مـ	(٢٦-١٥)

ج٢ ، ص٨٢

لكل قيم م١ ولأي منطقة ر

الإتساق Consistency

في أي من حالات اختبار الفرض فإنه لكل حجم عينة مختلف يمكن

تصور أننا بصدد اختبار مختلف وذلك لأن فراغ العينة وكذا المنطقة الحرجة تعتمد على حجم العينة . ولذلك فإنه بزيادة حجم العينة ، يمكن تصور أننا بصدد متسلسلة من الاختبارات ، واحد لكل حجم عينة معين .
ويقال للاختبار أنه متسق Consistent إذا كانت قوة الاختبار لأي مجموعة من البدائل تؤول إلى واحد بزيادة حجم العينة ، أي عندما تؤول ن إلى ما لا نهاية .

٦-٣٦ تفسير النتائج

تتوقف نتيجة الاختبار الإحصائي على القيمة المشاهدة لإحصاء الاختبار والقرار هو : الرفض أو القبول . ونوضح فيما يلي كل حالة منها ثم نوضح طبيعة كل من المعنوية الإحصائية والمعنوية العملية .

الرفض Rejection

ويكون عند وقوع قيمة الإحصاء (ص*) والمحسوبة من العينة ، في منطقة الرفض وهذا يرادف أن يكون مستوى المعنوية الحقيقي لقيمة الإحصاء (ح) أقل من مستوى المعنوية الإسمى (مــ) . ويفضل استخدام الإجراء الأخير ذلك أن معرفة مستوى المعنوية الحقيقي يعد أفضل مؤشر عن مدى مصداقية الفرض محل الاختبار .

وعلى أي حال فإن نتيجة الاختبار يمكن تقريرها بأي من العبارات التالية :

(١) الاختبار يقرر رفض فرض العدم .
(٢) الاختبار يقرر أن المشاهدات (قيمة الإحصاء) معنوية إحصائياً Statistically significant ، أو باختصار : النتيجة معنوية .

إن رفض فرض العدم يعد هدفاً للباحث كما سبق أن ذكرنا ، وذلك لأنه بذلك يؤيد فرضه البحثي وهو الفرض البديل .

القبول Acceptance

ويحدث عند وقوع قيمة الإحصاء في منطقة القبول . وفي هذه الحالة يمكن تقرير أي من العبارات التالية :
(١) عدم التمكن من رفض فرض العدم .
(٢) مجموعة المشاهدات ليست معنوية إحصائياً ، وباختصار : النتيجة غير معنوية .

إن قبول الفرض لا يعنى برهاناً على صحته ، إذ قد يكون نتيجة لعدم كفاية العينة . ويوضح ذلك الأمر المثال الخاص بقرار المحكمة (القسم ٢٣-٤) حيث أن صدور قرار باعتبار أن المتهم برئ (فرض العدم) لا يعنى برهاناً على براءته ، ولكن يعنى فقط عدم كفاية الأدلة .

المعنوية الإحصائية والمعنوية العملية[1]

كلمة " معنوي " Significant تعنى هام أو جوهري ،والمعنوية العملية Practical significance تحدد حسب طبيعة الأشـــياء محل البحث وتحكمها القيم السائدة في المجتمع .

أما المعنوية الإحصائية Statistical significance فهي تبنى على نظرية الاحتمالات ، وهي تعنى أن المشاهدات تعبر عن شئ غير متوقـــع حدوثه بالصدفه . ويقتضى التفسير الصحيح للنتائج تحديد المستوى الذي تبنـــى عليه المعنوية الإحصائية ، والذي قد يكون واحداً مما يلي ، ويفضل العمل بهما معاً :

(أ) مستوى المعنوية الحقيقي Exact وتعد هذه القيمة ، كما ســـبق ذكــره، أفضل مؤشر عن مدى مصداقية Credibility الفرض محل الاختبار .

(ب) مستوى المعنوية الإسمي Nominal وهذا يحدد اختيارياً قبـــل بدايـــة التجربة ، ويتوقف على طبيعة المشكلة وتكلفة الأخطاء المحتملة .

وعلى أي حال فإن المعنوية الإحصائية ، وكما سبق ذكره تعبر عن شئ غير متوقع حدوثه بالصدفة . على أنه يلزم وجود ضوابط لقياس ذلك وللفصل بين ما هو محتمل Likely أو يمكن إرجاعه للصدفة وبين ما هو غير محتمل Unlikely.

1 راجع تطبيق (٢٣-٣)

بخصوص هذه المشكلة ، يوجد عرف Convention وضعه الإحصائيون ، ويعمل به منذ سنوات طويلة ، يقضي بما يلي :

(١) أي نتيجة يكون احتمالها أقل من ٠,٠٥ تعد معنوية Significant .

(٢) أي نتيجة يكون احتمالها أقل من ٠١. تعد معنوية بدرجة كبيرة Highly significant .

وتلقى هذه القواعد قبولاً عاماً من الإحصائيين والباحثين ، غير إنها غير ملزمة ويمكن استخدام أي مستوى آخر يكون مناسباً للحالة محل الاختبار، فالكثير من الباحثين يستخدمون هذه المستويات الموضوعة باعتبارها قواعد جامدة دون أي محاولة لاستخدام مستويات قد تكون أفضل منها . كما أن هذا التحديد أدى إلى عرض الكثير من جداول التوزيعات الإحصائية بالمراجع بصورة غير كاملة ، حيث تقتصر على عرض مستويات المعنوية ٠,٠٥ ، ٠,٠١ فقط .

في العرض السابق تم إيضاح مفهوم المعنوية الإحصائية للتفرقة بينـه وبين المعنوية العملية . ولذلك قد نواجه بحالات تكون فيها النتيجـة معنويـة إحصائياً غير أنها غير معنوية من الناحية العملية ، كما هو موضح في التطبيق (٣-٢) ، وبالعكس توجد حالات تكون فيها النتيجة غير معنوية إحصائياً غيـر أنها تكون معنوية من الناحية العملية . ومهمـا يكـن الأمـر فـإن المعنويـة الإحصائية ضرورة منطقية .

٣٦-٧ خطوات الإختبار

نبين فيما يلي خطوات إختبار الفرض ، وهذه قد تم عرضها بإســهاب في الفصول السابقة ، ونعيد عرضها لتوضيح وتأكيد الترابط القائم بينها .

(١) صياغة الفرض في صورة إحصائية قابلة للإختبار ، وإعادة عرضه على هيئة فرضان ، فرض العدم (ف٠) والفرض البديل (ف١) ، وهذا الأخير يعبر عن الفرض البحثي وقد سبق إيضاح ذلك تفصيلاً في القسم (٣-١-١) .

(٢) تحديد الإختبار الإحصائي المناسب . يوجد عدد كبيــر مــن الإختبــارات الإحصائية . وهذه تختلف تبعاً لعوامــل معينــة ، أهمهــا خــواص المجتمــع المستهدفة، ومستويات القياس للمتغيرات ، ومدى توافر بعض الشروط ، وقــد سبق إيضاح ذلك في القسم (١-٢-٣) . وبعد مراعاة هذه الأمور يستقر الباحث على مجموعة من الإختبارات المناسبة والممكن إستخدامها ، وعليه عندئــذ أن يفاضل بين هذه المجموعة الأخيرة ليختار منها الإختبار الذي يتمتــع بــصفات جيدة يكون من المرغوب توفرها ، وقد تم إيضاحها في القسم (٣-٢-٣) .

(٣) تحديد إحصاء الإختبار . وقد تم عرضه في القسم (٣-١-٢) وهو على أي حال يتم تحديده بمجرد معرفة الإختبار المستخدم .

(٤) تحديد توزيع المعاينة لإحصاء الإختبار ، وهناك عدة طــرق(١) تــستخدم وأهمها الإستعانة بالنظريات الإحصائية .

(٥) تحديد طريقة المعاينة أو تصميم التجربة الأكثر ملائمة .

(٦) تحديد حجم العينة ، ويتم ذلك في ضوء العديد من العوامل والإعتبارات ، وقد تم إيضاح ذلك في القسم (١-٢-٤) في حجم العينة وكذا في القسم (٣-٢-٢) عند عرض المعالجات المنطقية لأخطاء الإختبار .

(٧) تحديد مستوى المعنوية الإسمي (م) . وقد تم توضيح ذلك في القسم (٣-٢-٢) ، حيث تم عرض أساس المفاضلة بين الأخطاء وكذا المعالجات المنطقية لها .

(٨) تحديد المنطقة الحرجة أو منطقة الرفض ، وهذا يتم إستناداً إلى إحصاء الإختبار وتوزيع المعاينة ومستوى المعنوية وما إذا كان الإختبار من جانب واحد أو من جانبين .

(٩) إجراء التجربة أو المسح وجمع البيانات بإستخدام عينة إحتمالية من المجتمع محل الإستقراء .

(١٠) حساب قيمة الإحصاء ، من واقع البيانات المشاهدة للعينة .

(١١) نتيجة الإختبار : وتحدد بموقع قيمة الإحصاء المشاهدة ، ويرفض الفرض إذا وقعت القيمة في منطقة الرفض ، ويقبل إذا وقعت القيمة في منطقة القبول .

(١٢) حساب مستوى المعنوية الحقيقي (ح) . وتعد هذه القيمة من المؤشرات الهامة في تفسير النتيجة ، وقد تم إيضاح ذلك في القسم (٢٦-٢) في إختبار المعنوية البحتة .

(١٣) تفسير النتيجة بتحديد المعنوية الإحصائية والمعنوية العملية ، وقد تم إيضاح ذلك في القسم ٢٦-٦

٣٦-٨ اختبار الفرض حول متوسط المجتمع

نعرض فيما يلي نموذجاً لأحد الإختبارات بإعتباره تطبيقاً وتوضيحاً للإجراءات والمفاهيم المتعددة والسابق عرضها في أماكن مختلفة ، ويعد هذا

الإختبار ويطلق عليه الإختبار الطبيعي Normal test مـن الأسـاليب الشائعة[1] .

(١) المشكلة :

إختبار الفرض بأن المتوسط الحسابي للمجتمع س‾ يساوي قيمة معينة س. ‾

(٢) الإفتراضات :

أ - عينة عشوائية بسيطة .

ب - مستوى القياس للمتغير فتري Interval .

جـ - تباين المجتمع معلوم .

(٣) فرض العدم :

ف٠ : س‾ = س.‾

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة س‾ ≥ س.‾ أو س‾ ≤ س.‾ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

(٤) الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

(أ) ف١ : س‾ > س.‾

---

1 أساليب أخرى متعددة بالفصل ٢٤

(ب) ف١ : س‾ > س.‾

(جـ) ف١ : س‾ ≠ س.‾

(٥) إحصاء الإختبار

$$ص = \frac{س^{-} - س.^{-}}{\sigma\ س^{-}} \qquad (٢٦-١٦)$$

حيث س‾ هو متوسط العينة

$$\sigma\ س^{-} = \sigma \,/\, \sqrt{ن} \qquad (٢٦-١٧)$$

قدره س.— وانحراف معياري σ س— . وبذلك فإن توزيع المعاينة للإحصاء ص يكون هو التوزيع الطبيعي المعياري .

(٧) قاعدة القرار

بفرض أن مستوى المعنوية (مــ) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة القبول . ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض ، وكما هي موضحة في كل حالة مما يلي :

(أ) ف١ : س— > س.—

ص > ط (١ – مــ)

(ب) ف١ : س— < س.—

ص < ط (مــ)

(جــ) ف١ : س— ≠ س.—

ص > ط (١ – مــ/٢)

أو ص < ط (مــ/٢)

(٨) سحب العينة

تسحب عينة عشوائية بسيطة من المجتمع .

(٩) قيمة الإحصاء

يتم حساب قيمة الإحصاء المشاهدة كما هو موضح في الخطوة (٥) .

(١٠) نتيجة الاختبار .

وتحدد كما هو موضح في الخطوة (٧) .

تطبيق (٢٦-٢):

يقرر المسئولين عن النواحي الصحية عن المياه في أحد المجتمعات أن الحد الأقصى المسموح به من البكتريا هو ٧٠ لكل سم٣ من المياه وتكون الحالة خطيرة إذا ما زاد المتوسط عن ٧٠ حيث يؤدى أكل الأسماك المستخرجة من هذه المنطقة إلى الأصابة بالتهاب الكبد .

في مسح صحي لأحد المجتمعات تم سحب عينة من المياه حجمها ٣٦ ووجد أن متوسط عدد البكتريا هو ٧٣ لكل سم٣ . فإذا علم أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري ٥ . المطلوب اختبار الفرض بأن المياه صحية بمستوى معنوية ١ % .

الحل: ف٠ : س‾ ≤ ٧٠ (المياه صحية)

ف١ : س‾ > ٧٠ (المياه غير صحية)

$$\text{الإحصاء ص} = \frac{٧٣ - ٧٠}{٥ / ٦٣} = ٣،٦$$

وحيث أنه أكبر من ٢,٣٣ فإننا مرفض فرض العدم ، ونقبل الفرض البديل ، أن أن المياه غير صحية.

تطبيق (٢٦-٣):

إذا علم أن المعدل الطبيعي لنبضات القلب في أحد المجتمعات هو ٧٠ نبضة في الدقيقة بانحراف معياري ٥ نبضات . في فحص لعينة من ٦٤ من

المرضى في إحدى المستشفيات ، تبين أن متوسطها الحسابي ٧٢ نبضة . فهل يعد النبض لهذه المجموعة طبيعي بمستوى معنوية ٠,٠٥

الحل:

$$ص = \frac{٧٢ - ٧٠}{٥ / ٦٤} = ٣,٢$$

وبالرجوع لجدول التوزيع الطبيعي ، نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٠٠٠٧ وهو أقل من مستوى المعنوية الإسمي ٠,٠٥ وهذا يعني أن النتيجة معنوية بدرجة كبيرة .

ملحوظة : على الرغم من وجود معنوية إحصائية كبيرة ، فإنه لا توجد في الحقيقة معنوية عملية ، إذ أن معدل النبض ٧٢ يدخل في المدى الطبيعي .

تطبيق (٢٦-٤):

يدعى أحد مراكز التدريب أن برنامجه الذي يطبقه على عمال أحدى المنشآت ، يؤدي إلى زيادة متوسط إنتاج العامل إلى ٥٠ وحدة بينما ترفض المنشأة ذلك الأدعاء وترى أن متوسط إنتاج العامل باق على حالة وهو ٤٠ وحدة . قام مدير الأفراد بالمنشأة بسحب عينة عشوائية من ٣٦ عاملاً ووجد أن متوسط إنتاج العامل ٤٥ وحدة والمطلوب اختبار فرض المنشأة بأن متوسط إنتاج العامل هو ٤٠ وحدة فقط ، بمستوى معنوية ٠,٠٥ إذا علم أن الانحراف المعياري في المجتمع ١٥ وحدة .

الحل :

$ف_0$: س‾ = ٥٠

$ف_1$: س‾ = ٤٠

$$ص = \frac{٤٥ - ٥٠}{١٥ / ٦} = -٢$$

ط (٠,٠٥) = - ط (٠,٩٥) = - ١,٦٥

وحيث أن قيمة الإحصاء -٢ < - ١,٦٥ أي تقع في منطقة الرفض ، لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تطبيق (٢٦-٥):

تدعى الحكومة بأن متوسط دخل الأسرة في إحدى الطبقات هـــو ٢٠٠ جنيـــه شهرياً . بينما تدعى المؤسسات الخيرية بأن الدخل أقل من ذلك . تـــم ســـحب عينة عشوائية من ٢٢٥ أسرة وكان متوسط الدخل ١٩٠ جنيه وتباين المجتمـــع ٩٠٠ والمطلوب إجراء الاختبار بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

$ف_0$: ‾س = ٢٠٠

$ف_1$: ‾س < ٢٠٠

$$ص = \frac{‾س - ٢٠٠}{\sigma / \sqrt{ن}} = \frac{١٩٠ - ٢٠٠}{٣٠ / \sqrt{٢٢٥}} = -٥$$

ط (٠,٠٥) = - ١,٦٤ أذن نرفض فرض العدم .

تطبيق (٢٦-٦):

آله أتوماتيكية لتعبئة الأدوية مصممة لملأ العبوة بكمية من الدواء قـدرها ٢٠ جرام وإنحراف معياري ٣ جرام . تم سحب عينة حجمها ١٠٠ زجاجة وجد أن متوسط وزنها ١٩ جرام . فهل يعني ذلك أن الآلة تعمل بصورة سليمة ؟

الحل : التطبيق يمثل اختبار للمعنوية .

$$\text{ح } (\text{س} > ١٩) = (\bar{\text{س}} > \frac{١٩ - ٢٠}{٣/\sqrt{١٠٠}})$$

$$= \text{ح } (\bar{\text{س}} > -٣,٣٣) = ١ - \text{ح } (\bar{\text{س}} > ٣,٣٣)$$

$$= ١ - ٠,٩٩٩٥ = ٠,٠٠٠٥$$

وحيث أن هذا الاحتمال صغير جداً ، فإن القيمة المشاهدة ١٩ جرام تعد شـئ نادر الحدوث وعلى ذلك نرفض الفرض بأن الآلة تعمل بصورة سليمة .

تطبيق (٢٦-٧):

يدعى أحد مراكز التدريب أن برنامجه الذي يطبقه على عمال أحدى المنشآت ، يؤدي إلى زيادة متوسط إنتاج العامل إلى ٥٠ وحدة بينما ترفض المنشأة ذلـك الأدعاء وترى أن متوسط إنتاج العامل باق على حالة وهو ٤٠ وحـدة . قـام مدير الأفراد بالمنشأة بسحب عينة عشوائية من ٣٦ عاملاً ووجـد أن متوسـط إنتاج العامل ٤٥ وحدة والمطلوب اختبار فرض المنشأة بـأن متوسـط إنتـاج العامل هو ٤٠ وحدة فقط ، بمستوى معنويـة ٠,٠٥ إذا علـم أن الانحـراف المعياري في المجتمع ١٥ وحدة .

الحل:

ف٠ : س̄ = ٥٠

ف١ : س̄ = ٤٠

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}} - \text{س}}{\sigma / \sqrt{\text{ن}}} = \frac{٤٥ - ٥٠}{٣٠ / \sqrt{٢٢٥}} = -٢$$

ط (٠,٠٥) = − ط (٠,٩٥) = − ١,٦٥

وحيث أن قيمة الإحصاء −٢ < − ١,٦٥ أي تقع في منطقة الرفض ، لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تطبيق (٢٦-٨):

تقدم بعض الأطباء لنقابتهم بشكوى تفيد أن أحد الأدوية الذي يباع بالـصيدليات وزنه أقل من المقرر وهو ٢٥ جرام . قامت الجهات الحكومية الصحية بسحب عينة حجمها ٣٦ عبوة من السوق ووجد أن متوسطها ٢٣ جرام . فإذا علم أن الانحراف المعياري في المجتمع هو ٤ جرام ، والمطلوب اختبار فرض الأطباء بمستوى معنوية ١ %

الحل:

ف٠ : س̄ = ٢٥

ف١ : س̄ < ٢٥

$$\text{ص} = \frac{٢٣ - ٢٥}{٤ / \sqrt{٣٦}} = -٣$$

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهدة (-٣) أقل مـــن ط (٠,٠١) = - ٢,٣٣ أذن نرفض فرض العدم - ونقبل الفرض البديل . أي أن الأطباء على حـــق فـــي شكواهم .

٣٦-٩ تحديد حجم العينة:

يوجد عدد كبير من النماذج الخاصة بتحديد حجم العينة وقد سبق توضيح ذلك في الجزء الخاص بحجم العينة في القسم (٢١-٣) . ونعرض فيما يلي نموذجاً لتحديد حجم العينة الذي يجعل احتمالات الأخطاء ثابتة ومحددة بقيم معينة يقبلها الباحث .

افتراضات النموذج :

(١) المجتمع كبير ، ويعنى ذلك إمكان تجاهل معامل تصحيح المجتمع المحدود .

(٢) المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي . ويمكن تجاهل هذا الشرط في الحالات التي ينتج عنها حجم عينة كبير .

(٣) تباين المجتمع معلوم .

(٤) المطلوب اختبار فرض بسيط $ف_{0}$: $\bar{س} = \bar{س}_{0}$ ضد فرض آخر بسيط $ف_{1}$: $\bar{س} = \bar{س}_{1}$ ، $\bar{س}_{1} > \bar{س}_{0}$

في هذه الحالة يحدد حجم العينة بالصيغة التالية :

$$ن = \left\{ \frac{\sigma\,(ط_م + ط_ى)}{\bar{س}_1 - \bar{س}_.} \right\}^2 \qquad (٢٦-١٩)$$

تطبيق (٢٦-٩):

في إحدى الدراسات عن أحوال العمالة يراد اختبار الفرض بأن متوسط عدد ساعات العمل في إحدى المهن هو ٨ ساعات ضد ١ دعاء آخر (الفرض البديل) بأن المتوسط هو ٩ ساعات . والمطلوب تحديد حجم العينة الذي يجعل احتمال الخطأ من النوع الأول ٠,٠٥ واحتمال الخطأ من النوع الثاني ٠,١٠ على الترتيب . وذلك علماً بأن الانحراف المعياري في المجتمع ١,٨ .

الحل:

$$= \left\{ \frac{١،٨\ (١،٦٥ + ١،٢٨)}{٩ - ٨} \right\}^2 = ٢٨$$

تطبيق (٢٦-١٠):

يدعى البعض أن مرتب خريجي الجامعة من إحدى التخصصات يصل بعد خمس سنوات من الخبرة إلى ٢٠٠ جنيه شهرياً في المتوسط وترفض النقابة المهنية هذا الأدعاء وترى أنه في حدود ١٧٥ جنيه شهرياً . يريد أحد الباحثين اختبار الفرض س = ١٧٥ ضد الفرض البديل س = ٢٠٠ بحيث لا يتعدى احتمال الخطأ من النوع الأول ٠,٠٢ واحتمال الخطأ من النوع الثاني ٠,٠٨ كم

يكون حجم العينة اللازم إذا علم أن الانحراف المعياري ٤٥ جنيه .

الحل:

$$\text{ن} = \left\{ \frac{\sigma\,(\text{ط م} + \text{ط ك})}{\bar{\text{س}}_{1} - \bar{\text{س}}_{0}} \right\}^{2}$$

$$= \left\{ \frac{٤٥\,(٢،٠٥ + ١،٤١)}{٢٠٠ - ١٧٥} \right\}^{٢} = ٣٩$$

تطبيق (٢٦-١١):

في اختبـــار للفـــرض ف٠ : س = ١٥ جـــرام ضـــد س = ١٤,٥ المطلوب تحديد حجم العينة اللازم بحيث لا يتعدى احتمال خطأ الرفض ٠,٠١ واحتمال خطأ القبول ٠,٠٢ وذلك إذا علم أن الانحراف المعياري للمجتمع هـــو ٩ .

الحل:

$$\text{ن} = \left\{ \frac{\sigma\,(\text{ط م} + \text{ط ك})}{\bar{\text{س}}_{1} - \bar{\text{س}}_{0}} \right\}^{2}$$

$$= \left\{ \frac{٩\,(٢،٣٣ + ٢،٠٥)}{١٥ - ١٤،٥} \right\}^{٢} = ٦٢١٦$$

الباب الثالث

أساليب الإستقراء

Tecniques of Induction

٢٧ تصنيف أساليب الإستقراء

٢٨ الإستقراء عن التوزيع الإحتمالي Distribution

٢٩ الإستقراء عن المتوسطات Averages

٣٠ الإستقراء عن النسب والمعدلات Ratios and Proportions

٣١ الإستقراء عن التشتت Dispertion

٣٢ الإستقراء عن الإرتباط Correlation

٣٣ الإستقراء عن التقدير Prediction

٣٤ الإستقراء حول البيانات Data

الفصل ٣٧

تصنيف أساليب الإستقراء

٣٧-١ التصنيف حسب الهدف من الأسلوب

٣٧-٢ التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات

٣٧-٣ الأساليب المعلمية وغير المعلمية

٣٧-٤ التصنيف حسب خواص المجتمع المستهدفة

الفصل السابع والعشرون

تصنيف أساليب الإستقراء

أساليب الإستقراء متعددة ومتنوعة ، يصعب جمعها في كتاب واحــد ، وهى على أى حال تختلف وتتنوع تبعا للعديد من العوامــل ، مــن المناســب توضيحها . يمكن تصنيف أساليب الإستقراء من منظورات مختلفة ، نعــرض أهمها .

٣٧-١ التصنيف حسب الهدف من الأسلوب"

أ - **التقدير** (Estimation)

تستخدم غالباً في البحوث الإستكشافية (Exploratory) بهدف تقدير خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية ، معدل البطالة ، معدل الجريمة ، متوسط دخل الأسرة ، الإرتباط بين الجريمة والبطالة .

ب - **إختبارات الفروض** (Hypotheses testing)

تستخدم غالباً في البحوث التوكيدية (Confirmatory) ، بهدف إختبار الفروض حول خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية في المجتمع ٣٠ % ، نسبة المرضى بمعرض معين ١٠ % ، متوسط دخل الأسرة لا يقل عن ٥٠٠

جنيه شهرياً ، يوجد إرتباط طردي قوي بين دخل الفرد وحالته التعليمية، .... .

٣-٢٧ التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات:

يتم تقسيم أساليب الإستقراء حسب مستوى القياس للمتغيرات[1] وهى كما يلي مرتبه تنازلياً حسب دقة القياس .

القياس الكمي Quantitative

أ - المستوى النسبي (Ratio) .

ب - المستوى الفتري (Interval) .

القياس الكيفي **Qualitative**

جـ - المستوى الترتيبي (Ordinal) .

د - المستوى الإسمي (Nominal) .

ونؤكد على مايلى :

أ - كلما زاد مستوى القياس للمتغيرات كلما أمكن إستخدام أساليب إحصائية على مستوى أفضل .

ب - المتغيرات بمستوى قياس معين يمكن التعامل معها بالأساليب الإحصائية المخصصة لهذا المستوى وكذا الأساليب الإحصائية المخصصة لمستوى القياس الأقل . وهذا يعطى مزيدا من الوصف والفهم للمتغيرات .

جـ - إن إستخدام أسلوب إحصائي مستواه أعلى من مستوى قياس المتغير ،

---

1 راجع القسم ١-٣

يعد خطأ منطقياً ، كما أن إستخدام أسلوب إحصائي مستواه أقل من مستوى قياس المتغير يعد إهداراً وتضحية بالفرص المتاحة المتمثلة فى المعلومات المتضمنة فى البيانات المقدمة .

٣-٢٧ الأساليب المعلمية وغير المعلمية

يوجد تقسيم شائع لأساليب الإستقراء إلى أساليب معلمية (Parametric) وأخرى لامعلمية (Non Parametric)، وأساس هذا التقسيم هو مدى توافر بعض الشروط ،وفيما يلي نعرض بعض الإيضاحات عن الإحصاءات اللامعلمية .

الإحصاءات اللامعلمية (Non Parametric Statistics)

هى مجموعة جزئية من مجموعة أساليب الإستقراء الإحصائي وهذه المجموعة من الأساليب تعرض بالمراجع بمسميات مختلفة ،يشيع منها الإحصاءات اللاتوزيعية Distribution - free statistics واللاشرطية Assumption - free،....

١ - الأساليب اللامعلمية تتضمن قدراً قليلاً من الشروط أو الإفتراضات ، غالباً ما تكون متواجدة عملياً كأن يكون المتغير مستمر أو يكون التوزيع متماثل .

أهمية الإحصاءات اللامعلمية ومجالات تطبيقها :

الإحصاءات اللامعلمية لها أهمية كبيرة في البحوث بصفة عامة وفي البحوث الإجتماعية بصفة خاصة ، حيث تزداد مجالات تطبيقها نظراً لطبيعة

الظواهر الإجتماعية وخاصة ما يتعلق بمستويات القياس لهذه الظواهر والتي يغلب عليها الطابع الكيفي . وهناك على أي حال أسباب متعددة تضفي مزيداً من الأهمية لهذه الأساليب وتزيد من مجالات تطبيقها .

أولاً : هناك حالات لا يتوفر لها أسلوب معلمي Parametric

ويصبح معه الأسلوب اللامعلميNon Parametric هو الوحيد المتاح إستخدامه .

١ - حالات الإستقراء المتعلقة بالمتغيرات الكيفية المقاسة على المستوى الإسمي (Nominal Scale) .

٢ - حالات الإستقراء المتعلقة بالمتغيرات الكيفية المقاسة على المستوى الترتيبي (Ordinal Scale) .

٣ - حالات الإستقراء المتعلقة بالمتغيرات الكمية أي على المستوى الفتري (Interval) أو النسبي (Ratio) - وذلك في حالة عدم توفر الشروط والإفتراضات الأخرى اللازمة للأساليب المعلمية .

٤ - حالات الإستقراء التي لا تتعلق صراحة بمعالم المجتمع (Parameters) كالإختبارات العشوائية (Randomness) والقيم المتطرفة (Qutliers) والإتجاهات (Trends) وشكل التوزيع .

٥ - الحالات التي يكون فيها حجم العينة صغيراً جداً ، ستة وحدات فأقل مثلاً .

ثانياً : الحالات التي يتوفر لها أساليب معلمية :

ورغم ذلك نلجأ إليها

١- بساطة البناء النظري للإختبارات اللامعلمية ، وسهولة الحصول على توزيع العدم الحقيقي (Exact Null Distribution) .

٢- الأساليب اللامعلمية أكثر سهولة وبساطة وسرعة وأقل تكلفة من الأساليب المعلمية ، في معظم الحالات .

٣ - نظراً لقلة الإفتراضات في الأساليب اللامعلمية فإن نتائجها تكون أكثر ثباتاً أو أقل حساسية (Sensitive) من الأساليب المعلمية - إزاء التغيرات في الظروف المحيطة أو الإفتراضات التي يعتمد عليها .

٤ - نظراً لقلة الإفتراضات في الأساليب اللامعلمية - فإن - إحتمال إستخدامها بصورة خاطئة يكون أقل منه في حالة إستخدام الأساليب المعلمية .

٥ - يمكن تعويض النقص في كفاءة الأساليب اللامعلمية بزيادة حجم العينة . وهناك كثير من الإختبارات لها كفاءة كبيرة وتكاد تساوي الإختبارات المعلمية . وبصفة خاصة ، فإن كفاءة الإختبارات اللامعلمية بالنسبة إلى المعلمية عالية في حالة العينات الصغيرة ، عندما يكون حجم العينة أصغر من عشر وحدات مثلاً. هذا وأن كانت الكفاءة النسبية تقل بزيادة حجم العينة فإنه من الناحية الأخرى فإن الكفاءة النسبية لا تصبح عاملاً هاماً في العينات الكبيرة .

٣٧-٤ التصنيف حسب خواص المجتمع المستهدفة (أهداف البحث)

تختلف أساليب الإستقراء حسب الخواص المستهدفة من الدراسة والبحث ، ومن ذلك : شكل التوزيع ، المتوسطات ، النسب ، التشتت ، الإرتباط، التقدير ، ... إلخ .

الفصل ٣٨

الإستقراء عن التوزيع الإحتمالى

Distribution

٣٨-١ اختبار جودة التوفيق

٣٨-١-١ أهمية إختبار جودة التوفيق

٣٨-١-٢ اختبار كا٢

٣٨-١-٣ اختبار كولوجوروف

٣٨-١-٤ اختبار ليليفورز

٣٨-٢مقارنة توزيعان

٣٨-٢-١ اختبا كا٢

٣٨-٢-٢ اختبار سميرنوف

٣٨-٣ مقارنة عدة توزيعات

٣٨-٣-١ اختبا كا٢

الفصل الثامن والعشرون

الاستقراء عن التوزيع الإحتمالى

Distribution Probability

هذا الفصل يعرض مجموعة من الإختبارات الإحصائية الهامة، وهــى عن التوزيع الإحتمالي . وهذه المجموعة كلها تعد من الإختبارات اللامعلميــه Nonparametric، وهى تشكل أهدافا أساسية فى البحث العلمى ، وعموما يتم تقسيمها إلى المجموعات التالية:

١ - شكل التوزيع ، وتشمل مجموعة من الإختبارات عن شكل توزيع المجتمع، وتسمى عادة إختبارات جودة التوفيق .

٢ - مقارنة توزيعان ، لإختبار التماثل بين توزيعي مجتمعين .

٣ - مقارنة عدة توزيعات ، لإختبار التماثل بين التوزيع لعدة مجتمعات (ثلاث فأكثر) .

٢٨-١ اختبارات جودة التوفيق

Tests Goodness of fit:

٢٨-١-١ أهمية اختبارات جودة التوفيق Goodness of fit

الغرض من هذه الإختبارات هو الوصول إلى تقرير عن طبيعة التوزيع الإحتمالي لمجتمع إستناداً إلى مجموعة من المشاهدات من عينة عشوائية .

إن معرفة شكل التوزيع الإحتمالي للمجتمع محل الدراسة يعد من الأمور الهامة عند إجراء التحليل الإحصائي أو الرياضي ، وتبدو أهمية ذلك على الأخص فيما يلي .

١ - الأساليب البارا مترية للإستقراء ، سواء كان ذلك في تقدير معالم المجتمع أو إختبارات الفروض - تعتمد على إفتراضات منها شكل التوزيع ، كإفتراض أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي مثلاً .

٢ - النماذج الرياضية المعقدة ، خاصة التي تحوي عدد كبير من المتغيرات ، يصبح من الممكن تبسيطها والتعامل معها في حالة معرفة شكل التوزيع للمتغيرات كلها أو بعضها مثال ذلك نماذج صفوف الإنتظار Queueing models حيث يشترط بعضها أن يكون وقت أداء الخدمة يتبع التوزيع الأسي Exponenfial .

٣ - إن معرفة شكل التوزيع يؤدي إلى سهولة الحصول على المعلومات عن الظاهرة أو المتغير كالمعلومات المتعلقة بالإحتمالات وخواص الظاهرة كالمتوسط الحسابي والتشتت وغيرها - كما يمكن إستخدام الجداول الإحصائية المتاحة عن التوزيعات الإحتمالية ، مما يمكن من الحصول على المعلومات بمجرد النظر إلى هذه الجداول .

- إن الحالة المثالية تتطلب أن يكون شكل التوزيع المفترض للمجتمع محدداً بصورة كاملة ، شاملة لكا معالمه ؛ وخلاف ذلك نلجأ إلى تقدير المعالم غير المحددة من بيانات العينة .

وعلى أي حال فإن الفرض البديل يكون غير معين[1] ، ويقضي بأن توزيع

---

1 راجع القسم ٢٣-١

المجتمع لا يتبع التوزيع المفترض . وعلى ذلك فإن رفض فرض العدم لا يعطينا أي معلومات عن شكل توزيع المجتمع ، خلاف أنه ليس التوزيع المفترض والمرفوض .

- إن اختبارات جودة التوفيق تكون مفيدة عندما يحصل الباحث على تأييد إحصائي لتوزيعه المفترض وذلك بقبول فرض العدم[1] .

ونعرض فيما يلي ثلاث إختبارات هامة في هذا المجال وهى :

١ - إختبار كا٢ (١٩٠٠) .
٢ - إختبار كولمرجوروف (١٩٣٣) .
٣ - إختبار ليليفورز (١٩٦٧) .

ويعد إختبار ليليفورز حالة خاصة لإختبار كولموجوروف وعليه يمكن عرض بعض ملاحظات تفيد فى المقارنة بين إختبار كا٢ وإختبار كولموجوروف .

١ - كلاهما يعد من الإختبارات اللابارامترية ، والتي تتطلب قدراً قليلاً من الشروط .

٢ - لا يتطلب إختبار كا٢ أية شروط من شكل توزيع المجتمع بينما يشترط إختبار كولموجوروف أن يكون توزيع المجتمع مستمراً .

٣ - يمكن إستخدام إختبار كولموجوروف مع أي حجم عينة ، بينما يشترط إختبار كا٢ حدوداً دنيا لذلك .

٤ - يشترط إختبار كا٢ أن تكون البيانات في صورة توزيع تكراري ، بينما لا يشترط إختبار كولموجوروف ذلك ، ونتيجة لذلك يمكنه التعامل مع البيانات

---

1 راجع القسم ٢٣-٦

الأصلية وإستخدام كافة المعلومات المتاحة دون تحويلها .

٥ – يشترط إختبار كولموجوروف أن يحدد الفرض توزيع المجتمع بصورة كاملة ، أي شكل التوزيع وكل معالمه ، دون اللجوء إلى تقديرها من بيانات العينة ، إختبار كا٢ يمكن إستخدامه في هذه الحالات .

٦ – إختبار كولموجوروف – إختبار حقيقي حتى في حالة العينات الصغيرة ، بينما إختبار كا٢ يستخدم توزيع كا٢ وهو يعد توزيع تقريبي للتوزيع الحقيقي لإحصاء الإختبار .

٧ – هناك إعتقاد عام بأن إختبار كولموجوروف قد يكون أكبر قوة من إختبار كا٢ وذلك في معظم الحالات .

٢٨–١–٢ إختبار كا٢ Chi-Squared test

يعد أقدم إختبار لجودة التوفيق.قدمه العالم بيرســون Peaorson عــام ١٩٠٠ .

الافتراضات:عينة عشوائية لمتغيرفى جدول تكراري، مستوى قياسه اسمي .

الفرض : ف . : ح(س) = ح*(س)

ف١ : ح(س) ≠ ح*(س)

ويمكن عرض الرموز المستخدمة ، وتنظيم العمليات الحــسابية فــي الجــدول الآتي :

$ك^2 / \bar{ك}$	التكرار المتوقع $\bar{ك} = ن ح^*$	الاحتمال المفترض $ح^*$	التكرار المشاهد ك	الفئات
			$ك_1$ $ك_2$ $ك_م$	١ ٢ م
			ن	

ح* = الإحتمال المفترض للفئة المناظرة .

$\bar{ك}$ = ن ح* (٢٨-١)

إحصاء الإختبار :

ص = مجــ (ك − $\bar{ك}$)٢ / $\bar{ك}$ (٢٨-٢)

= مجــ ك٢ / $\bar{ك}$ − ن (٢٨-٣)

وفي حالة التوزيع المنتظم تكون ك رقم ثابت وتصبح الصيغة .

ص = $\frac{١}{\bar{ك}}$ مج $ك^2$ − ن (٢٨-٤)

توزيع المعاينة :

إن التوزيع الحقيقي للإحصاء ص يصعب التعامل معه ، ويستخدم كتقريب له في حالة العينات الكبيرة توزيع كا٢ بدرجات حرية م − ١ .

قاعدة القرار

نرفض فرض العدم بمستوى معنوية مـــ إذا كان .

ص > $كا^{2}_{م-1}$ (1- مـــ)

وخلاف ذلك نقبل الفرض

ملاحظات :

١ - إذا كان التوزيع المفترض غير محدد تماماً - نلجأ إلى تقدير المعالم من بيانات العينة . وفي هذه الحالة فإن درجات الحرية تنقص بقدر **عدد المعالم المقدرة (وليكن ل)** لتصبح درجات الحرية م - ١ - ل .

٢ - إذا كانت بعض **التكرارات المتوقعة صغيرة** (أصغر من ٥ ، حسب رأي البعض) يفضل إدماج الفئات مع بعضها وذلك حتى لا يبعد توزيع كا٢ عن التوزيع الحقيقي للإحصاء خاصة في الحالات التي يكون فيها عدد التكرارات المتوقعة الصغيرة ، كبيراً .

تطبيق (٢٨-١):

الجدول التالي يعرض ٢٠٠ أسرة عدد أطفالها خمس ، وقد تم إختيارها عشوائياً ويوضح الجدول عدد الأولاد الذكور . هل يتفق ذلك مع نظرية علماء الوراثة والتي تقضي أن هناك إحتمال متساو لأن يكون المولود ذكراً أو أنثى وأن جنيس المولود مستقلاً عن أي مولود آخر .

عدد الذكور	٠	١	٢	٣	٤	٥
عدد الأسر	٦	٣٦	٥٨	٦٦	٢٥	٩

الحل :

فرض العدم والمطلوب إختباره ، يمكن صياغته ليكون : عدد الذكور في الأسرة يتبع توزيع ذي الحدين بإحتمال قدره ١ / ٢ .

عدد الأولاد س	عدد الأسر ك	الاحتمال ح* (س)	التكرار المتوقع ك- = ن ح*	ك٢ ـــــــ ك-
٠	٦	٢٢/١	٦،٢٥	٥،٧٦٠
١	٣٦	٣٢/٥	٣١،٢٥	٤١،٤٧
٢	٥٨	٣٢/١٠	٦٢،٥٠	٥٢,٨٢
٣	٦٦	٣٢/١٠	٦٢،٢٥	٦٩,٦٩٦
	٢٠٠	١	٢٠٠	٢٠٣،٧١

$$\text{ح}^{*}(\text{س}) = \binom{\text{ن}}{\text{س}} \text{ق}^{\text{س}} \text{ك}^{\text{ن}-\text{س}} = \binom{٥}{\text{س}} (١/٢)^{٥}$$

$$\text{ص} = \text{مجـ} \frac{\text{ك}^{٢}}{\text{ك-}} - \text{ن} = ٢٠٣،٧١٢ - ٢٠٠ = ٣،٧١٢$$

$\text{كا}^{٢}_{\text{م}-١}(٠,٩٥) = \text{كا}^{٢}_{٥}(٠,٩٥) = ١١,٠٧$

لا يوجد مبرر لرفض فرض العدم .

تطبيق (٢٨-٢):

تم سحب مجموعة من الأرقام مدونة **في** أحدى صفحات دليل التليفون (مع إستبعاد الأرقام الثابتة المتكررة) ، ولدراسة ما إذا كانت هذه الأرقام عشوائية

تم أعداد جدول يوضح عدد مرات تكرار كل رقم من صفر إلى ٩ .

والمطلوب : إختبار ما إذا كانت الأرقام عشوائية بمستوى معنوية ٠٥. .

الرقم	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
التكرار	١٨	١٨	١٨	١١	١١	١٥	٢١	١٤	١٨	٩

الحل :

يمكن صياغة فرض العدم على الصورة : إحتمال ظهور الأرقـــام متـــساو أي بإفتراض أن التوزيع منتظم ، وإحتمال ظهور أى رقم = ١ / ١٠

ويكون ك- ثابت وهو ١/١٠ (ن) = ١/١٠ (١٥٣) = ١٥,٣ .

ولذا نستخدم الإحصاء :

ص = (١/ ك-) مجــ ك٢ − ن

مجــ ك٢ = ٢٤٨١

ص = (١ / ١٥,٣) (٢٤٨١) − ١٥٣ = ٩,١٥٧

كا^{٢} $_{.١-١٠-١}$ (٠,٩٥) = كا^{٢} $_{٩}$ (٠,٩٥) = ١٦,٩٢

إذن : لا يوجد دليل كاف لرفض الفرض بأن الأرقام عشوائية .

تطبيق (٢٨-٣):

من أحد الجداول العشوائية تم سحب عينة من ٥٠ رقم ذو حدين وفيما يلي بيان بها ، والمطلوب بيان ما إذا كانت هذه العينة عشوائية .

٣٣	٩٢	٩٦	٨٨	٥١	٧٧	٩٩	٧٣	٢٩	٢٥
٦١	١٥	٣٩	٩٠	٨٥	٣٤	٣٥	٠٧	٧٤	٥٩
٤٣	٩٧	٤٦	١٠	٤٨	٩٣	٥٢	٨١	٥٥	٦٠
٦٣	٣٦	٧١	٩٥	٦٨	٧٠	٣٨	١٢	٧٦	٣٠
١٨	١٦	٦٦	٢٣	٢١	٠٣	٥٤	٣١	١٤	٣١

الحل :

إذا كانت الأرقام (من حدين) عشوائية ، فإنه إذا ما تم تبويبها في فئات عددها ١٠ وتغطي المدى من صفر إلى ٩٩ ، فإنها يجب أن تتفق مع التوزيع المنتظم ويصبح الفرض :

ف٠ : أزواج الأرقام المشاهدة تتوزع منتظمة على عشرة فئات منتظمة مداها (٠ – ٩٩) .

ف١ : أزواج القيم لاتتوزع بطريقة منتظمة.

وبإعتبار الفرض صحيحاً فأن إحتمال ظهور رقم في أي فئةيساوي ١/١٠ .

التكرار المتوقع (١/١٠) (٥٠) = ٥

وبخصوص التكرار المشاهد ، فإننا نقوم بإعداد توزيع تكراري ويمكن عرضه بالجدول التالي :

الفئات	ك	ك٢
٠ - ٩	٢	٤
٠١-١٩	٦	٣٦
٢٠-٢٩	٤	١٦
٣٠-٢٩	٩	٨١
٤٠-٤٩	٣	٩
٥٠-٥٩	٥	٢٥
٦٠-٦٩	٥	٢٥
٧٠-٧٩	٦	٣٦
٨٠-٨٩	٣	٩
٩٠-٩٩	٧	٤٩
	٥٠	٢٩٠

ص = مجــ ك٢ / ك- - ن = ٢٩٠ / ٥ - ٥٠ = ٨

كا٢م-١(١- مــ) = كا^{٢} ٩ (٠,٩٥) = ١٦,٩

إذن لا يوجد ما يبرر رفض الفرض بأن العينة العشوائية .

تطبيق (٢٨-٤):

البيانات التالية تمثل درجات مجموعة من طلبة الثانوية العامة تم إختيارها عشوائياً ، والمطلوب إختبار ما إذا كانت هذه الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

٦٤	٧٣	٣١	٥٧	٤٣
٧٧	٤٤	٢٩	٥٤	٦١
٢٤	٦١	٨١	٦٥	٥٨
٤٠	٥٦	٣٢	٦٢	٣٦
٥٨	٦٦	٢٣	٤٣	٥٨
٨٧	٣٧	٩٣	٧٤	٢٧
٤٢	٤٨	٦٨	٥٤	٣٣
٣٥	٥٧	٦٨	٥٤	٣٣
٧٠	٥٩	٨٩	٧٥	٢٣
٣٠	٩٧	٥٨	٤٨	٣٣

الحل :

التوزيع الطبيعي له معلمتان المتوسط والتباين ، وهما غير محددتان فى الفرض، ويلزم تقديرهما .

ويمكن عرض الخطوات كما يلي :

١ – تبويب البيانات في فئات :

للتسهيل يمكن التقسيم إلى أربع فئات متساوية كما يلي :

الدرجات	ك
٢٠-٤٠	١٢
٤٠-٦٠	١٨
٦٠-٨٠	١٥
٨٠-١٠٠	٥
	٥٠

٢ – نقدر معالم المجتمع : المتوسط $\bar{س}$ والتباين σ^{2} .

وذلك بإستخدام متوسط وتباين ، العينة $\bar{س}$ ، $ع^{2}$

الدرجات	ك	س	س ك	$س^{2}ك$
٢٠-٤٠	١٢	٣٠	٣٦٠	١٠٨٠٠
٤٠-٦٠	١٨	٥٠	٩٠٠	٤٥٠٠٠
٦٠-٨٠	١٥	٧٠	١٠٥٠	٧٣٥٠٠
٨٠-١٠٠	٥	٩٠	٤٥٠	٤٠٥٠٠
	٥٠		٢٧٦٠	١٦٩٨٠٠

$$\bar{س} = \frac{\text{مجـ س ك}}{ن} = \frac{٢٧٦٠}{٥٠} = ٥٥٫٢$$

$$ع^{2} = (١/ن-١)\ [\ \text{مجـ}\ س^{2}ك - (\text{مج س ك})^{2} / ن\ ]$$

= ١ / ٤٩ [١٦٩٨٠٠ – (٢٧٦٠)^{٢} / ٥٠] = ٣٥٦,٠٨٢

عــ = √ ٣٥٦,٠٨٢ = ١٨,٨٧

٣ – حساب التكرارات المتوقعة:

بإستخدام القيم المقدرة للمعالم س– ، عــ نقوم بحساب التكرارات المتوقعة في كل فئة بالجدول التكراري ، وكذا للقيم المتطرفة .

الدرجات	الحدالأعلى للفئة	سَ	ح* (س/)	ح*	ك
٢٠>	٢٠	١،٨٦٥–	٠،٠٣	٠،٠٣	١،٥
٢٠–٤٠	٤٠	٠،٨٠٦–	٠،٢١	٠،١٨	٩،٠
٤٠–٦٠	٦٠	٠،٢٥٤	٠،٦٠	٠،٣٩	١٩،٥
٦٠–٨٠	٨٠	١،٣١٤	٠،٩١	٠،٣١	١٥،٥
٨٠–١٠٠	١٠٠	٢،٣٧٤	٠،٩٩	٠،٠٨	٤،٠
≥ ١٠٠				٠،٠١	٠،٥

سَ = (س – س–) / عـ هى الدرجة المعيارية،والقيمة الأولى كمثال:

= (٢٠– ٥٥,٢) / ١٨،٨٧ = – ١،٨٦٥

ح* (سَ) هى قيمة الإحتمال المتجمع من جدول التوزيع الطبيعي .

ح* إحتمال أن يقع المتغير فى الفئة المناظرة – ويتم الحصول عليها بالطرح المتتالي من قيم الإحتمال المتجمع .

ك- = ٥٠ ح* ويمثل التكرار المتوقع بالفئة .

٤ - حساب إحصاء الإختبار ص :

إدماج الفئات :

بالنسبة للفئات التي يكون فيها التكرار المتوقع صغيراً يجب إدماجها في الفئات المجاورة لها وبعد ذلك يتم حساب الإحصاء ص .

الفئات	ك	ك-	ك٢/ك-
<٤٠	١٢	١٠،٥	١٣،٧١٤
٤٠-٦٠	١٨	١٩،٥	١٦،٦١٥
٦٠-٨٠	١٥	١٥،٥	١٤،٥١٦
٨٠-١٠٠	٥	٤,٥	٥،٥٥٥
			٥٠،٤٠٠

$$ص = مجـ \frac{ك^{٢}}{ك-} - ن$$

= ٥٠,٤٠٠ - ٥٠ = ٠,٤٠٠ .

كا^{٢} $_{م-١-ل}$ (٠,٩٥)= كا^{٢} $_{٤-١-٢}$ (٠,٩٥)=كا^{٢} $_{١}$ (٠,٩٥) = ٣,٨٤١

لا يوجد ما يبرر رفض فرض العدم بأن الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي .

٢٨-١-٣ إختبار كولموجورف:

قدمه كولموجوروف Kolmogorov عام ١٩٣٣ كمنافس لإختبار كا٢ لإختبار جودة التوفيق حول توزيع المجتمع ح (س) . ويطلق على هذا الإختبار غالبـــاً إختبار كولموجوروف – سمير نوف لعينة واحدة ، نظراً للتشابه بـــين إختبـــار كولموجوروف وإختبار سمير نوف (٢-٢-٢. (

الإفتراضات:

- 1مستوى قياس المتغير ترتيبي.
- 2العينة عشوائية.
- 3التوزيع المفترض ح*(س) مستمر.
- 4التوزيع المفترض محدد تماماً – أي لا توجد معالم مجهولة.

في حالة عدم توفر أي من الشرطين الأخيرين ، فإن الإختبار يكون متحفظـــاً ، بمعنى أن مستوى المعنوية الحقيقي يكون على الأكثر مساوياً لمستوى المعنوية الاسمي.

الفرض(١: (

ف٠ : ح (س) = ح*(س(

ف١ : ح (س) – ح*(س(

إحصاء الإختبار:

هو أكبر قيمة للفرق بين ح*(س) ، ح (س(

ص = أكبر ح (س) – ح*(س) (٢٨-٥)

حيث ح (س) هى التوزيع الإحتمالي للمجتمع والمحسوب من بيانات العينة.

توزيع المعاينة:

يوجد توزيع خاص للإحصاء أعلاه ، يسمى توزيع إحصاء كولموجــوروف – وله جداول خاصة – كنموذج لها جدول – ١٧ من الجداول الإحصائية الملحقة. ويعد هذا التوزيع – هو التوزيع الحقيق للإحصاء في حالة ما إذا كان التوزيــع المفترض ح* (س) مستمراً . وخلاف ذلك فإن الجداول تعطي قيم تقريبية(١. (

قاعدة القرار:

نرفض فرض العدم بمستوى معينة هــ إذا كانت قيمة الإحصاء أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع كولموجوروف لعينة حجمها ن ، أي إذا كان:

ص > $ك_{ن}$ (١ – مــ)

تطبيق (٢٨–٥):

في دراسة لتنظيم أحد مراكز خدمة المرضى ، كان الإهتمام بوصــف كيفيــة ورود المرضى على المركز – تم ملاحظة عينة من ١٠٠ ساعة وتسجيل معدل ورود المرضى في الساعة . وفي هذه البيانات تم عرض التوزيــع التكــراري الموضح أدناه . والمطلوب إختبار فرض أن معدل ورود المرضى يتبع توزيع بواسون.

عدد المرضى فى الساعة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
التكرار	٣٠	٢٥	١٥	١٢	٥	٦	٢	١	٠	٠	٤	١٠٠

الحل:

الإختبار المناسب هو إختبار كولموجوروف . نحـسب متوسـط معـدل ورود المرضى في الساعة = ـــــــــــــــــ = ٢ . وبالرجوع لجـدول ٩ – توزيع بواسون حيث م = ٢ يمكن الحصول مباشرة على التوزيع الإحتمالي.

س	ل	الاحتمال		الاحتمال المتجمع		
		المشاهد ح(س)	براسون ح (س)	المشاهد ح (س)	براسون ح (س)	الفرق
٠	٣٠	٠،٣٠	٠،١٤	٠،٣٠	٠،١٤	٠،١٦
١	٢٥	٠،٢٥	٠،٢٧	٠،٥٥	٠،٤١	٠،١٤
٢	١٥	٠،١٥	٠،٢٧	٠،٧٠	٠،٦٨	٠،٠٢
٣	١٢	٠،١٢	٠،١٨	٠،٨٢	٠،٨٦	٠،٠٤
٤	٥	٠،٥	٠،٠٩	٠،٨٧	٠،٩٥	٠،٠٨
٥	٦	٠،٦	٠،٠٤	٠،٩٣	٠،٩٩	٠،٠٦
٦	٢	٠،٢	٠،٠١	٠،٩٥	١،٠٠	٠،٠٥
٧	١	٠،١	٠،٠٠	٠،٩٦	١،٠٠	٠،٠٤
٨	٠	٠،٠٠	٠،٠٠	٠،٩٦	١،٠٠	٠،٠٤
٩	٠	٠،٠٠	٠،٠٠	٠،٩٦	١،٠٠	٠،٠٤
١٠	٤	٠،٠٤	٠،٠٠	١،٠٠	١،٠٠	٠،٠٠
	١٠٠	١	١			

قيمة الإحصاء المشاهد = ٠,١٦.

بالرجوع لجدول ١٧ (توزيع كولموجوروف) وعنـد الإحتمـال ٠,٩٥ ، ن = ١٠٠

نجد أن القيمة الحرجة = $\frac{١،٣٦}{\sqrt{١٠٠}}$ = ٠،١٣٦

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة ، لذا نرفض فرض العدم ، أي نرفض إعتبار أن ورود المرضى على مركز الخدمة يتبع توزيع بواسون.

٢٨-١-٤ اختبار ليليفورز Lilliefors

قدمه ليليفورز Lilliefors عام ١٩٦٧ لاختبار فرض التوزيع الطبيعي عندما تكون معالم المجتمع (المتوسط والتباين) مجهولين.

ان اختبار كولموجوروف – يتطلب كما سبق ذكره أن يكون التوزيع المفترض محدداً تماماً – أي لا توجد معالم مجهولة – وخلاف ذلك يكون الاختبار متحفظاً . هذا بخلاف اختبار كا٢ فهو مرن بدرجة تسمع بتقدير بعض المعالم من بيانات العينة.

وقد تم تعديل اختبار كولموجوروف ليسمع بذلك أيضاً . أن احصاء الاختبار يظل كما هو ، ولكن الجداول التي تستخرج منها القيم الحرجة تختلف عنها – كما تختلف من توزيع لآخر.

الفرض:

ف٠ : المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي

ف١ : المجتمع لا يتبع التوزيع الطبيعي

احصاء الاختبار

ص = أكبر | حَ (سَ) – ح* (سَ) | (٢٨ – ٦)

وهو مماثل لاحصاء اختبار كولموجوروف والفرق هـو أننـا نـستخدم هنـا الدرجات المعيارية سَ بدلاً من س.

$$\text{س} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ع}} \qquad (\text{٢٨ - ٧})$$

حيث س− ، ع هما تقديرا المتوسط الحسابي والتباين من بيانات العينة.

توزيع المعاينة:

الاحصاء أعلاه يتبع توزيع ليليفورز لاختبار التوزيع الطبيعي ، بحجم عينة ن – وهناك جداول لهذا التوزيع (جدول – ١٨ بالجداول الاحصائية الملحقـة) تغطي معظم الحالات العملية.

قاعدة القرار

نرفض فرض العدم بمستوى معنوية مـ إذا كانت قيمة الاحصاء أكبـر مـن القيمة الحرجة لتوزيع ليليفورز الطبيعي لعينة حجمها ن ، أي إذا كان:

ص > لن (١ – مـ)

تطبيق (٢٨-٦)

في أحد الدراسات الخاصة بالذكاء أجرى اختبار لمجموعة مـن الأشـخاص ، وسجل العمر العقلي لكل منهم (بالشهر) كما يظهر بالبيان التالي:

93	87	108	100	93	99
114	95	106	81	87	89
95	113	111	114	93	108

فهل يتفق ذلك مع النظريات التي تقرر أن العمر العقلي يتبع التوزيع الطبيعـــي بمستوى معنوية ٥. %

الحل:

ف٠ : توزيع المجتمع طبيعي

ف١ : التوزيع ليس طبيعي

اختبار ليليفورز هو الاختبار المناسب

الخطوات:

١- تقدير المتوسط الحسابي والانحراف المعياري

س = ٩٩,٢٢

ع = ١٠,٤٤

٢- ترتب القيم ترتيباً تصاعدياً كما هو واضح بالجدول (س)

٣- تحول القيم إلى درجات معيارية سَ = (س — س⁻) / ع⁻ .

٤- يحسب التكرار المتجمع الصاعد النسبي لبيانات العينة حَ (سَ)

٥-بدون التوزيع الاحتمالي الطبيعي : ح (س < سَ) مـــن جـــدول التوزيـــع الطبيعي.

٦- نحسب الاحصاء وهو أكبر فرق بين الاحتمـــال المتوقـــع (المفتـــرض) والمشاهد

ص = أكبر | حَ (سَ) – ح* (سَ) | = ٠,١٥٥

بالرجوع لجدول احصاء ليليفورز الطبيعي ، جدول ١٨ من الجداول الاحصائية الملحقة ، نجد أن:

$ل_{ن} (١ - مـ) = ل_{١٨} (٠,٩٥) = ٠,٢٠٠$

إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، ويظل فرض التوزيع الطبيعي قائماً.

العمر العقلى س	الدرجات المعيارية س/	ح/ (س/)	ح (س/)	الفرق
٨١	-١،٧٥	٠،٠٦٥	٠،٠٤١	٠،٠١٥
٧٨	-١،١٧	٠،١١١	٠،١٢١	٠،٠١٠
٧٨	-١،١٧	٠،١٦٧	٠،١٢١	٠،٠٤٦
٩٨	-٠،٩٨	٠،٢٢٢	٠،١٦٤	٠،٥٨
٩٣	-٠،٦	٠،٢٧٨	٠،٢٧٤	٠،٠٠٤
٩٣	-٠،٦	٠،٣٣٣	٠،٢٧٤	٠،٠٥٩
٩٣	-٠،٦	٠،٣٨٩	٠،٢٧٤	٠،١١٥
٩٥	-٠،٤	٠،٤٤٤	٠،٣٤٥	٠،٠٩٩
٩٥	-٠،٤	٠،٥٠٠	٠،٣٥٤	٠،١٥٥
٩٩	-٠,٢٠	٠،٥٥٦	٠،٤٩٢	٠،٠٦٤
١٠٠	٠،٧	٠،٦١١	٠،٥٢٨	٠،٠٨٣
١٠٦	٠،٦٥	٠،٦٦٧	٠،٧٤٢	٠،٠٧٥
١٠٨	٠،٨٤	٠،٧٢٢	٠،٨٠٠	٠،٠٧٨
١٠٨	٠،٨٤	٠،٧٧٨	٠،٨٠٠	٠،٠٢٢
١١١	١،١٣	٠،٨٣٣	٠،٨٧١	٠،٠٣٨
١١٣	١،٣٢	٠،٨٨٩	٠،٩١٧	٠،٠١٨
١١٤	١،٤١	٠،٩٤٤	٠،٩٢١	٠،٠٢٣
١١٤	١،٤٤	١،٠٠٠	٠،٩٢٥	٠،٠٧٥

٣٨-٣ مقارنة توزيعان:

يوجد عدد كبير من الإختبارات يستخدم لمقارنة التوزيعات ، والكثيــر منها معروض في هذا الكتاب مثل إختبار - ت وإختبار مان وتنـــي وإختبـــار

ولكوكسون ، غير أن هذه الإختبارات حساسة إزاء الفرق بين المتوسطات ولا تكشف عن الفروق الأخرى كالفرق في التشتت مثلاً . والإختبارات التي تقدم في هذا الفصل تعد أفضل فهى حساسة إزاء المتوسطات وأيضاً إزاء التشتت ، أي أنها مقارنة للتوزيع بأكمله ، ولذا تسمى إختبارات عامة لمقارنة توزيعي عينتين . Generail two-Sample distribution كما يطلق عليها أيضاً إختبارات جودة التوفيق لعينتين Two Sample goodness-of- fit testsحيث أنها تقيس مدى التوافق Compatability بين التوزيعين وذلك بين عينتين . ونعرض فيما يلي إختباران مهمان تعد بمثابة إمتداد لإختبارات جودة التوفيق لعينة والسابق عرضها:

- 1إختبار كا٢.
- 2إختبار سمير نوف.

٢٨-٢-١ إختبار كا٢

يستخدم لإختبار تماثل توزيعي مجتمعين وذلك إستناداً إلى عينتين عشوائيتين.

الإفتراضات:

- 1عينتان عشوائيتان ومستقلتان.
- 2مستوى قياس المتغير إسمي.

الفروض:

ف٠ : التوزيعان متماثلان.

ف١ : التوزيعان غير متماثلان.

ويمكن عرض الرموز المستخدمة ، وتنظيم العلميات الحسابية كما يلي:

الفئات	عينة ١	عينة ٢	المجموع
١	$ك_{١١}$	$ك_{٢١}$	$ك_{١.}$
٢	$ك_{٢٢}$	$ك_{٢٢}$	$ك_{٢.}$
م	$ك_{م١}$	$ك_{م٢}$	$ك_{م.}$
المجموع	$ك_{.١}$	$ك_{.٢}$	ن

إحصاء الإختبار

ص = مجـــ (ك – ك-)٢ / ك- (٢٨-٨)

حيث ك هى التكرارات الفعلية

ك التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة.

$$ك_{رل} = \frac{(ك_{ر.})\ (ك_{.ل})}{ن} \qquad (٢٨-٩)$$

$$= \frac{(\text{تكرار الصف})\ (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلى}}$$

توزيع المعاينة:

الإحصاء ص يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية م –١

قاعدة القرار:

بمستوى معنوية مــ نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع كا٢ بدرجات حرية م − ١ ، أي إذا كان:

ص > كا٢م−١ (١ − مــ(

وكما سبق ذكره في إختبار كا٢ لجودة التوفيق (٢−١−١) فإنه إذا كانت بعض التكرارات المتوقعة صغيرة (أصغر من ٥ حسب رأي الكثيرين) فإنه يفــضل إدماج الفئات مع بعضها.

على أنه يجب ملاحظة الحالة الخاصة عندما يكون عدد الفئات ٢ فقط − حيث لا نستطيع دمج الفئات في حالة ما إذا كانت التكرارات المتوقعة صغيرة . وقد إقترح ييتز Yates إجراء تصحيح يسمى < تــصحيح ييتــز الإســتمراريه > Yates' Correction for Continuityوذلك في حالة وجود أية تكــرارات متوقعة صغيرة . وتصبح صيغة الإحصاء.

ص = مجــ (ك − ك − ٠,٥)٢ / ك (٢٨−١٠)

تطبيق (٢٨−٧):

في دراسة لتشغيل النساء في الصناعة ، كان من بين الإهتمامات إختبار الفرض بأن توزيع عدد أيام الغياب عن العمل للنساء المتزوجات يختلف معنويــاً عــن توزيع غياب النساء غير المتزوجات ، وقد تم جمع البيانات عن عــام كامــل لعينتين مستقلتين ، وتظهر كما في التوزيع التالي:

والمطلوب : إختبار فرض تماثل التوزيعان بمستوى معنوية ٥. %

عدد أيام الغياب	التكرار	
	المتزوجات	غير المتزوجات
٠ – ٣	٦٠	١٣٠
٤ – ٧	٢١	٥٠
٨ – ١١	١١	١٠
٢١ – ١٥	٤	٦
١٦ – ١٩	٣	٤
٢٠ فأكثر	١	٠
	١٠٠	٢٠٠

الحل:

س	ك$_{1}$ (ك$_{1}$)	ك$_{2}$ (ك$_{2}$)	المجموع
٠ – ٣	٦٠(٦٣،٣٣٣)	١٣٠(١٢٦،٦٦٧)	١٩٠
٤ – ٧	٢١(٢٣،٦٦٦)	٥٠(٤٧،٣٣٣)	٧١
٨ – ١١	١١(٧،٠٠٠)	١٠(١٤،٠٠٠)	٢١
١٢ – ١٥	٤(٣،٣٣٣)	٦(٦،٦٦٧)	١٠
١٦ – ١٩	٣(٢،٣٣٣)	٤(٤،٦٦٧)	٧
٢٠ فأكثر	١(٠،٣٣٣)	٠(٠،٦٦٧)	١
	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠

$$\text{قيمة إحصاء الاختبار ص} = \frac{(\text{ك}-\text{كَ})^{2}}{\text{كَ}}$$

$$= \frac{(٦٠-٦٣،٦٦٦)^{٢}}{٦٣،٣٣٣} + \frac{(٢١-٦٣،٦٦٦)^{٢}}{٦٣،٤٤٤} + \cdots + \frac{(٤٠٥،٣٤)^{٢}}{٥،٣٣٤} = ٥،٣٤٠$$

ومن جدول ٥ – توزيع كا٢ وبإستخدام درجات حرية م – ١ = ٥–١=٤ (حيث تم دمج الفئتان الأخيرتان).

كا٢٤(٠,٩٥) = ٩,٤٨٨

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن التوزيعان متماثلان.

تطبيق (٨–٢٨)

في دراسة مقارنة بين المدارس الخاصة والعامة ، كان من بنود الدراسة مقارنة التحصيل الدراسي في أحد الإختبارات ، وقد تم إختيار عينة عشوائية من كل مجموعة ، وظهرت البيانات كما في الجدول التالي.

والمطلوب : إختبار ما إذا كان توزيع الدرجات واحد في المدارس الخاصة والعامة بمستوى معنوية ١. %

الدرجات / المدارس	٠–٥٠	٥٠–٧٠	٧٠–٨٠	٨٠–١٠٠	
الخاصة	٦	١٤	١٧	٩	٤٦
العامة	٣٠	٣٢	١٧	١٣	٨٢
	٣٦	٤٦	٣٤	١٢	١٢٨

الحل:

التكرار المتوقع:

١٢،٩	١٦،٥	١٢،٢	٤،٣
٢٣،١	٢٩،٥	٢١،٨	٧،٧

ص = ٣,٦٩ + ٠,٣٨ + ١,٨٦ + ٥,١٤

+ 2.06 + 0.21 + 1.06 + 2.87 = 17.3

كا٢(م-١)(د-١)(٠,٩٥) = كا٢٣ (٠,٩٩) = ١١,٣

نرفض الفرض بمستوى معنوية ٠,٠١.

نلاحظ أن مستوى المعنوية الفعلي أقل من ٠,٠٠١.

تطبيق (٢٨-٩)

في مقارنة علاج جديد والعلاج القديم ، تم تجربتهما وسجلت النتائج التاليــة – والمطلوب إختبار فرض تماثل النتائج لكلا النوعين من العلاج بمستوى معنوية ٠,٠٥.

	العلاج الجديد	العلاج القديم	
تحسن			
لم يتحسن	٨٨	٧٦	١٦٤
	٢١	٢٤	٦٣
	١٠٠	١٠٠	٢٠٠

الحل:

نستخدم الصيغة (٢-١٠)

التكرارات المتوقعة

٨٢	٨٢
١٨	١٨

ص = ٥,٥٢/٨٢ + ٥,٥٢/١٨ + ٥,٥٢/٨٢ + ٥,٥٢/١٨ = ٤,١

كا٢١(٠,٩٥) = ٣,٨٤٠

ولذا نرفض فرض تماثل النتائج بين نوعي العلاج – وبملاحظة نسب التحـــسن يكون العلاج الجديد أفضل من القديم

٢٨-٢-٢ إختبار سميرنوف

قدمه سمير نوف Smirnov عام ١٩٣٩ لإختبار الفرض حول تماثل توزيعان.

الإفتراضات:

- 1العينتان عشوائيتان مستقلتان.
- 2المتغير مستمر وقياسه ترتيبي على الأقل.

وإذا كان المتغير غير مستمر فإن الإختبار يصبح متحفظاً.

الفروض:

ف٠ : ح١(س) = ح٢(س(

ف١ : ح١(س) – ح٢(س(

حيث ح١ ، ح٢ دالتي التوزيع المتجمع لكلا المتغيران ، وذلك للمجتمع.

إحصاء الإختبار

ص = أكبر ح١ (س) − ح٢(س) (٢٨−١١)

حيث ح١ ، ح٢ دالتى التوزيع المتجمع لكلا المتغيران ، وذلك من بيانات العينتان.

وتوجد جداول خاصة لهذا الإحصاء − جدول ١٩ من الجداول الإحصائية الملحقة − ويعرف بإسم توزيع إحصاء إختبار سمير نوف.

قاعدة القرار

نرفض ف٠ بمستوى معنوية مــ إذا زادت قيمة ص عن القيمة الحرجة ، أي:

ص > سن١،ن٢(مــ(

حيث ن١ ، ن٢ حجم العينتان.

تطبيق (٢٨−١٠):

المطلوب إستخدام إختبار سمير نوف لإختبار فرض تماثل التوزيعات في التطبيق (٢−٧) الخاص بمقارنة غياب المتزوجات بغير المتزوجات وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥.

الحل:

عدد أيام الغياب يمكن إعتباره غير مستمر ، إذ أن فترات الغياب ليست بالضرورة أن تكون أياماً كاملة (أعداد صحيحة) ولذا يمكن إعتبار الأرقام المعطاه مقربة فمثلاً ٤ أيام تمثل الفترة (٣,٥ على الأقل إلى أقل من ٤,٥) ، وذلك يمكن إعتبار المتغير مستمر.

نقوم بإيجاد دالتي التوزيع الإحتمالي ، كما هو موضح بالجدول التالي ، علماً

بأن س تمثل الحد الأعلى الحقيقي للفئة.

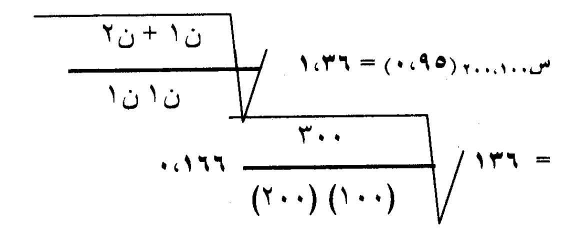
س	ك١	ك٢	ح١ (س))	ح٢ (س)	الفرق
٣،٥	٦٠	١٣٠	٠،٦٠	٠،٦٥	٠،٠٥
٧،٥	٨١	١٨٠	٠،٨١	٠،٩٠	٠،٠٩
١١،٥	٩٢	١٩٠	٠،٩٢	٠،٩٥	٠،٠٣
١٥،٥	٩٦	١٩٦	٠،٩٦	٠،٩٨	٠،٠٢
١٩،٥	٩٩	٢٠٠	٠،٩٦	١،٠٠	٠،٠١
	١٠٠	٢٠٠	١،٠٠	١،٠٠	

ص = أكبر ح١(س) − ح٢(س) = ٠،٠٩

بمستوى معنوية ٠،٠٥ نوجد س٢٠٠،١٠٠(٠،٩٥)

ونظراً لأن قيم ن١ ، ن٢ خارج حدود الجدول نستخرج تقريب العينات الكبيرة.

س٢٠٠،١٠٠(٠،٩٥) = ١،٣٦



وبذلك لا نستطيع رفض فرض تماثل التوزيعات ، ويلاحظ أن هذا القرار يماثل ما تم التوصل إليه بإستخدام إختبار كا٢ في التطبيق (٢-٧).

٢٨-٣ مقارنة عدة توزيعات:

تعد هذه الحالة إمتداداً لحالة مقارنة توزيعين ، حيث يتم مقارنة عدة توزيعات لعدد من المجتمعات وذلك إستناداً إلى عينات مستقلة يتم سحب كل واحدة منها من المجتمع الذي ينتمي إليها .

ويوجد عدد من الإختبارات المتاحة في هذا الصدد منها :

١- إختبار كا٢ .

٢- إختبار سمير نوف .

ونكتفي فيما يلي بعرض إختبار كا٢ .

٢٨-٣-١ إختبار كا٢

يعد هذا الإختبار إمتداداً لإختبار كا٢ السابق عرضه لإختبار تماثل توزيعان - ويستخدم هنا لمقارنة عدة توزيعات لعدد (د) من العينات ويمكن ترتيب المشاهدات في مصفوفة تشابه الجدول التكراري المزدوج كما يلي:

الفئات	١	٢		ل		د	المجموع
١	ك$_{١١}$	ك$_{٢١}$		ل$_{١ل}$		ك$_{١ر}$	ك$_{١.}$
٠	ك$_{ر١}$	ك$_{ر٢}$		ل$_{رل}$		ك	ك$_{ر.}$
م	ك$_{ر١}$	ك$_{ن٢}$		ل$_{نل}$		ك$_{ند}$	ك$_{ن.}$
المجموع	ك$_{.١}$	ك$_{.٢}$		ك$_{.ل}$		ك$_{.د}$	ن

$$\text{ك رل} = \frac{(\text{ك ر}_{\cdot})\ (\text{ك}_{\cdot}\text{ل})}{\text{ن}} \quad (١٣-٢)$$

$$= \frac{(\text{تكرار الصف})\ \ (\text{تكرار العمود})}{(\text{التكرار الكلى})}$$

$$\bar{\text{ك}} = \frac{(\text{تكرار الصف})\ (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلى}}$$

الفروض :

ف٠ : توزيعات المجتمعات كلها متماثلة.

ف١ : توزيعات المجتمعات غير متماثلة.

إحصاء الإختبار

ص = مجـــ (ك – كَ)٢/كَ (١٢-٢٨)
حيث ك التكرارات الفعلية ، كَ التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغه
$\text{كَ}_{\text{رل}} = \frac{(\text{ك}_{\text{ر}\cdot})\ (\text{ك}_{\cdot\text{ل}})}{\text{ن}}$ (١٣-٢٨)
$= \frac{(\text{تكرار الصف})\ (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلي}}$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية

دح = (م - ١) (د - ١) (٢٨-١٤)

= (عدد الصفوف - ١) (عدد الأعمدة - ١)

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية مــ نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع كا٢ بدرجات حرية (م - ١) (د - ١)

تطبيق (٢٨-١١):

تقوم إحدى المؤسسات التعليمية الآتية بقبول الطلبه الجدد من تخصصات مختلفة، وفيما يلي بيان بدرجات الإختبار في أحد الأعوام والمطلوب إختبار فرض تماثل توزيعات الدرجات في التخصصات المختلفة بمستوى معنوية ٠,٠٥.

التخصص / الدرجة	علوم إدارية	علوم هندسية	علوم أخرى	
أقل من ٥٠	٦	٤	٢٠	٣٠
٥٠-٧٠	٢٤	١٠	٤٦	٨٠
٧٠-٩٠	١٨	١٨	٢٤	٦٠
٩٠-١٠٠	١٢	٨	١٠	٣٠
	٦٠	٤٠	١٠٠	

الحل:
نحسب التكرارات المتوقعة ك بالصيغة

$$\bar{ك} = \frac{\text{(تكرار الصف) (تكرار العمود)}}{\text{التكرار الكلى}}$$

التخصص الدرجة	علوم إدارية	علوم هندسية	علوم أخرى
أقل من ٥٠	٩	٦	١٥
٥٠-٧٠	٢٤	١٦	٤٠
٧٠-٩٠	١٨	١٢	٣٠
٩٠-١٠٠	١٢	٦	١٥
			١٠٠

ص = مجـــ (ك – ك)٢/ك
= (6-9)2 + (4-6)2/6 + ... + (10-15)2/15 = 14.02
درجات الحرية = ٢ * ٣ = ٦

بالرجوع لجدول توزيع كا٢ – جدول ٥ نجـــد أن كـــا٢٦(٠,٩٥) = ١٢,٥٩٢ وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهدة أكبر من القيمة الحرجة ، نـــرفض فـــرض العدم والذي يقضي بتماثل توزيع الدرجات بين التخصصات المختلفة.

الفصل ٣٩

الإستقراء عن المتوسطات

Averages

٣٩-١ الاستقراء حول متوسط المجتمع
٣٩-١-١ تقدير متوسط المجتمع
٣٩-١-١-١ تباين المجتمع معلوم
٣٩-١-١-٢ تباين المجتمع غير معلوم
٣٩-١-٢ اختبار الفرض حول متوسط المجتمع
٣٩-١-٢-١ الاختبار الطبيعي
٣٩-١-٢-٢ اختبار - ت
٣٩-١-٢-٣ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة
٣٩-١-٢-٤ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة
٣٩-١-٢-٥ اختبار الإشارة
٣٩-١-٢-٦ اختبار الإشارة للعينات الكبيرة
٣٩-٢ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة
٣٩-٢-١ المقارنة الزوجية Paired comparison
٣٩-٢-٢ اختبار - ت الزوجي
٣٩-٢-٣ تقدير الفرق بين متوسطين
٣٩-٢-٤ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة
٣٩-٢-٥ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة
٣٩-٢-٦ اختبار الإشارة
٣٩-٣ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة
٣٩-٣-١ الاختبار الطبيعي
٣٩-٣-٢ تقدير الفرق بين متوسطين

٣٩-٣-٣ اختبار - ت - فيشر
٣٩-٣-٤ تقدير الفرق بين متوسطين
٣٩-٣-٥ اختبار - ت ساترزويت
٣٩-٣-٦ تقدير الفرق بين متوسطين
٣٩-٣-٧ اختبار ولكوكسون - مان - وتنى
٣٩-٣-٨ حالة العينات الكبيرة
٣٩-٤ مقارنة عدة متوسطات
٣٩-٤-١ الأهمية
٣٩-٤-٢ مفاهيم تجريبية
٣٩-٤-٣ تحليل التباين
٣٩-٥ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مستقلة
٣٩-٥-١ التصميم كامل العشوائية
٣٩-٥-١-١ التعشية
٣٩-٥-١-٢ تحليل التباين
٣٩-٥-١-٣ المقارنات المتعددة
٣٩-٥-٢ اختبار كروسكال واليز
٣٩-٥-٢-١ احصاء الاختبار
٣٩-٥-٢-٢ المقارنات المتعددة
٣٩-٦ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مرتبطة
٣٩-٦-١ تصميم القطاعات كاملة العشوائية
٣٩ -٦-١-١ التعشية
٣٩-٦-١-٢ تحليل التباين
٣٩-٦-١-٣ المقارنات المتعددة
٣٩-٦-٢ اختبار فريدمان
٣٩-٦-٢-١ احصاء الاختبار
٣٩-٦-٢-٢ المقارنات المتعددة

الفصل التاسع والعشرون
الاستقراء عن المتوسطات

نعرض في هذا الفصل أساليب الأستقراء عن المتوسطات الحسابية . والمتوسطات تعد من أهم المعالم التي تكون دائماً محل إهتمام من الباحثين ، سواء كان ذلك بالنسبة لمتوسط مجتمع معين أو للمقارنة بين المتوسطات لعدة مجتمعات . وسيتم تقسيم هذه الأساليب إلى ثلاثة أقسام ، الأول لأساليب الأستقراء حول متوسط المجتمع ، والثاني أساليب المقارنة بين متوسطين والثالث لأساليب المقارنة بين عدة متوسطات (مجتمعات) . كما نجرى تقسيم آخر داخلي في هذه الأقسام ، حسب الهدف من الاستقراء ، أي إلى أساليب للتقدير وأساليب لاختبارات الفروض .

وفي كل مجموعة جزئية من هذه المجموعات نعرض عدة أساليب ، محاولين ترتيبها ترتيباً تنازلياً حسب مدى جودة الأسلوب من ناحية توافر عدد من الصفات المرغوب فيها . كما أنه مع كل أسلوب نوضح شروطه أو متطلباته ، والتي يلزم توفرها حتى يكون استخدامه مشروعاً ومنطقياً . كما أنه في حالة عدم توفر بعض الشروط في أسلوب معين ، يكون ذلك مؤشراً للباحث لينتقل إلى الأسلوب الذي يليه

٢٩-١ الأستقراء حول متوسط المجتمع

نعرض في هذا الفصل أساليب الأستقراء المتعلقة بمتوسط المجتمع .

وقد تم تخصيص قسم لأساليب التقدير وآخر لاختبارات الفروض.

٢٩-١-١ تقدير متوسط المجتمع Estimation

يعد تقدير متوسط المجتمع من المؤشرات أو الخواص الهامة التي يسعى إليها الباحث في سبيل وصف متغيراته ، مثال ذلك ، متوسط دخل الفرد أو الأسرة أو العامل ، متوسط سعر السلعة ، متوسط إنتاج العامل ، أو الفدان ، أو الآله ، متوسط ساعات العمل ، متوسط سن الزواج ، متوسط وقت أداء عملية إنتاجية أو جراحية ، متوسط وزن سلعة أو قطعة غيار أو متوسط طولها أو قطرها أو أي من أبعادها ، ... الخ.

ويختلف أسلوب تقدير متوسط المجتمع حسب ما إذا كان تباين المجتمع معلوماً أو غير معلوم ، وذلك بسبب اختلاف توزيع المعاينة للاحصاء المستخدم في التقدير . ونعرض فيما يلي كل من هاتين الحالتين.

٢٩-١-١-١ تقدير المتوسط إذا كان التباين معلوماً

تم عرض هذه الحالة كنموذج بصورة تفصيلية مع تطبيقات في القسم٢٥-٢-٢ ، ونقتصر هنا على إعادة عرض الصيغ المستخدمة في التقدير.

ح $(\overline{س} + ل\,\sigma\,\overline{س} > \overline{س} > \overline{س} - ل\,\sigma\,\overline{س})$ (٢٩-١)

حدى الثقة = $س^{-} \pm ل\,\sigma_{س^{-}}$ (٢٩-٢)

علما بأن[1]

$$\sigma_{\bar{س}} = \frac{\sigma_{س}}{\sqrt{ن}} \sqrt{\frac{(ن - ن)}{(ن - ١)}} \qquad (٢٩-٣)$$

في حالة سحب العينة بدون الإرجاع ،

$$\sigma_{\bar{س}} = \frac{\sigma_{س}}{\sqrt{ن}} \qquad (٢٩-٤)$$

في حالة السحب مع الإرجاع

ويمكن إهمال المقدار $\frac{ن - ن}{ن - ١}$ ويسمى تصحيح المجتمع المحدود فى حالة

ما إذا كان كسر المعاينة $\frac{ن}{ن}$ > ٠،١ أو إذا كان المجتمع حجمه كبير

$$ص = \frac{\bar{س} - \bar{س}}{\sigma_{\bar{س}}} \qquad (٢٩-٥)$$

1 راجع النظريات الإحصائية بالقسم ٢١-٦-٢

٢٩-١-١-٢ تقدير المتوسط إذا كان التباين غير معلوم

غالباً يكون تباين المجتمع $\sigma^{٢}$ غير معلوم ، ولذا فإنه يقدر من العينة باستخدام الصيغة[1] التالية:

$$ع^{٢}_{س} = \frac{١}{ن - ١}\left[مجـ\, س^{٢} - \frac{(مجـ\, س)^{٢}}{ن}\right] \qquad (٢٩-٦)$$

ونستخدم ع $\bar{س}$ بدلاً من σ $\bar{س}$ في الصيغة(٢٩-٥) (والخاصة بتقدير متوسط المجتمع) .

توزيع المعاينة:

تقرر النظريات الإحصائية أنه في حالة سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ن من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي فإن الإحصاء.

$$ص = \frac{\bar{س} - \bar{س}}{\sigma_{\bar{س}}} \qquad (٢٩-٧)$$

يتبع توزيع ت بدرجات حرية[2] ن − ١

ملاحظات :

(١) توجد اختبارات إحصائية لتحديد ما إذا كان التوزيع طبيعياً[3] .

---

1 راجع القسم ٢٢-١-٣

2 راجع القسم ٢٠-٦

3 راجع القسم ٢٤-٢

(٢) يمكن استخدام توزيع ت أيضاً إذا كان توزيع المجتمع قريب من التوزيع الطبيعي ، حيث يكون الأثر من ذلك يمكن إهماله .

(٣)إذا كان حجم العينة كبيراً ، أكبر من ٥٠ مثلاً يقترب توزيع ت من التوزيع الطبيعي – ويمكن استخدام هذا الأخير .

(٤) في حالة المجتمعات ذات الألتواء الشديد ، مع حجم عينة صغيرة فإن الإجراءات السابقة لا يصح تطبيقها .

تطبيق (٢٩–١):

في بحث طبي على أحد المجتمعات – كان وقت تخثر الدم (Clotting time) من المعلومات المطلوب تحديدها .

تم سحب عينة عشوائية من إحدى عشر حالة – وسجلت الأوقات التالية بالدقيقة .

١٠,٩	٧,٩	١١,٣	٩,٤	١١,٥	١١,٣
١١,٩	١٥	١٢,٧	١٢,٣	٨,٦	

فإذا علم أن وقت تخثر الدم يتبع التوزيع الطبيعي ، أوجد ٩٥ % فترة ثقة لمتوسط وقت تخثر الدم في كل من الحالات التالية :

(أ) إذا علم أن تباين المجتمع هو ٣,٥ .

(ب) إذا لم يكن التباين معلوماً .

الحل

(ا) حدى الثقة = $\bar{س} \pm ط\, \sigma_{س} / \sqrt{ن}$

$$= ١١،١٦٤ \pm ١،٩٦ \frac{١،٨٧١}{\sqrt{١١}}$$

$$= ١١،١٦٤ \pm ١،١٠٦$$

حدى الثقة = (١٠ ، ١٢،٣)

(ب) حدى الثقة = $\bar{س} \pm ت_{ن-١} \frac{ع_{س}}{\sqrt{ن}}$

ع٢ = ٣،٩٤٧ ، ع = ١،٩٨٧

$$= ١١،١٦٤ \pm ٢،٢٢٨ \frac{١،٩٨٧}{\sqrt{١١}}$$

حدى الثقة = (١٢،٥ ، ٩،٨)

تطبيق (٢٩-٢):

في دراسة لمستوى الأجور في أحد المجتمعات قـام أحـد البـاحثين الاجتماعيين بسحب عينة عشوائية من العاملين ، وكانت أجورهم (بالألف ريال) كما يلي:

٦ ، ٥ ، ٧ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٤ ، ٧ ، ٤

والمطلوب تقدير متوسط الأجور في المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ % إذا علـم أنـه مجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي.

$$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} = ٥،٣٣٣$$

$$ع^2_{س} = \frac{1}{ن-1}\{مجـ\ س^2 - \frac{(مجـ\ س)^2}{ن} = ١{,}٥$$

$$= \bar{س} + ت \frac{١{,}٢٢٥}{\sqrt{٩}}$$

$$ع_{س} = \sqrt{١{,}٥} = ١{,}٢٢٥$$

حدود الثقة = $\bar{س} \pm ت_{\alpha}\ عـ_{\bar{س}}$

=٥,٣٣٣ ± ٢,٣٠٦ (٠,٤٠٨)

= ٥,٣٣٣± ٠,٩٦٤

الحد الأعلى = ٥,٣٣٣ + ٠,٩٦٤ = ٦,٢٩٧

الحد الأدنى = ٥,٣٣٣ − ٠,٩٦٤ = ٤,٣٦٩

تطبيق (٢٩-٣):

في دراسة لعدد حوادث السيارات في أحد المجتمعات – تم اختيار عدة مدن عشوائياً . وكان عدد الحوادث في اليوم كما يلي : ٢٥ ، ٣٠ ، ١٢ ، ١٩ ، ٢٤ والمطلوب تقدير متوسط عدد الحوادث في المجتمع بدرجة ثقة ٩٠% . إذا علم أن المجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي

حدود الثقة = $\overline{س} \pm ت_{٤}\ ء_{\overline{س}}$

$$س = \frac{١١٠}{٥} = ٢٢$$

$$ء^{٢} = \frac{١}{٤}\left[٢٦,٦ - \frac{(١١٠)^{٢}}{٥}\right] = ٤٦,٥$$

ع = ٤٦,٥ = ٦,٨١٩

حدود الثقة = ٢٢ $\pm$ ٢,١٣٢ (٦,٨١٩) / $\sqrt{٥}$

= ٢٢ $\pm$ ٦,٥

حدود الثقة = (٢٨,٥ ، ١٥,٥)

تطبيق (٢٩-٤):

في دراسة للأسرة في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية وكان دخل الأسرة الشهري كما يلي (بالألف ريال):

٥ ، ٤ ، ٧ ، ٥ ، ٤

٦ ، ٧ ، ٦ ، ٤

والمطلوب تقدير متوسط دخل الأسرة في هذا المجتمع بدرجة ثقة 95% إذا علم أن مجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي.

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ}}{\text{ن}} = \frac{٤٨}{٩} = ٥,٣٣٣$$

$$\text{ع}^{٢}_{\text{س}} = \frac{١}{٨} \left[٢٦٨ - \frac{(٤٨)^{٢}}{٩} \right] = ١,٥$$

$$\text{حدى الثقة} = \bar{\text{س}} \pm \text{ت}_{٨} \; \text{ع}_{\bar{\text{س}}}$$

$$= ٥,٣٣٣ \pm ٢,٣٠٦ \sqrt{\frac{١,٥}{٩}}$$

$$= ٥,٣٣٣ \pm ٠,٩٤١$$

الحد الأدنى = ٥,٣٣٣ − ٠,٩٤١ = ٤,٣٩٢

الحد الأعلى = ٥,٣٣٣ + ٠,٩٤١ = ٦,٢٧٤

٢٩-١-٢ اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع

تعد اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع من الأهـداف البحثيـة الهامة ، وفيما يلي أمثلة لبعض الفروض :

متوسط إنتاج العامل ٥٦ وحدة في الأسبوع.

متوسط دخل الأسرة الشهري في مجتمع معين أكثر من ألف جنيه.

متوسط وقت عملية جراحية معينة ١٥ دقيقة.

متوسط عدد الحوادث في اليوم أكثر من ٢٥ .

متوسط درجات الطلبة في مجتمع معين أكبر من ٧٥ .

ونعرض فيما يلي مجموعة من الاختبارات كلها موجهة نحو اختبار الفرض بأن متوسط المجتمع يساوى قيمة معينة . غير أن كل اختبار يتطلب شروطاً معينة، وفي حالة عدم توفرها نلجأ إلى تطبيق الاختبار التالي له وهكذا ويعد الاختبـــار الطبيعي واختبار ت من الاختبارات المعلمية Parametric بينما يعتبـــر الاختبارين الأخيرين ، ولكوكسون والإشارة من الاختبارات اللامعلمية Non Parametric .

٢٩-١-٢-١ الاختبار الطبيعي Normal test

عرض هذه الحالة كنموذج بصورة تفصيلية مع تطبيقات في القسم ٢٦-٨ نعيد هنا الصيغ الرياضية المستخدمة في هذا الصدد

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}} - \bar{\text{س}}}{\sigma_{\bar{\text{س}}}} \qquad (٢٩- ٨)$$

حيث س- هو متوسط العينة

$$\sigma_{\bar{\text{س}}} = \sigma / \sqrt{\text{ن}} \qquad (٢٩- ٩)$$

فى حالة السحب مع الإرجاع أو اذا كانت $\frac{\text{ن}}{\text{ن}}$ < ٠،١ .

$$\sigma_{\bar{س}} = \sqrt{\frac{\sigma^{٢}}{ن} \cdot \frac{\mathbf{ن} - ن}{\mathbf{ن} - ١}} \qquad (١٠-٢٩)$$

٢٩-١-٢-٢ اختبار ت T-test

غالباً يكون تباين المجتمع غير معلوم . وإذا كان حجم العينة كبيراً فإنه يمكن استخدام الاختبار الطبيعي . ولكن إذا كان حجم العينة صغيراً فإننا نستخدم اختبار ت وهو يشابه الاختبار الطبيعي في كافة خطواته غير أنه يستخدم توزيع ت بدلاً من التوزيع الطبيعي.

الافتراضات:

(١) العينة عشوائية بسيطة.

(٢) العينة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي . وهذا الافتراض يجب التحقق منه باستخدام اختبار شكل التوزيع[1] ، كاختبار ليليفورز Lilliefors test أو إختبار كا[٢]

(٣) مستوى القياس فترى

تطبيق (٢٩-٥):

باستخدام بيانات العينة في تطبيق (٢٩-١) والخاص بوقت تخثر الدم ،

---

1 راجع القسم ٢٤-٢

وإذا كان التباين غير معلوم ، المطلوب اختبار الفرض:

ف٠ : متوسط وقت تخثر الدم $\bar{س}$ يساوى عشر دقائق

ف١ : المتوسط لا يساوى عشر دقائق.

وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥

الحل :

بالرجوع للحل بالتطبيق السابق نجد أن:

$\bar{س}$ = ١١,١٦٤

ع = ١,٩٨٧

الإحصاء المستخدم هنا هو :

$$ص = \frac{\bar{س} - \bar{س}}{ع / \sqrt{ن}} = \frac{١١,١٦٤ - ١٠}{١,٩٨٧ / \sqrt{١١}} = ١,٩٤٢$$

وحيث أن هذا الرقم أقل من $ت_{.١}$ (٠,٩٧٥) = ٢,٢٢٨ فإننا لا نرفض فرض العدم.

تطبيق (٢٩-٦):

في أحد المصانع يستغرق إنتاج الوحدة ٣٥ دقيقة ، ولغرض تخفيض وقت الإنتاج تم تدريب بعض العمال ، وقد سجلت أوقات الإنتاج التالية من عينة عشوائية : ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٤ ، ٣٣ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣١ ، ٣٦

فهل يعني ذلك أن التدريب يخفض من وقت الإنتاج ؟

ملحوظة : استخدم مستوى معنوية ١%

ف٠ : $\bar{س}$ = ٣٥ ف١ : $\bar{س}$ < ٣٥

$\bar{س}$ = ٣١ ، ع^{٢}س = ١٣,٥ ، ع س = ٣,٦٧

$$ص = \frac{٣١ - ٣٥}{٣,٦٧ / ٣} = - ٣,٢٦$$

ت٨ (٠.١) = - ت٨ (٠,٩٩) = - ٢,٨٩٦

وبذلك نرفض فرض العدم ،ونقبل الفرض البديل ، أي أن وقت الإنتاج ينخفض بتدريب العمال.

٢٩-١-٢-٣ اختبار ولكوكسون Wilcoxon test

في حالة عدم توافر شروط اختبار ت يعد اختبار ولكوكسون (١٩٤٥) أفضل اختبار متاح لاختبار الفرض حول المتوسط . وكفاءة هذا الاختبار ٠,٩٥٥ بالنسبة لاختبار ت وفي بعض الحالات تصل إلى واحد صحيح.

الافتراضات :

١- عينة عشوائية بسيطة.

٢- المتغير قياسه فترى. Interval

٣- توزيع المجتمع متماثل أو قريب من التماثل . إن هذا الافتراض يجعل الاختبار ملائماً لكل من الوسيط والمتوسط الحسابي باعتبار أنه بهذا الشرط تتساوى قيمتيهما .

فرض العدم : ف٠ : $\bar{س}$ = $\bar{س}$ ٠

الفرض البديل : قد يكون أحد الصيغ التالية :

(أ) $ف_1$: $\bar{س} > \bar{س}_0$.

(ب) $ف_1$: $\bar{س} < \bar{س}_0$.

(جـ) $ف_1$: $\bar{س} \neq \bar{س}_0$.

احصاء الاختبار :

١- تحسب الفروق (ف) بين قيم المشاهدات وبين المتوسط المفترض .

$$ف = س - \bar{س}_0 \quad (11-29)$$

٢- يتم تجاهل الفروق الصفرية ، وتعطي الفروق المتبقية رتباً حسب ترتيبها تصاعدياً بعد تجاهل الإشارة . وفي حالة وجود قيم مكررة فإن كل منها تعطي رتبة تعادل المتوسط الحسابي لرتب القيم المكررة .

٣- احصاء ولكوكسون ونرمز له بالرمز و ، يعرف بأنه مجموع الرتب الموجبة ، وهو متغير عشوائي متقطع Discrete أو غير مستمر .

توزيع المعاينة :

باعتبار أن فرض العدم صحيح مع توافر الافتراضات الموضحة أعلاه ، فإن إحصاء ولكوكسون يتبع توزيع احتمالي خاص يطلق عليه توزيع احصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة (الجداول الإحصائية – جدول ١٠) .

قاعد القرار:

بفرض أن مستوى المعنوية α ، تكون قاعدة القرار كما يلي ، وهي تتوقف على الفرض البديل.

نرفض الفرض إذا كان	الفرض البديل
و ≥ و. حيث ح (و ≥ و٠) ≥ م	$\bar{س} < \bar{س}_٠$
و ≤ و٠ حيث ح (و ≤ و٠) ≥ م	$\bar{س} > \bar{س}_٠$
و ≥ و١ حيث (و ≥ و١) ≥ م/٢ و ≤ و٢ حيث ح (و ≤ و٢) ≥ م/٢	$\bar{س} \neq \bar{س}_٠$

ويجب ملاحظة أن الجدول الخاص بتوزيع احصاء ولكوكسون جدول (١٠) ، يعرض فقط جانباً واحد وهو ح (و ≥ و١) غير أن المعلومات عن الجانب الآخر يمكن الحصول عليها من العلاقة:

$$و_٢ = \frac{ن\,(ن + ١)}{٢} - و_١ \qquad (١٢-٢٩)$$

تطبيق (٢٩-٧):

تقوم إحدى شركات الأدوات الكهربائية بإنتاج وتسويق اللمبات الكهربائية ذات المائة واط – وتدعى الشركة أن كمية الكهرباء التي تستهلكها اللمبة في عشرة دقائق أقل من ٥٠ وحدة . تريد إحدى الهيئات استيراد كميات كبيرة من هـذه اللمبات بشرط أن تكون كمية الكهرباء أقل من ٥٠ وحدة . قامت الهيئة بتجربة ١٢ لمبة وسجلت كمية الكهرباء المستهلكة كما يلي : ٤٩,٢ ، ٤٩,١ ، ٤٨,٨ ، ٤٩,٧ ، ٥١,٨ ، ٤٩,٣ ، ٤٨,٩ ، ٤٨,٧ ، ٤٩,٦ ، ٤٩,٤ ، ٤٩,٠ ، ٥١,٥ . والمطلوب اختبار الفرض المناسب بمستوى معنوية ٠,٠١ إذا علم أن توزيـع المجتمع متماثل.

الحل : يمكن اختبار الفرض حول المتوسط الحسابي أو الوسيط وذلك باعتبار أنهما يتساويان في التوزيعات المتماثلة.

ف٠ : $\overline{س}$ = ٥٠

ف١ : $\overline{س}$ < ٥٠

احصاء الاختبار:

من المناسب استخدام اختبار ولكوكسون . نحسب الفروق س − ٥٠

−٠,٨ ، −٠,٩ ، −١,٢ ، −٠,٣ ، ١,٨ ، −٠,٧ ، −١,١ ، −١,٣ ، −٠,٤ ، −٠,٦ ، −١ ، ١,٥ وتكون الرتب المناظرة كما يلي (دون مراعاة الأشارة) ٥ ، ٦ ، ٩ ، ١ ، ١٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٠ ، ٢ ، ٣ ، ٧ ، ١١ ويكون مجموع الرتب الموجبة = ١٢ + ١١ = ٢٣ وهذه هي قيمة احصاء ولكوكسون المشاهدة.

وبالرجوع لكتاب الجداول الاحصائية ، جدول ١٠ والخاص بتوزيع احصاء ولكوكسون نجد أن : ح (و ٣ ٩) = ٠,٠٠٨١

أي أن الهيئة لا تستطيع رفض فرض العدم ، أي أنها لن تقوم بالشراء.

تطبيق (٢٩−٨):

تقوم إحدى الشركات تعليب الطماطم وبيعها في عبوات تزن الواحدة ٤٦ أوقية وليس من المرغوب فيه أن يكون متوسط وزن العبوة أكبر أو أقل من ٤٦ أوقية تم سحب عينة عشوائية من ١٠ عبوات وكان وزنها كما يلي:

٤٥,٦٣	٤٥,٨٢	٤٥,٧٧	٤٥,٨٠	٤٦,٢١
٤٦,٠٧	٤٦,١٦	٤٥,٩١	٤٥,٨٧	٤٦,٠٣

والمطلوب اختبار الفرض أن المتوسط هو ٤٦ باستخدام اختبـــار ولكوكـــسون للرتب بالإشارة مستخدماً ٥% مستوى معنوية.

الحل:

ف٠ : س = ٤٦

ف١ : س − ٤٦

س	س−٤٦	الرتبة (بدون اشارة)
٤٥,٦٣	−٠,٣٧	١٠
٤٥,٨٢	−٠,١٨	٦
٤٥,٧٧	−٠,٢٣	٩
٤٥,٨٠	−٠,٢٠	٧
٤٦,٢١	+٠,٢١	٨
٤٦,٠٧	+٠,٠٧	٢
٤٦,١٦	+٠,١٦	٥
٤٥,٩١	−٠,٠٩	٣
٤٥,٨٧	−٠,١٣	٤
٤٦,٠٣	+٠,٠٣	١

و = مجموع الرتب الموجبة = ١٦

ح (و ≥ ٨) = ٠,٠٢٤٤ أي أن و١ = ٨

$$و_٢ = \frac{ن\,(ن+١)}{٢} - و_١ = \frac{١٠\,(١١)}{٢} - ٨ = ٤٧$$

أي أن منطقة الرفض هي : و ≥ ٨ أو و ≤ ٤٧

وحيث أن قيمة (و) المشاهدة = ١٦ وهي لا تقع في منطقة الرفض - ولذا لا نرفض فرض العدم.

تطبيق (٢٩-٩):

في دراسة لاستهلاك السيارات للوقود ، تم جمع بيانات عن ١٢ سيارة من موديل معين . سحبت عشوائياً - وكانت عدد الأميال للجالون كما يلي:

٢٠,١	٢١	٢٠,٤	١٨,١	١٩	١٧,٨
٢٠,٣	١٩,٢	٢١,٥	١٩,٧	٢٠	١٨,٢

والمطلوب اختبار الفرض القائم على أدعاء الشركة بأن الوسيط هو ٢٠,٥ ميل للجالون بمستوى معنوية ٥%

القيم المشاهدة	القيمة- ٢٠,٥	رتب الفرق
٢٠,١	-٠,٤	٣
٢١,٠	٠,٥	٤،٥
٢٠,٤	-٠,١	١
١٨,١	-٢,٤	١١
١٩,٠	-١,٥	٩
١٧,٨	-٢,٧	١٢
٢٠,٣	-٠,٢	٢
١٩,٢	-١,٣	٨
٢١,٥	١	٧
١٩,٧	-٠,٨	٦
٢٠,٠	-٠,٥	٤،٥
١٨,٢	-٢,٣	١٠

ن = ١٢ و = ١١,٥

من جدول (١٠) ح (و ≥ ١٧) = ٠,٠٤٦١

أي أننا نرفض فرض العدم.

تطبيق (٢٩-١٠):

لاختبار فاعلية عقار مسكن ، تم أعطاء جرعات متساوية لسبعة فئران ، وبعــد

نصف ساعة تم تعريضهم لصدمات كهربائية يزداد فيها الفولت تدريجياً ، وتــم تسجيل أقل فولت يؤدي إلى انتفاضة عصبية ، وكانت كما يلي : ٩٨ ، ١٠٧ ، ١١٢ ، ٩٣ ، ١٤٩ ، ٨٥ ، ١٢٢ وتوضح الدراســات الــسابقة أن توزيعهــا متماثل . والمطلوب اختبار ما إذا كــان المتوســط الحــسابي (أو الوســيط) للمجتمع ٩٥ بمستوى معنوية ٥. %

الحل:

ف٠ : س̄ = ٩٥

ف١ : س̄ ≠ ٩٥

س̄ − ٩٥ : ٣ ، ١٢ ، ١٧ ، − ٢ ، ٥٤ ، − ١٠ ، ٢٧

الرتبة بدون الإشارة : ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١ ، ٧ ، ٣ ، ٦

مجموع الرتب الموجبة : و = ٢٤

من جدول (١٠) : ح (و ≥ ٢) = ٠,٠٢٣٤

و١ = ٢

و٢ = ن (ن+١) / ٢ − و١

= ٧ (٨) / ٢ − ٢ = ٢٦

منطقة الرفض و ≥ ٢ ، و ≤ ٢٦

وحيث أن قيمة الاحصاء المشاهدة (٢٤) ، أي لا تقع في منطقة الرفض،

ولذا فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم.

تطبيق (٢٩-١١):

فيما يلي عينة بدرجات مجموعة من الطلبة في أحد الاختبارات ، والمطلـــوب اختبار الفرض بأن متوسط الدرجات هو ٥٤ بمستوى معنوية ٥ % إذا علم أن توزيع الدرجات متماثل.

٦٠ ، ٤٢ ، ٣٦ ، ٥٥ ، ٤٦ ، ٦١ ، ٤٣ ، ٥٢ ، ٣٨

٦٤ ، ٣٩ ، ٤٥ ، ٥١ ، ٨٢ ، ٤١ ، ٥٨ ، ٢٩

الحل:

ف٠ : $\overline{س}$ = ٥٤

ف١ : $\overline{س}$ ≠ ٥٤

الفروق ف = س - ٥٤

٦ ، -١٢ ، -١٨ ، ١ ، -٨ ، ٧ ، -١١ ، -٢ ، -١٦

١٠ ، -١٥ ، -٩ ، -٣ ، ٢٨ ، -١٣ ، ٤ ، -٢٥

الرتب المؤشرة

٥ ، -١١ ، -١٥ ، ١ ، -٧ ، ٦ ، -١٠ ، -٢ ، -١٤

٩ ، -١٣ ، -٨ ، -٣ ، ١٧ ، -١٢ ، ٤ ، -١٦

مجموع الرتب الموجبة و = ٤٢

بالرجوع للجدول (١٠) : ح (و ≥ ٣٤) = ٠٢٢.

و١ = ٣٤

$و_2 = ١٧(١٨) /٢ ـ ٣٤ = ١١٩$

أي أن (و) لاتقع في منطقة الرفض ، وبذلك لانستطيع رفض فرض العدم.

٢٩-١-٢-٤ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة

بالرغم من وجود جداول لتوزيع ولكوكسون حتى حجم عينـــة(١) ن = ٥٠ فإن تقريب التوزيع الطبيعي تعتبر نتائجه معقولة بدءاً من ن = ٢٠ وأحياناً لأقل من هذا العدد ، وعلى أي حال فإنه إذا ظهرت النتيجة قريبة مـــن القيمـــة الحرجة فإنه من المرغوب فيه تطبيق الاختبار الأصـــلي Exact ، وهـــذه التحفظات ليست ضرورية إذا كانت ن ٢ ٣٠ وحتى في الحالات الأقل من ذلك طالما كانت النتيجة بعيدة عن القيمة الحرجة.

وفي هذه الحالة فإن (و) يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط و وتباين s2 و حيث :

$$\bar{و} = ن (ن + ١) / ٤ \qquad (١٣-٢٩)$$

$$\sigma^2_و = ن (ن + ١) (٢ن + ١) / ٢٤ \qquad (١٤-٢٩)$$

وعلى ذلك فإن

$$ط = \frac{و \pm ٠,٥ - \bar{و}}{\sigma_و} \qquad (١٥-٢٩)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

وباعتبار أن احصاء ولكوكسون غير مستمر ، تم إضافة ٠,٥ معامل[1] تصحيح الاستمرار Continuity correction للصيغة أعلاه وذلك يزيد

---

1 راجع القسم ٢١-٤-٥

من دقة النتائج ، وهذا المعامل لا يكون له تأثير فعال ويمكن إهماله إذا كان حجم العينة كبيراً .

تطبيق (٢٩-١٢):

المطلوب إجابة تطبيق (٢٩-١١) والخاص بدرجات الاختبار باستخدام تقريب التوزيع الطبيعي .

الحل : $\bar{و}$ = ن (ن + ١) / ٤ = ١٧ (١٨) / ٤ = ٧٦,٥

$\sigma^2_{و}$ = ن (ن+١)(٢ن+١)/٢٤ = ١٧(١٨)(٣٥)/٢٤ = ٤٤٦,٢٥

ط = (و + ٠,٥ − $\bar{و}$) / $\sigma_{و}$ = (٤٢,٥ − ٧٦,٥) / ٢١,١ = ١,٦١

ومن جدول التوزيع الطبيعيط

(٠,٠٢٥) = − ط (٠,٩٧٥) = − ١,٩٦

أي أن القيمة المشاهدة لا تقع في منطقة الرفض ، وعلى ذلك فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم.

٢٩-١-٢-٥ *إختبار الإشارة* Sign Test

يستخدم اختبار الإشارة لاختبار الفرض بأن الوسيط أو متوسط المجتمع يساوى قيمة معينة ، وذلك باستبدال أي قيمة تزيد عن س٠ بإشارة (+) وكل مشاهدة أقل بإشارة (−) مع حذف المشاهدات التي تساوى س٠ ، أي حذف الفروق الصفرية.

الافتراضات :

١ عينة عشوائية بسيطة .　　　　٢. المتغير مستمر .

٣ مستوى القياس ترتيبي .　　　　٤. توزيع المجتمع متماثل .

والشرط الأخير يكون مطلوباً في حالة الاختبار حول المتوسط الحسابي ، إذ أنه في هذه الحالة يتساوى الوسيط والمتوسط الحسابي .

الفروض :

إن فرض العدم $\overline{س} = \overline{س}_{٠}$ يكون مكافئاً لاختبار الفرض بأن ق = ١

حيث $\frac{ق}{٢}$

هي نسبة الإشارات الموجبة ، وكذلك فإن الفروض البديلة يمكن التعبير عنها كما يلي :

$\overline{س} \neq \overline{س}_{٠}$　يكافئ ق ≠ ١/٢

$\overline{س} < \overline{س}_{٠}$　يكافئ ق < ١/٢

$\overline{س} > \overline{س}_{٠}$　يكافئ ق > ١/٢

أي أن الاختبار ماهو إلا حالة خاصة من اختبار ذي الحدين مع ق = ١/٢

منطقة الرفض :

باعتبار أن (مـ) مستوى المعنوية فإن منطقة الرفض تكون كما يلي :

(أ) حالة الاختبار من جانبين : حيث يكون الفرض البديل ق ≠ $\frac{١}{٢}$

فإن منطقة الرفض تكون   ص ≤ ص١   ،   ص ≥ ص٢

حيث ص١ هو أكبر عدد صحيح ، ص٢ هو أصغر عدد صحيح ، حيث :

ح ن،٠,٥ (ص١) ≤ ٣ مـ/٢   (٢٩-١٦)

ح ن،٠,٥ (ص٢-١) ≤ ١ - مـ /٢   (٢٩-١٧)

(ب) حالة الاختبار من جانب واحد ، إذا كان الفرض البديل ق < ١/ ٢ نستخدم الصيغة (٢٩-١٦) وإذا كان الفرض البديل ق > ١/٢ نستخدم الصيغة (٢٩-١٧) مع استخدام مـ بدلاً من مـ/٢ .

ملاحظات :

(1) يعد هذا الاختبار من أقدم الاختبارات اللامعلمية ، وقدمه أربوثنوت Arbuthnott, J. عام ١٧١٠ م ، وقد طبقه على سجلات احصاءات المواليد في لندن ، لاختبار الفرض بأن نسبة المواليد الذكور تفوق نسبة الإناث خلال الفترة.

ويمكن اعتبار اختبار الإشارة النموذج الرائد لكل الاختبارات الإحصائية (معلمية وغير معلمية)

(2) الكفاءة النسبية للاختبار ٧٥ % بالمقارنة باختبار ت

تطبيق (٢٩-١٣):

في دراسة لتحديد درجة الأوكتين Octane rating في البنزين تم الحصول على البيانات التالية من عينة عشوائية:

١٠١ ، ١٠٣,٣ ، ١٠١,٨ ، ١٠٢,٥ ، ١٠١,٧

٩٨,٢ ، ١٠١,١ ، ١٠٤,٥ ، ١٠٥,٣ ، ٩٩,٤

١٠٢,٤ ، ١٠٠,٩ ، ١٠٠,٣ ، ١٠٠ ، ١٠٣,٦

والمطلوب اختبار الفرض أن متوسط درجة الأوكتين لهذا النوع من البنزين هو ١٠٠ ضد الفرض البديل أن درجة الأوكتين أكبر من ذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل : الفروض

الأصلية : ف٠ : س = ١٠٠ ، ف١ : س > ١٠٠

حسب اختبار الإشارة : ف٠ : ق = ٠,٥ ، ف١ : ق > ٠,٥

احصاء الاختبار ، عدد الإشارات الموجبة (عدد حالات النجاح) : نحسب الفروق س − ١٠٠ ونعبر عن النتيجة بالإشارة المناسبة :

+	+	+	+	+
−	+	+	+	−
+	+	+	0	+

ن = ١٤ (بعد استبعاد الفروق الصفرية)

توزيع المعاينة : توزيع(١) ذي الحدين ، ن = ١٤ ، احتمال النجاح = $\frac{١}{٢}$

عدد الإشارات الموجبة ص ١٢

منطقة الرفض : ص ≤ ص٢ حيث ص٢ أصغر عدد صحيح بحيث :

ح١٤،٠,٥ (ص٢ − ١) > ٠,٩٥

من جدول ١٠ ، ص٢ − ١=١٠ ، ص٢ = ١١

وحيث أن قيمة ص المشاهدة = ١٢ أي تقع في منطقة الرفض ، لذا فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تطبيق (٢٩-١٤):

باستخدام البيانات الواردة في التطبيق (٢٩-١١) ، المطلوب اختبار الفرض باستخدام اختبار الإشارة.

الحل :

$ف_٠$: س = ٥٤

$ف_١$: س ≠ ٥٤

نقوم بحساب الفروق ص - ٥٤ ونسجل الإشارة المناسبة

+ − − + − + − − −

+ − − − + − + −

احصاء الاختبار ص = عدد الإشارات الموجبة (المشاهد ٦) ويصبح الفرض :

$ف_٠$: ق = ٢/١

$ف_١$: ق ≠ ٢/١ عدد المحاولات ن = ١٧

منطقة الرفض : ص ≥ $ص_١$ ، ص ≤ $ص_٢$

حيث $ص_١$ أكبر عدد صحيح حيث $ح_{١٧}$ ، ه ($ص_١$) > ٠,٠٢٥

$ص_٢$ أصغر عدد صحيح حيث $ح_{١٧}$ ، ه ($ص_٢$ - ١) > ٠,٩٧٥

من جدول توزيع ذي الحدين المتجمع (جدول ٨) نجد أن :

$ص_١$ = ٤ ، $ص_٢$ - ١ =١٢ أي أن $ص_٢$ = ١٣

وحيث أن قيمة ص المشاهدة = ٦ لا تقع في منطقة الرفض فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم.

٢٩-١-٢-٦ اختبار الإشارة للعينات الكبيرة

إذا كان حجم العينة كبيراً ، يمكن استخدام تقريب التوزيع الطبيعي ، وفي هـــذا الاختبار تكون النتائج متقاربة ، بدءاً من حجم عينة أكبر من عشر وحدات (ن > ١٠) وفي هذه الحالة يمكن استخدام الإحصاء التالي ، وهو يتبـــع التوزيـــع الطبيعي المعياري.

$$ط = \frac{ص \pm ٠,٥ - ٠,٥\ ن}{٠,٥ \sqrt{ن}} \qquad (٢٩-١٨)$$

حيث ص عدد الإشارات الموجبة ، ن عدد المشاهدات أو الإشـــارات (غيـــر الصفرية)

ويلاحظ أن القرار ± ٠,٥ في الصيغة أعلاه هو التصحيح المطلوب للمجتمـــع المستمر وتتم الإضافة في حالة ص < ٠,٥ ن والطرح في حالـــة ص > ٠,٥ ن.

تطبيق (٢٩-١٥):

البيانات التالية تخص عينة من مجتمع مستمر ، والمطلوب باستخدام مـــستوى معنوية ٥ % اختبار الفرض أن الوسيط = ١٥ ضد الفرض البديل أن الوسيط ليس ١٥.

8	10	17	15	16	20
11	9	10	10	18	15
11	12	19	13	14	12

ف٠ : و = ١٥

ف١ : و ≠ ١٥

نوجد الفروق : ص - ١٥ ونسجل الإشارات

+ + 0 + - -

0 + - - - -

- - - + - -

يمكن استخدام تقريب التوزيع الطبيعي

الاحصاء ص = عدد (الإشارات الموجبة) (تستبعد الفروق الصفرية)

∴ ص = ٥ ن = ١٦

$$ص = \frac{ص \pm ٠,٥ - ٠,٥ \, ن}{\sqrt{٠,٥} \quad ن}$$

$$= \frac{٥ + ٠,٥ - ٠,٥ \, (١٦)}{\sqrt{٠,٥} \quad ١٦} = - ١,٢٥$$

وحيث أن الرقم لا يقع في منطقة الرفض (أقل من - ١,٩٦)

نقبل الفرض ف٠

٣٩-٣ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة

حالة البيانات المرتبطة تكون عند وجود علاقة بين العينتين ، أي أن سحب أحداهما لا يكون مستقلاً عن سحب الأخرى ، وبتحديد أكثر يكون ذلك عند وجود علاقة تناظرية One - to - one relationship بين وحدات عينة

والوحدات بعينة أخرى . وتسمى هذه الحالـــة بالمقارنـــة الزوجيـــة Paired comparison .

٢٩-٢-١ المقارنة الزوجية Paired comparison

المقارنة الزوجية Paired comparison يمكن تقسيمها إلى نـــوعين : المجموعات المتناظرة ، مجموعات العينة الواحدة.

(أ) المجموعات المتناظرةMatched groups

ويكون التناظر على مستويات مختلفة يمكن عرضها فيما يلي:

(1) تناظر بـــسيط Simple matching للأزواج تبعاً للخاصية محل الفحـــص فمثلاً عند مقارنة كفاءة نوعين من العلاج لمشكلة السمنة ، وبفرض أنه معلـــوم من دراسات سابقة أو من تجارب استطلاعية أن هذه الكفاءة تعتمد علـــى وزن المريض ، فإن ذلك يتطلب عمل أزواج من المرضى تبعاً لأوزانهم عند بدايـــة التجربة ، مع تخصيص علاج لواحد من الزوج والعلاج الآخر للمريض الثاني، وذلك بصورة عشوائية.

(2) **التناظر المتماثل** : Symmetrical matching ويبدو ذلك بصورة مكثفـــة في التطبيقات الحيوية ، فمثلاً عند مقارنة تأثير نوعين من عـــلاج الأمـــراض الجلدية فإنه يتم تطبيق كل منها على المريض بحيث يكون كل عـــلاج بجهـــة مختلفة من جسمه.

(3)**العينات المنشقة** : Split samples وهنا يتم تقسيم كل وحدة من وحـــدات العينة إلى قسمين ، مثلاً قطع من الخشب ، الورق ، حديد ، مـــادة كيميائيـــة ،

وذلك عند مقارنة طريقة جديدة بطريقة قائمة.

(ب) مجموعات العينة الواحدة Single sample groups

وهنا يتم فحص كل وحدة من وحدات العينة في مناسبتين مختلفتين ، وتبدو في الحالات التالية:

(1) معاملات مختلفة : Different treatments كما في حالة مقارنة نوعين من البنزين على عينة من السيارات لقياس كفاءة كل منها بالنسبة للمسافة المقطوعة . وفي هذا التصميم يلزم الحذر خاصة في التجارب الحيوية بحيث لا تؤثر المعاملة الأولى على نتائج المعامل الثانية.

(2) **طرق مختلفة** : كما في حالة تطبيق طريقتين للاختبار ، شفهي وتحريري مثلاً.

(3) **مشاهدين مختلفين** : Different observers كما في حالة مقارنة نتائج مصححين مستقلين لعينة من التلاميذ ، أو محكمين مختلفين ،

(4) **ظروف مختلفة** : Different occasions قبل وبعد Before and after حدث معين قد يؤثر على وحدات العينة.

٢٩-٢-٢ إختبار - ت - الزوجي

يستخدم لمقارنة متوسطين مرتبطين وكما سبق أيضاحه.

الافتراضات :

(1) عينة عشوائية بسيطة.

(2) مستوى القياس فترى.

(3) الفروق $د = س_1 - س_2$ تتبع التوزيع الطبيعي.

(٣) فرض العدم :

$ف_0 : \bar{س}_1 = \bar{س}_2$

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة $\bar{س}_1 \leq \bar{س}_2$ أو $\bar{س}_1 \geq \bar{س}_2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

(٤) الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

(أ) $ف_1 : \bar{س}_1 > \bar{س}_2$

(ب) $ف_1 :: \bar{س}_1 < \bar{س}_2$

(جـ) $ف_1 : \bar{س}_1 \neq \bar{س}_2$

مثل هذه المشاكل يمكن تحويلها إلى فرض يتعلق بعينة واحدة وذلك باستخدام الفروق بين المشاهدات :

$$د = س_1 - س_2 \qquad (٢٩-١٩)$$

ويكون متوسط الفروق في العينة :

$$\bar{د} = \bar{س}_1 - \bar{س}_2 \qquad (٢٩-٢٠)$$

ومتوسط الفروق في المجتمع :

$$\bar{د} = \bar{س}_1 - \bar{س}_2 \qquad (٢٩-٢١)$$

وبذلك يمكن كتابة فرض العدم كما يلى :

ف٠ : $\bar{د}$ = صفر

احصاء الاختبار

$$ص = \frac{\bar{د}}{ء_{\bar{د}}} \qquad (٢٩-٢٢)$$

وهو يتبع توزيع **ت** بدرجات حرية ن − ١ ، حيث ء د− هو الانحراف المعياري لمتوسط الفروق :

$$ء_{\bar{د}} = \frac{ء_د}{\sqrt{ن}} \qquad (٢٩-٢٣)$$

واستخدام معامل التصحيح كما سبق إيضاحه في الصيغة (٢٩-٣)

قاعدة القرار :

بفرض أن مستوى المعنوية (مـ) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة ص فـي منطقة القبول ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض وكما هي موضحة فيما يلي وهي تعتمد على الفرض البديل ، وذلك تبعاً لتوزيع ت – جدول (٣) بالملحق

الفرض البديل	منطقة الرفض
$\bar{د}$ > صفر	ص > ت ن −١ (١− مـ)
$\bar{د}$ < صفر	ص < − ت ن−١ (١− مـ)
$\bar{د}$ ≠ صفر	ص ≥ − ت ن−١ (١− مـ /٢)
	ص ≤ ت ن−١ (١− مـ /٢)

تطبيق (٢٩-١٦):

في دراسة لتأثير إحدى المعاملات على تخفيض ضغط الدم الانقباضي ، تـم القياس قبل وبعد المعاملة لإثنى عشر من المرضى ذوى الـضغط المرتفـع ، ودونت القياسات بالجدول أدناه والمطلوب اختبار الفرض بأن المعاملة تـؤدي إلى تخفيض ضغط الدم بمستوى معنوية ١% .

ضغط الدم قبل وبعد المعالجة

المريض	قبل (س١)	بعد (س٢)	د = س١ – س٢
١	١٦٤	١٤٥	١٩
٢	١٧٩	١٨٢	٣-
٣	١٩٧	١٩٧	٠
٤	١٧٥	١٥٩	١٦
٥	١٦٥	١٥١	١٤
٦	١٧٢	١٧٤	٢-
٧	١٦٦	١٥٢	١٤
٨	١٨٩	١٥٣	٣٦
٩	١٦٤	١٥٣	١١
١٠	١٥٨	١٥١	٧
١١	١٩٧	١٩٣	٤
١٢	١٨٢	١٨٣	١-
			١١٥

الحل :

ف٠ : س̄١ = س̄٢ ويكافئ د̄ = صفر

ف١ : س̄١ > س̄٢ ويكافئ د̄ > صفر

نوجد الفرق د وهو القياس قبل المعالجة ناقصاً القياس بعد المعالجة ،

متوسط الفروق د̄ = ٩,٥٨ ، وانحرافها المعياري ع د = ١١,٢٩

$$ص = \frac{٩,٥٨ - ٠}{١١,٢٩ / \sqrt{١٢}} = ٢,٩٤$$

وبالرجوع لجدول توزيع ت ، جدول (٣)بـالملحق نجـد أن ت١١ (٠,٩٩)= ٢,٧١٨ وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد ٢,٩٤ أكبر منهـا تكـون النتيجـة معنوية، ونرفض فرض العدم بتساوى ضغط الدم قبل وبعد المعاملة ، ونقبـل الفرض البديل باعتبار أن المعاملة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم.

تطبيق (٢٩-١٧):

عشرة من المعينين حديثاً بوحدات الجيش تم إلحاقهم بأحد البـرامج التدريبيـة وسجلت أوزانهم قبل وبعد التدريب . وكانت كما يلي:

الوزن قبل	بعد
١٢٧	١٣٥
١٩٥	٢٠٠
١٦٢	١٦٠
١٧٠	١٨٢
١٤٣	١٤٧
٢٠٥	٢٠٠
١٦٨	١٧٢
١٧٥	١٨٦
١٩٧	١٩٤
١٣٦	١٤١

باستخدام مستوى معنوية ٥ % . هل يمكن أن نقرر أن البرنامج يـؤثر علـى الملتحقين الجدد.

الفروض : ف٠ : $\overline{س}١ = \overline{س}٢$ ف١ : $\overline{س}١ \neq \overline{س}٢$

تكـافئ ف٠ : $\overline{د}$ = صـفر ف١ : $\overline{د} \neq$ صفر

حجم العينة ن = ١٠ مستوى المعنوية مـ = ٠,٠٥

حيث أن القياسان (المتغيران) تحدث في أزواج نستخدم الإحصاء:

$$ص = \frac{\overline{د}}{ع_د / \sqrt{ن}}$$

والذي يتبع توزيع $ت_{ن-١}$

منطقة الرفض : ص ≥ − $ت_{٩}$ (٠,٩٧٥) = − ٢,٢٦٢

أو ص ≤ $ت_{٩}$ (٠,٩٧٥) = ٢,٢٦٢

الوزن قبل	بعد	د	$د^2$
١٢٧	١٣٥	-٨	٦٤
١٩٥	٢٠٠	-٥	٢٥
١٦٢	١٦٠	٢	٤
١٧٠	١٨٢	-١٢	١٤٤
١٤٣	١٤٧	-٤	١٦
٢٠٥	٢٠٠	٥	٢٥
١٦٨	١٧٢	-٤	١٦
١٧٥	١٨٦	-١١	١٢١
١٩٧	١٩٤	٣	٩
١٣٦	١٤١	-٥	٢٥
		-٣٩	٤٤٩

$$\bar{\text{د}} = \frac{\text{مجـ د}}{\text{ن}} = \frac{-٣٩}{١٠} = -٣,٩$$

$$\text{ع}^2_{\text{د}} = \frac{١}{\text{ن} - ١} \left(\text{مجـ د}^2 - \frac{(\text{مجـ د})^2}{\text{ن}} \right)$$

$$= \frac{1}{9}\ \{ 449 - \frac{(-39)^2}{10} \} = 32{,}989$$

$$\sqrt{ع_د} = \sqrt{32{,}989} = 5{,}744$$

$$ص = \frac{\bar{د}}{ع_د / \sqrt{ن}} = \frac{-3{,}9}{5{,}744 / \sqrt{10}} = 2{,}147$$

وحيث أن القيمة المشاهدة للإحصاء لا تقع في منطقة الرفض ، فإننا نقبل فرض العدم . أي أن التجربة لم تعطي دليلاً كافياً لتقرير أن البرنامج يغير من الوزن .

تطبيق (٢٩-١٨):

فيما يلي درجات اختبارين في الإحصاء لعدد ١٢ طالب في فترتين مختلفتين . المطلوب اختبار الفرض بعدم وجود فرق في الدرجات ضد الفرض بأن الدرجات كانت أقل في الاختبار الأول وذلك باستخدام مستوى معنوية ٥ ٪ .

الحل :

الفروض : $ف_0 : \bar{س}_1 = \bar{س}_2$ ، $ف_1 : \bar{س}_1 < \bar{س}_2$

وذلك يكافئ $ف_0 : \bar{د} =$ صفر ، $ف_1 : \bar{د} <$ صفر

الاختبار الأول	الثاني
٦٤	٨٠
٢٨	٨٧
٩٠	٩٠
٣٠	٥٧
٩٧	٨٩
٢٠	٥١
١٠٠	٨١
٦٧	٨٢
٥٤	٨٩
٤٤	٧٨
١٠٠	١٠٠
٧٩	٨١

د = س١ – س٢ = – ١٦ ، – ٥٩ ، صفر ، – ٢٧ ، ٨ ، – ٣١ ، ١٩ ، – ١٥ ، – ٣٥ ، – ٣٤ ، صفر ، – ٢

د = مجـ د / ن = –١٩٢ / ١٢ = – ١٦

ع د = ٢٢,١

ص = د / (ع د / √ن) = –١٦ / (٢٢,١ / √١٢) = – ٢,٥

ت ١١ (٠,٠٥) = - ١,٧٩٦

وبذلك نرفض فرض العدم ، ونقبل البديل وهو أن الدرجات كانت أقل في الاختبار الأول.

ملحوظة : يجب اختبار شرط التوزيع الطبيعي ، مثلاً باستخدام اختبار ليليفورز.

تطبيق (٢٩-١٩):

٢٠ مريض بالسمنة طبق عليهم نظام غذائي معين لإنقاص الوزن وقد سجلت أوزانهم قبل وبعد التطبيق وفيما يلي تغير الوزن (قبل - بعد) لكل مريض.

حدد الفرض الصفري والبديل لاختبار فعالية النظام الغذائي باستخدام مستوى معنوية ٥ ٪.

٧	-٦	٣	١	٦	٤	٩	-٥	٩	٧
-٣	٧	-٩	٨	٦	-٤	٤	٩	-٦	١

الحل (١) :

ف٠ : $\bar{س}_1 = \bar{س}_2$ ويكافئ $\bar{د}$ = صفر

ف١ : $\bar{س}_1 > \bar{س}_2$ ويكافئ $\bar{د}$ > صفر

$\bar{د}$ = ٢,٤ ع د = ٥,٨٧٩

$$ص = \frac{\bar{د}}{ع / \sqrt{ن}} = \frac{٢,٤}{٥,٨٧٩ / \sqrt{٢٠}} = ١,٨٢٦$$

ت ١٩ (٠,٩٥) = ١,٧٢٩

∴ نرفض فرض المساواه ونقبل الفرض البديل أي أن النظام الغذائي له فعالية في إنقاص الوزن.

٢٩-٢-٣ تقدير الفرق بين متوسطين

لتقدير فترة ثقة للفرق بين المتوسطين $\overline{س}_1 - \overline{س}_2$ بمستوى ثقة ث = ١ - مـ نستخدم الصيغة التالية:

حدى الثقة = د $\pm$ ت ن - ١ (١-مـ/٢) $\sqrt{ء د / ن}$ (٢٩-٢٤)

تطبيق (٢٩-٢٠):

في التطبيق (٢٩-١٨) الخاص بإجراء اختبارين لمجموعة من الطلبة، المطلوب تقدير التغير (الفرق) في الدرجات بدرجة ثقة ٩٥ ٪ .

الحل:

باستخدام الصيغة (٢٩-٢٤)، وباعتبار أن التغير = الزيادة في الدرجات: $\overline{س}_2 - \overline{س}_1$

حدى الثقة = د $\pm$ ت ن - ١ (١-مـ/٢) $\sqrt{ء د / ن}$

= ١٦ $\pm$ ٢,٢٠١ ($\sqrt{٢٢,١ / ١٢}$)

= ١٦ $\pm$ ١٤

= (٢,٣٠)

٢٩-٢-٤ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة

يستخدم اختبار ولكوكسون والذي تم عرضه في المقطع (٢٩-١-٢-٣) لاختبار الفرض حول متوسطين مرتبطين . ويطبق الاختبار بنفس الشروط والصيغ والإجراءات السابق عرضها ، غير أننا نستخدم هنا الفرق د=س١-س٢ بدلاً من قيم س واعتبار أن المتوسط (الوسيط) يساوى صفرا.

تطبيق (٢٩-٢١):

في تطبيق(٢٩-١٦) الخاص بتجربة أحد المعالجات على مجموعة من مرضى ضغط الدم . المطلوب اختبار الفرض بأن المعالجة تؤدى إلى تخفيض ضغط الدم وذلك باستخدام اختبار الرتب المؤشرة ، وبمستوى معنوية ١٪ .

ضغط الدم قبل وبعد المعالجة

قبل	بعد	الفرق	الرتب	الرتب الموجبة
١٦٤	١٤٥	١٩	١٠	١٠
١٧٩	١٨٢	٣-	٣	
١٩٧	١٩٧	٠	٠	
١٧٥	١٥٩	١٦	٩	٩
١٦٥	١٥١	١٤	٧،٥	٧،٥
١٧٢	١٧٤	٢-	٢	
١٦٦	١٥٢	١٤	٧،٥	٧،٥
١٨٩	١٥٣	٣٦	١١	١١
١٦٤	١٥٣	١١	٦	٦
١٥٨	١٥١	٧	٥	٥
١٩٧	١٩٣	٤	٤	٤
١٨٢	١٨٣	١-	١	
				٦٠

الحل :

$ف_0$: $\overline{س}_1 = \overline{س}_2$ $ف_1$: $\overline{س}_1 > \overline{س}_2$

و = ٦٠ ومن جدول ١٠ وعند ن = ١٢ نجـد أن ح (و ٣ ٩) = ٠,٠٠٨١
وباستخدام العلاقة (٣-١٢) فإن القيمة الحرجة:

$$و_ж = \frac{١٢ (١٣)}{٢} - ٩ = ٦٩$$

أي أن القيمة المشاهدة (٦٠) غير معنوية ، ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم.

ولإيضاح كيفية إستخدام التوزيع الطبيعى كتقريب :

$$\overline{ص} = \frac{١}{٤} (١٢) (١٣) = ٣٩$$

$$\sigma^٢_ص = \frac{١}{٢٤} (ن - ن + ١) (٢ ن + ١)$$

$$= \frac{1}{٢٤} (١٢) (١٣) (٢٥) = ١٦٢،٥$$

$$و = \frac{٣٩ - ٦٠}{\sqrt{١٦٢،٥}} = ١،٦٤٧$$

وبالرجوع لجدول التوزيع الطبيعي ، نجد أن ط (٠,٩٩) = ٢,٣٣
ولذا فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم

تطبيق (٢٩-٢٢):

فيما يلي عينة عشوائية من عشرة طلاب ، توضح درجاتهم في مادتي الإحصاء والإقتصاد . والمطلوب اختبار الفرض أن متوسط درجات الإحصاء أقل من الإقتصاد ضد الفرض البديل بأنه أكبر ، وذلك بمستوى معنوية ٥ ٪. أي أن :

ف٠ : = $\overline{س}$١ ≥ $\overline{س}$٢ ف١ : $\overline{س}$١ > $\overline{س}$٢

درجة الإحصاء	٦٧	٨٢	٧٢	٦٧	٧٢	٩١	٩٠	٧٨	٩٢	٨٨
درجة الإقتصاد	٦٩	٧١	٧٣	٧٠	٧١	٨٣	٨٤	٧٢	٨٢	٨٣

الحل: س١ – س٢ :

٢-	١١	١-	٣-	١	٨	٦	٦	١٠	٥

الرتبة :

٣	١٠	١,٥	٤	١,٥	٨	٦,٥	٦,٥	٩	٥

مجموع الرتب الموجبة : و = ٤٦,٥ .

من جدول (١٠) نجد أن ح (ص ≥ ١٠) = ٠,٠٤٢

وباستخدام العلاقة (٢٩-١٢) فإن القيمة الحرجة . و* = ١٠(١١) /٢ ــ ١٠ = ٤٥

أي أن القيمة المشاهدة (٤٦,٥) تقع في منطقة الرفض – ولذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

٢٩-٢-٥ اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة

يستخدم لمقارنة متوسطين مرتبطين ، وبنفس الشروط والصيغ والإجراءات التي سبق عرضها عند اختبار الفروض حول متوسط المجتمع ، مع مراعاة الفروق الموضحة بالقسم (٢٩-٢- ٢)

تطبيق (٢٩-٢٣):

المطلوب اختبار الفرض الوارد في التطبيق (٢٩-٢٢) باستخدام تقريب بالتوزيع الطبيعي.

الحل : $\bar{\text{و}}$ = ن (ن + ١) / ٤ = ١٠ (١١) / ٤ = ٢٧,٥

$\sigma^{2}_{\text{و}}$ = ن (ن+١) (٢ن+١)/٢٤= ١٠(١١) (٢١)/٢٤= ٩٦,٢٥

$$\text{و}/ = \frac{\text{و} - ٢٧٫٥}{\sigma_{\text{و}}} = \frac{٤٦٫٥ - \text{و}}{\sqrt{٩٦٫٢٥}} = ١٫٩٣٧$$

وحيث أن هذه القيمة أكبر من ط (٠,٩٥) = ١,٦٥ نرفض الفرض

٢٩-٢-٦ إختبار الإشارة

يستخدم إختبار الإشارة والذي تم عرضه في القسم(٢٩ -١-٢-٥) لإختبار الفرض حول متوسطين مرتبطين . ويطبق الإختبار بنفس الشروط والصيغ والإجراءات السابق عرضها . غير أننا نستخدم هنا الفرق د =س١- س٢ بدلاً من قيم س ، واعتبار المتوسط (الوسيط) يساوى صفر . أي أننا

نعبر عن كل زوج من القيم بإشارة موجبة أو سالبة.

تطبيق (٢٩-٢٤):

في دراسة لتقييم فعالية نظام مراقبة للمرور ، تم تسجيل عدد الحـــوادث التـــي وقعت عند ١٢ تقاطع خطر خلال الشهر السابق والشهر اللاحق لتطبيق النظام الجديد ، وكانت البيانات كما يلي :

(3،2) (3،0)	(3،2)	(2،0)	(5،2)	(3،1)
(1،0) (0،2)	(4،1)	(6،4)	(1،3)	(4،3)

والمطلوب إختبار فرض العدم بأن نظام مراقبة المرور الجديـــد غيـــر فعـــال بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل : ف٠ : $\overline{س}$ ١ = $\overline{س}$ ٢

ف١ : $\overline{س}$ ١ > $\overline{س}$ ٢

الإشارات + + + + + +

− + + + − +

ح (س ≤ ١٠) = ١ − ح (س ≥ ٩) = ١ − ح (٩) = ١ − ٠,٩٨٠٧ = ٠,٠١٩٣

ويمثل ذلك مستوى المعنوية الحقيقي ، وحيث أنه أصغر من مستوى المعنوية الإسمى (٠,٠٥) لذا فإننا نرفض فرض العدم ، ونقبل الفرض البديل بأن النظام الجديد فعال ويخفض من الحوادث.

٢٩-٣ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة

نعرض في هذا الفصل مجموعة من الأساليب الإحصائية الموجهة نحو الإستقراء حول متوسطين ، في حالة استقلال البيانات .

عرض عدد من الأساليب البديلة المتاحة ، مع ترتيبها حسب الأفضلية بحيث ينصح الباحث بالإختيار بين الأساليب البديلة حسب ترتيب عرضها ، وفي حالة عدم توفر الشروط أو ملائمة الظروف يلجأ للأسلوب الذي يليه **وهكذا.**

٢٩-٣-١ الإختبار الطبيعي

يستخدم لإختبار الفرض حول متوسطين :

الإفتراضات

١- مستوى القياس كمي

٢- عينات عشوائية بسيطة

٣- المشاهدات (العينات) مستقلة

٤- تباين المجتمعان معلوم $\sigma^2_{\text{س}1}$ $\sigma^2_{\text{س}2}$

فرض العدم :

ف٠ : $\bar{\text{س}}_1 = \bar{\text{س}}_2$

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة $\bar{\text{س}}_1 \geq \bar{\text{س}}_2$ أو $\bar{\text{س}}_1 \leq \bar{\text{س}}_2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

(أ) ف١ : $\bar{س}_١ > \bar{س}_٢$

(ب) ف١ : $\bar{س}_١ < \bar{س}_٢$

(جـ) ف١ : $\bar{س}_١ \neq \bar{س}_٢$

إحصاء الاختبار

$$ص = \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{\sigma_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}} \qquad (٢٩-٢٥)$$

حيث :

$$\sigma_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = \sqrt{\sigma^٢_١ / ن_١ + \sigma^٢_١ / ن_٢} \qquad (٢٩-٢٦)$$

توزيع المعاينة

إحصاء الإختبار أعلاه يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

قاعدة القرار

القواعد مماثلة لما ورد في القسم ٢٩-١-٢-١ بشأن الاختبار الطبيعى حــول متوسط المجتمع.

$$ف_٠ : \bar{س}_١ = \bar{س}_٢ = د \qquad (٢٩-٢٧)$$

تطبيق (٢٩-٢٥):

في مقارنة لكمية النيكوتين بين نوعين من السجائر تـم سـحب عينـة عشوائية من ٥٠ سيجارة من النوع الأول وعينة ٤٠ سيجارة من النوع الثاني . فإذا علم من الدراسات السابقة أن الإنحـراف الميعـاري هـو ٠,١٢ ، ٠,١٤ للمجتمعين على الترتيب . وقد أظهرت النتائج أن المتوسط بالعينة الأولى هـو ٢,٦١ ملليجرام وبالعينة الثانية ٢,٣٨ ملليجرام . والمطلوب اختبـار الفـرض بعدم وجود فروق بين نوعي السجاير وذلك مـستوى معنويـة ١ ٪ . ضـد الفرض البديل بأن كمية النيكوتين بالنوع الأول أكبر .

الحل :

$\text{ف}_{\text{٠}} : \bar{\text{س}}_{\text{١}} = \bar{\text{س}}_{\text{٢}}$

$\text{ف}_{\text{١}} : \bar{\text{س}}_{\text{١}} > \bar{\text{س}}_{\text{٢}}$

$$\text{ص} = \frac{\text{٢,٦١} - \text{٢,٣٨}}{\sqrt{[\text{٠,١٢}^{\text{٢}}/\text{٥٠} + \text{٠,١٤}^{\text{٢}}/\text{٤٠}]}} = \text{٨,٢١٤}$$

وحيث أن ط (٠,٩٩) = ٢,٣٣

لذا فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بأن النيكوتين بـالنوع الأول من السجائر أكبر منه في النوع الثاني.

تطبيق (٢٩-٢٦):

باستخدام البيانات بالتطبيق السابق ، المطلوب إختبـار الفـرض بـأن كميـة النيكوتين بالسيجارة من النوع الأول تزيد عنها في النوع الثـاني بمقـدار ٠,٢

ملليجرام ، ضد الفرض البديل بأن الفرق لا يساوي ذلك المقدار . وذلك بستوى معنوية ٥%

$$ص = \frac{(\bar{س}_{١} = \bar{س}_{٢})د}{\sqrt{\frac{\sigma_{١}^{٢}}{ن_{١}} + \frac{\sigma_{٢}^{٢}}{ن_{٢}}}}$$

$$ص = \frac{(٢،٦١ - ٢،٣٨) - ٠,٢}{\sqrt{\frac{(٠،١٢)^{٢}}{٥٠} + \frac{(٠،١٤)^{٢}}{٤٠}}} = \frac{٠,٠٣}{٠,٠٢٨} = ١,٠٧$$

ط (٠,٩٧٥) = ١,٩٦

ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

٢٩-٣-٢ تقدير الفرق بين متوسطين

مع مراعاة الشروط الواردة في الإختبار الطبيعي يمكن تقدير فترة ثقة للفــرق بين متوسطين ، بدرجة ثقة = ث = ١ - م باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{حدى الثقة} = \bar{س}_{١} - \bar{س}_{٢} \pm ط_{(١-م/٢)} \sqrt{\frac{\sigma_{١}^{٢}}{ن_{١}} + \frac{\sigma_{٢}^{٢}}{ن_{٢}}}$$

تطبيق (٢٩-٢٧):

باستخدام البيانات بالتطبيق (٢٩-٢٥) المطلوب تقدير الفرق بين متوسط كمية النيكوتين في كلا النوعين من السجاير ، وذلك بدرجة ثقة ٩٠ ٪ .

$$\text{حدى الثقة} = \bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٢} \pm \text{ط}_{(٠,٩٥)} \sqrt{\frac{(٠,١٢)^{٢}}{٥٠} + \frac{(٠,١٤)^{٢}}{٤٠}}$$

= (٢,٦١- ٢,٣٨) ± ١,٦٥ (٠٢٨,)

= ٠,٢٣ ± ٠,٠٤٦

= (٠,٢٨ ، ٠,١٨)

٢٩-٣-٣ اختبار ت - فيشر

وهو يماثل الإختبار الطبيعي أعلاه في الهدف والفروض وقاعدة القرار. كما يعتمد على نفس الإفتراضات السابقة غير أن التباين يفترض أنه مشترك في المجتمعين ولكنه غير معلوم كما يفترض أن المجتمعان يتبعان التوزيع الطبيعي.

إحصاء الاختبار:

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}}_{١} = \bar{\text{س}}_{٢}}{\text{ع}_{\bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٢}}} \qquad (٢٩-٢٩)$$

$$\text{ع}^2_{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2} = \text{ع}^2 / \text{ن}_1 + \text{ع}^2 / \text{ن}_2 \qquad (٢٩-٣٠)$$

$$\text{ع}^2 = \frac{\text{ع}_1^2(\text{ن}_1 - ١) + \text{ع}_2^2(\text{ن}_2 - ١)}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - ٢} \qquad (٢٩-٣١)$$

$$= \frac{\text{ع}_1^2 + \text{ع}_2^2}{٢} \quad ، \text{ن}_1 + \text{ن}_2 = \text{ن} \qquad (٢٩-٣٢)$$

حيث ع_1^2 ، ع_2^2 هو التباين من العينتان ، حسب الصيغة (٢٩-٦)

توزيع المعاينة

إحصاء الإختبار يتبع توزيع ت بدرجات حرية $\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - ٢$

تطبيق (٢٩-٢٨):

في بحث طبي حيث كان الإهتمام حول الفرق بين أعمار الذكور وأعمار الإناث عند بدء أعراض مرض سرطان الرئة ، تم سحب عينتين عشوائيتين من مجتمعات تتبع التوزيع الطبيعي ولها تباين متساو ، والمطلوب استخدام البيانات لإختبار فرض تساوي المتوسطات بمستوى معنوية ٠,٠٥.

العمر بالسنوات عند بدء مرض سرطان الرئة

إناث	٥٨	٥٢	٥٠	٤٩	٥٦	٥٢	٥٤	٤٨	٤١	٣٧	٦٧	٧٠	
ذكور	٢٦	٤١	٥٧	٦٦	٣٦	٥٥	٤١	٦١	٥٣	٥٠	٥٢	٣٧	٥٠

الحل :

متوسط العينات : الإناث $\overline{س}_{١}$ = ٥٢,٨٣ ،الذكور $\overline{س}_{٢}$ = ٤٨,٠٨

تباين العينات : $ع_{١}^{٢}$ = ٨٨,٣٣ ، $ع_{٢}^{٢}$ = ١٢٦,٥٨

$$ع^{٢} = \frac{٨٨,٣٣(١١) + ١٢٦,٥٨(١٢)}{١٢+١٣-٢} = ١٠٨,٢٩$$

$$ص = \frac{٥٢,٨٣ - ٤٨,٠٨}{\sqrt{١٠٨,٢٩\ [١/١٢ + ١/١٣]}} = ١,١٤$$

$$ت_{ن١+ن٢-٢}\ (٠,٩٧٥) = ت_{٢٣}\ (٠,٩٧٥) = ٢,٠٦٩$$

لذا لا نرفض فرض تساوي المتوسطات .

تطبيق (٢٩-٢٩):

ترغب إدارة إحدى المؤسسات في معرفة ما إذا كان متوسط عدد غياب العمال بسبب المرض يكون أكبر في اليوم السابق لنهاية الأسبوع واليوم الذي يليــه ، عنه في الأيام الأخرى . تم سحب عينة عشوائية من خمس أسابيع وسجلت عدد حالات الغياب وكانت كما يلي :

اليوم السابق واللاحق لنهاية الأسبوع (س١)   ٦٢ ، ٧٥ ، ٧٤ ، ٨٦ ، ٧٣،

٨١ ، ٩٨ ، ٩١ ، ٩٠ ، ٧٧ .

الأيام الأخـــرى (س٢)   ٥٩ ، ٦٧ ، ٣٥ ، ٤٩ ، ٨٩ ، ٦٥ ، ٥٨ ، ٧١ ، ٥٥ ، ٥٧ ، ٦٩ ، ٦٨ ، ٦٤ ، ٣٧ ، ٤٢

والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ١ ٪ .

الحل : $\text{ف}_{٠} : \bar{\text{س}}_{١} = \bar{\text{س}}_{٢}$

$\text{ف}_{١} : \bar{\text{س}}_{١} > \bar{\text{س}}_{٢}$

$\text{ن}_{١} = ١٠$ ، $\text{ن}_{٢} = ١٥$ ، $\bar{\text{س}}_{١} = ٨٠,٧$ ، $\bar{\text{س}}_{٢} = ٥٩$

$\text{ع}_{١}^{٢} = ١١٣,٣٤$ ، $\text{ع}_{٢}^{٢} = ٢٠١,٤٣$

$$\text{ع}^{٢} = \frac{٩ \times ١١٣,٣٤ + ١٤ \times ٢٠١,٤٣}{١٠ + ١٥ - ٢} = ١٦٦,٩٦$$

$$\text{ع}_{\bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٢}} = \sqrt{\frac{١٦٦,٩٦}{١٠} + \frac{١٦٦,٩٦}{١٥}} = ٥,٢٨$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٢}}{\text{ع}_{\bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٢}}} = \frac{٨٠,٧ - ٥٩}{٥,٢٨} = ٤,١١٠$$

$\text{ت}_{١٠+١٥-٢}(٠,٩٩) = \text{ت}_{٢٣}(٠,٩٩) = ٢,٥$

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل

ملحوظة : يجب إستخدام إختبار ليليفورز للتحقق من إفتراض التوزيع الطبيعي

كما يجب التحقق من أن التباينات متساوية . وسنفترض على أي حال أن كافة الشروط محققة(١).

٢٩-٣-٤ تقدير الفرق بين متوسطين

مع مراعاة الشروط الواردة في إختبار - ت - فيشر يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين بدرجة ثقة ث = ١ - مـ بإستخدام الصيغة التالية :

$$\text{حدود الثقة} = (\bar{س}_{١} - \bar{س}_{٢}) \pm ت_{ن_{١}+ن_{٢}-٢}(١-م/٢)\sqrt{\frac{ع^{٢}}{ن_{١}} + \frac{ع^{٢}}{ن_{٢}}} \qquad (٢٩-٣٣)$$

تطبيق (٢٩-٣٠):

بإستخدام البيانات بالتطبيق (٢٩-٢٩) المطلوب تقدير فترة ثقة بين معدلات الغياب في الفترتين ، وذلك بدرجة ثقة ٩٥ ٪ .

حدي الثقة = (٨٠,٧ − ٥٩) ± ت٢٣(٠,٩٧٥) (٥,٢٨)

= ٢١,٧ ± ٢,٠٦٩ (٥,٢٨)

= ٢١,٧ ± ١٠,٩

= (٣٢,٦ ، ١٠,٩)

٢٩-٣-٥ إختبار - ت - ساترزويت

وهو يماثل إختبار - ت - فيشر (٣-٣-٢) في الهدف والفروض وقاعدة

القرار . كما يعتمد على نفس الإفتراضات ، عدا أن التباينات غير معلومة وغير متساوية.

إحصاء الإختبار :

$$ص = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{ء_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}} \qquad (29-34)$$

$$ء^2_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \frac{ء^2_1}{ن_1} + \frac{ء^2_2}{ن_2} \qquad (29-35)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع ت (تقريباً) بدرجات حرية تسمى درجات الحرية الفعالة (د ح ف) وترجع إلى ساترزويت. Sotterthwait

$$د ح ف = \frac{(ء^2_1 / ن_1 + ء^2_2 / ن_2)^2}{[(ء^2_1 / ن_1)^2 / (ن_1-1)] + [(ء^2_2 / ن_1)^2 / (ن_2-1)]} \qquad (29-36)$$

وتقرب القيمة لأقل عدد صحيح ، للحصول على نتيجة أكثر تحفظاً .

تطبيق (29-31):

الأرقام التالية تعبر عن إنتاج الفدان في عينتين مختلفتين من التربة إحداها

ضابط والأخرى تجريبية وذلك لتجربة نوع جديد من السماد ، يفترض أنه يزيد من الإنتاج . والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ٥ ٪ .

العينة التجريبية س١	٥,٩	٣,٨	٦,٥	١٨,٣	١٨,٢	١٦,١	٧,٦
العينة الضابطة س٢	٧,٦	١,٤	٢	٣,٢	٦,٥	٤,١	٤,٧

ملحوظة : افترض أن توزيع كل من المجمعين طبيعي ، وأن تباينات المجتمع غير معلومة وغير متساوية .

الحل : ف٠ : $\bar{س}_١ = \bar{س}_٢$ ف١ : $\bar{س}_١ > \bar{س}_٢$

الحل : $\bar{س}_١ = ١٠,٩$ $\bar{س}_٢ = ٣,٩٤$ $ع^٢_١ = ٤٠,١٢$ $ع^٢_٢ = ٦,٩٥$

$$ع_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = \sqrt{\frac{٤٠,١٢}{٧} + \frac{٦,٣٥}{٧}} = ٢,٥٩$$

$$ص = \frac{١٠,٩ - ٣,٩٤}{٢,٥٩} = ٢,٦٩$$

$$د ح ف = \frac{(٤٠,١٢/٧ + ٦,٩٥/٧)^٢}{[(٤,١٢/٧)^٢/٦] + [(٦,٩٥/٧)^٢/٦]} \approx ٨$$

$ت_٨ (٠,٩٥) = ١,٨٦٠$

وحيث أن قيمة ص المحسوبة (٢,٦٩) أكبر منها ، لذا نرفض فرض العــدم

ونقبل الفرض البديل .

٢٩-٣-٦ تقدير الفرق بين متوسطين :

مع مراعاة الشروط الواردة في إختبار - ت - ساترزويت يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين ، بدرجة ثقة ث = ا - مــ باستخدام الصيغة التالية :

حدي الثقة=

$$(\bar{\text{س}}_{1} - \bar{\text{س}}_{2}) \pm \text{ت د ح ف}(1 - \text{مـ}/2) \sqrt{\frac{\text{ع}_{1}^{2}}{\text{ن}_{1}} + \frac{\text{ع}_{2}^{2}}{\text{ن}_{2}}} \quad (٢٩-٣٧)$$

تطبيق (٢٩-٣٢):

للبيانات الواردة بالتطبيق السابق (٣ - ٣١) المطلوب تقدير ٩٥ % فترة ثقة للفرق بين المتوسطين .

حدي الثقة= $(\bar{\text{س}}_{1} - \bar{\text{س}}_{2}) \pm \text{ت د ح ف}(1 - \text{مـ}/2)$

$$\times \sqrt{\frac{\text{ع}_{1}^{2}}{\text{ن}_{1}} + \frac{\text{ع}_{1}^{2}}{\text{ن}_{2}}}$$

$$= (١٠,٩ - ٣,٩٤) \pm \text{ت}_{٨}\,(٠,٩٧٥) \sqrt{\frac{١٠,١٢}{٧} + \frac{٦,٩٥}{٧}}$$

$$= ٦,٩٦ \pm ٥,٩٧$$

$$= (١٢,٩٣ \text{ ، } ١)$$

٢٩-٣-٧ اختبار ولكوكسون – مان –وتني

تم وضع هذا الاختبار بمعرفة ولكوكسون Wilcoxon في ١٩٤٥ لاختبار الفرق بين متوسطين لعينتين مستقلتين ذات حجوم متساوية . و قد تم تصميمه لعينات بحجوم مختلفة بواسطة مان – وتني Mann & whitney في ١٩٤٧.

الافتراضات :

١. مستوي القياس ترتيبي .

٢. عينة عشوائية بسيطة .

٣. العينتان مستقلتان .

٤. المجتمعان متماثلان (فيما عدا تساوي المتوسطان) .

فرض العدم : ف : $\overline{س}_{١} = \overline{س}_{٢}$

وهذا يكافئ استخدام الصيغة $\overline{س}_{١} \geq \overline{س}_{٢}$ أو $\overline{س}_{١} \leq \overline{س}_{٢}$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب)الموضحة أدناه .

الفرض البديل : قد يكون أحد الصيغ التالية :

(أ) ف١ : $\overline{س}_{١} < \overline{س}_{٢}$

(ب) ف١ : $\overline{س}_{١} > \overline{س}_{٢}$

(ج) ف١ : $\overline{س}_{١} \neq \overline{س}_{٢}$

احصاء الاختبار:

نفترض أن س ١ المتغير بالعينة الاولي وحجمها ن ١ والمتغير س ٢ بالعينة الثانية وحجمها ن ٢ ونفترض أن س ١ هو المتغير ذو حجم العينة الأقل

ويكون عدد القيم من العينات

ن ١ + ن ٢ = ن . يتم اعطاء رتب لهذه القيم تصاعديا ، أي تبدأ من ١ الي ن ١ + ن ٢ ، ويكون الاحصاء هو ج =مجموع الرتب المخصصة للمتغيـــر س (أي العينة ذات الحجم الأصغر).

توزيع المعاينة :

أحصاء الاختبار (ج) وهو مجموع رتب المتغير س يتبع توزيع خاص يسمي ولكوكسون –مان – وتني – وهو توزيع غير مستمر وتوجد جداول خاصة لهذا التوزيع (جدول ١١) .

قاعدة القرار :

بفرض أن مستوي المعنوية م ، تكون منطقة الرفض كما يلي وهي تعتمد علي الفرض البديل.

ف١	منطقة الرفض
س̄١ < س̄٢	جـ ≤ جـ_١ –م)
س̄١ > س̄٢	جـ ≥ جـ (م)
س̄١ ≠ س̄٢	جـ ≥ جـ (م /٢)
	أو جـ ≤ جـ (١– م /٢)

الجداول : توجد جداول مخصصة لتوزيع ولكوكسون – مان – وتني (جـــدول ١١)

وباعتبار حجوم العينات ن ١ ، ن ٢ ومستوي معنوية مـ فإن الجداول تعـرض قيم

جـ ١ ، جـ ٢ ، مـ بحيث :

ح (جـ ≥ جـ ١) = ح (جـ ≤ جـ ٢) = مـ (٢٩-٣٨)

وعلي سبيل المثـال ، إذا كانـت ن ١ = ٧ ، ن ٢ = ٩ ، مـ = ٠,٠٥ فـإن الجدول يعرض

(٠,٠٤٥ ، ٧٦ ، ٤٣) وهذا يعني :

ح (جـ ≥ ٤٣) = ح (جـ ≤ ٧٦) = ٠,٠٤٥

لاحظ أن ٠,٠٤٥ هو أقرب احتمال ≥ مـ وتكون منطقة الرفض وهـي تعتمـد علي الفرض البديل كما يلي :

ف١	منطقة الرفض	مستوى المعنوية
$\bar{س}_١ > \bar{س}_٢$	جـ ≤ ٦٧	٠،٠٤٥
$\bar{س}_١ < \bar{س}_٢$	جـ ≥ ٤٣	٠،٠٤٥
$\bar{س}_١ \neq \bar{س}_٢$	جـ ٤٣ أو جـ ≤ ٧٦	٠،٠٩٠

تطبيق (٢٩-٣٣):

في مقارنة لنوعين من التغذية ، تم الحصول علي البيانات التالية من عينتـين عشوائيتين وهي تمثل الزيادة في الوزن .

التغذية س ١	١٠	٥	٣		
التغذية س ٢	٢٩	٢٥	٢٢	١٦	٨

بمستوي معنوية ٥ % المطلوب اختبار الفرض بأن متوسط الزيادة في النـــوع الأول أقل منه في النوع الثاني .

الحل:

ف : $\overline{س}$ ١ = $\overline{س}$ ٢

$\overline{س}$ ١ < $\overline{س}$ ٢

الرتب : التغذية س١ ٤ ٢ ١

التغذية س٢ ٨ ٧ ٦ ٥ ٣

جـ = ٧

وبالرجوع لجدول (١١) نجد أن ح (جـ ≥ ٧) = ٠,٠٣٦ ≥ ٠,٠٥

أي ان القيمة المشاهدة (٧) معنوية ، ونرفض فرض المساواه .

تطبيق (٢٩-٣٤):

تدرس إحدي الشركات المفاضلة بين نوعين من اللمبات الكهربائيـــة ، النـــوع الأول أقل تكلفة من النوع الثاني ، وتود الشركة شراؤه مالم يكن هنـــاك دليـــل علي أن النوع الثاني له عمر أطول . تم اختيار ٧ لمبات عشوائية من النـــوع الأول ، ٩ لمبات من النوع الثاني وكانت اعمارها بالساعات كما يلي :

النوع الأول : ٩٨١ ، ٩٥٢ ، ١٣٤٢ ، ١٠٥١ ، ١٠٠٥ ، ٩٧٤ ، ١٢١٦

النوع الثـــاني : ١٣٨ ، ١٠٠٤ ، ١٠٣٢ ، ١٢٦٣ ، ١٠٤٠ ، ٩٩٠ ، ١١٠ ، ١١٨٠ ، ١٢٠٥

والمطلوب اختبار الفرض بمستوي معنوية ٥ % إذا علم أن كلا المجتمعان لهما نفس التوزيع.

الحل: نعتبر المتغير س١ يمثل العمر في النوع الأول ، س٢ العمر في النوع الثاني .

ف : $\overline{س}_1 = \overline{س}_2$

ف١ : $\overline{س}_1 < \overline{س}_2$

نرتب قيم العينتان تصاعدياً من وضع خط تحت الرقم لتمييز العينة الصغيرة (النوع الأول) مع تخصيص رتبة لكل قيمة (ن١ = ٧ ، ن٢ = ٩)

٩٥٢	٩٧٤	٩٨١	٩٩٠	١٠٠٤	١٠٠٥	١٠٣٢	١٠٤٠
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١٠٥١	١١٠٢	١١٧٠	١٢٠٥	١٣١٦	١٢٦٣	١٣٤٢	١٣٨٠
٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦

= مجموع رتب س١ (العينة الصغيرة) = ٤٩

منطقة الرفض : بالرجوع لجدول (١١) نجد أن ح (جـ ≥ ٤٣) = ٠,٠٤٥

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، وهو المساواه ، ويكون القرار شراء النوع الأرخص .

٢٩-٣-٨ اختبارولكوكسون-مان-وتني للعينات الكبيرة

بزيادة حجوم العينات ن١ ، ن٢ يقترب توزيع احصاء ولكوكسون من التوزيع الطبيعي .

وعلي أي حال فإنه بالنسبة لحجوم العينات غير الواردة بالجداول (أكبر من ١٠) يمكن استخدام التوزيع الطبيعي :

ط (جـ١ ، σ جـ) (٢٩-٣٩)

حيث $\bar{ج} = ن_1 (ن + 1) / 2$ (29-40)

$\sigma^2_{ج} = ن_1 ن_2 (ن + 1) / 12$ (29-41)

مع مراعاة التصحيح الخاص بالمتغير المستمر (0,5) أي أن :

$$ص = \frac{ج \pm 0.5 - \bar{ج}}{\sigma_{ج}}$$ (29 – 42)

يتم التوزيع الطبيعي المعياري

وفي حالة وجود قيود Ties (أي قيم مكررة) فإنه يمكن مراعـــاة معامـــل التصحيح للقيود

Correction for ties علي أنه ليس له تأثير كبير .

تطبيق (29-35):

فيما يلي درجات عينات من الطلبة في مادتي الأحصاء و الفيزياء ، والمطلوب اختبار فرض تساوي المتوسطات بمستوي معنوية 5 %

الأحصاء : 72 ، 92 ، 68 ، 69 ، 78 ، 72 ، 90 ، 67 ، 82 ، 70

الفيزياء : 83 ، 71 ، 72 ، 70 ، 87 ، 91 ، 77 ، 84 ، 71 ، 82 ، 73 ، 82

الحل : ف : $\bar{س}_1 = \bar{س}_2$

ف1: $\bar{س}_1 \neq \bar{س}_2$

نرتب القيم ترتيبا تصاعديا

الأحصاء : ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧٢ ، ٧٢ ، ٧٨ ، ٨٢ ، ٩٠ ، ٩٢

الفيزياء : ٧٠ ، ٧١ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٧ ، ٨٢ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٧ ، ٩١

نعطي رتب لكل المجموعة من الدرجات ، مع تمييز رتب كل مجموعة .

الأحصاء : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٩ ، ١٣ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٢

الفيزياء : ٥ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٥ ، ٦ ، ٩ ، ١١ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٧ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢٠

مجموع رتب العينة الصغيرة ج = ٩٨,٥

ج̄ = ن١ (ن + ١) / ٢ = ١٠ (٢٣) / ٢ = ١١٥

σ^2 ج = ن١ ن٢ (ن + ١) / ١٢ = ١٠ (١٢) (٢٣) / ١٢ = ٢٣٠

σ ج = ٢٣٠ × ½ = ١٥,١٧

ص = (ج ± ٠,٥ − ج̄) / σ ج = (٩٨,٥ + ٠,٥ − ١١٥) / ١٥,١٧ = ١,٠٠٥

منطقة الرفض : ص < ط (٠,٠٢٥) = ١,٩٦

أو ص > ط (٠,٩٧٠) = ١,٩٦

ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

٤-٢٩ مقارنة عدة متوسطات :

٢٩-٤-١ الأهمية

فيما سبق تم عرض بعض الأساليب لمقارنة متوسطين ، ونعرض هنا حالة مقارنة عدة متوسطات ،وهو موضوع على درجة كبيرة من الأهمية فـــى البحث العلمى بصفة عامة وفى تصميم وتحليل التجارب بصفة خاصة . مثـــال ذلك : مقارنة طرق الإنتاج المختلفة ، مقارنة أنواع مختلفة مـــن الأســـمدة أو التقاوي ، مقارنة طرق مختلفة للعلاج ، مقارنة طرق التدريس والتدريب ، ... إلخ .

قد يعتقد البعض أن الطرق السابقة والخاصة بمقارنة متوسطين ، يمكن تطبيقها هنا على أساس إجراء عدة مقارنات ، تجرى في كل مرة بين طريقتين، غير أن ذلك لا يعد عملاً مقبولاً للعديد من الإعتبارات نذكر أهمها :

١ عدد الإختبارات المطلوبة يزيد بدرجه كبيرة مع زيادة عـــدد المتوســـطات المطلوب مقارنتها ، فإذا كان عدد المتوسطات ن تكون عدد المقارنات المطلوبة ١/٢ ن (ن – ١) فإذا كانت عدد الطرق عشرة مثلاً فإن ذلـــك يتطلـــب ٤٥ إختباراً .

٢ إن إجراء الإختبار بين حالتين وترك الحالات الأخـــرى - يعنـــى تـــرك معلومات إضافية متاحة عن المجتمع وضياع فرص الحـــصول علـــى تقريـــر أفضل لتباين المجتمع .

٣ الإعتماد على طرق المقارنة بين متوسطين لا يمكن من إعطاء وتفسيرات صحيحة للنتائج – ذلك أن ظهور بعض المقارنات معنوية لا يعطينا مبرراً كافياً

لرفض فرض العدم ، إذ أنه مع كثرة عدد المقارنات كما أوضحنا في (١) فإن ظهور مجموعة منها معنوية ، لا يعد شيئاً مستغرباً .

٤ أحياناً تتطلب التجارب المتعددة المجموعات وجود عدد كبير من المتغيرات يتم تداولها في آن واحد .

٢٩-٤-٢ مفاهيم تجريبية :

ونعرض فيما يلي – طبيعة التجارب مع توضـيح بعـض المفـاهيم والمصطلحات المستخدمة .

إن التجارب على إختلاف أنواعها تهدف إلى وصـف العلاقـة بـين المتغيرات وفي حالتها البسيطة نواجه بمتغيرين ، مثال ذلك تجربـة لمقارنـة ثلاث طرق للتدريب .(**المتغير المـستقل** Independent ويسمى أيضاً عامل .) Factor وأثر هذه الطرق على إنتاج العامل (**المتغير التابع** dependent) :وطرق التدريب الثلاث ولتكن أ ، ب ، جـ ، تسمى **معاملات Treatmcnts** والمعاملات تشير إلى مجموعة مـن الظـروف التجريبية مجال التطبيق على وحدات التجربة ، أي هى المـؤثرات المطلـوب قياس تأثيرها .

وأحيانا يدخل الباحث **معامله ضابطة Control** بإعتبارها معياراً يتخذ أساساً لمقارنة تأثير المعاملات الأخرى ويتم تطبيق كل مـن المعـاملات على مجموعة من العمال يطلق عليها وحـدات التجربـة . وتعـرف **وحـدة التجربة Experimental unit** على أنها أصغر مجموعة من مـواد

(التجربة (العمال) يطبق عليها المعاملة ، فقد تكون قطعة أرض تضم العديـد من النباتات تطبق عليها معاملة واحدة وقد تكون نبات معين كما قد تكون ورقة من نبات كما يحدث في تجارب أمراض النبات . ومن المفاهيم الـشائعة فـي تصميم التجـارب - **الخطـأ التجريبـي** Experimental error ويعرف على أنه مقياس للإختلافات التي توجد بين مـشاهدات سـجلت مـن وحدات تجريبية عوملت بنفس المعاملة .

تنقسم التصميمات التجريبية وبالتالي النماذج والأسـاليب الإحـصائية المناظرة لتحليلها إلى عدد كبير يتوقف على العديد من العوامل نذكر أهمها :

١ عدد المتغيرات المستقلة

٢ العينات مستقلة أو مرتبطة .

٣ مستوى القياس للمتغير التابع : فتري أو ترتيبي .

-٤ عدد المتغايرات Covariates . **المتغاير** هو متغير مرافـق أي مصاحب للمتغير التابع - ويستخدم لتخليصه مـن بعـض الإختلافـات غيـر المرغوبة.

فيما يلى نعرض كنمـوذج إحـدى التـصميمات التجريبيـة الـشائعة والإختبارات الإحصائية المناظرة لها . ونبدأ بعرض أسلوب تحليـل التبـاين والذى يعد الأساس

فى تحليل كافة النماذج التجريبية .

٢٩-٤-٣ تحليل التباين ANOVA

إن الإختبارات والمقارنات بين عدة مجموعات تختلف تبعـاً لتـصميم التجربة والنموذج الإحصائي المستخدم في التحليل ، ولكنها تعتمد جميعها على فكـره وأسـلوب تحليـل التبـاين Analysis of variance (ANOVA) الذي قدمه عالم الإحصاء فيشر Fisher عام ١٩٢٣ وهو أسلوب يتم فيه تقسيم التباين(*) المشاهد في البيانات التي نحصل عليهـا مـن التجربة أو المسح إلى أجزاء مختلفة كل منها يمكن إرجاعه إلى مصدر (سبب أو عامل) معلوم ، وبذلك يمكن تقييم المقدار النسبي للتباين النـاتج مـن كـل مصدر ثم تقدير ما إذا كان ذلك معنوياً أم لا.

الأفتراضات :

١- المشاهدات عشوائة

٢- توزيع المتغير التابع في المجتمع التي تسحب منه العينات يتبع التوزيع الطبيعي .

٣- التباينات في المجتمعات التي تسحب منها العينات متساوية .

٤- تأثير العوامل المختلفة تجميعي. additive

ويتميز أسلوب تحليل التباين بأنه في حالة عدم توفر شرط التوزيـع الطبيعـي وشرط تجانس التباينات - بدرجة ليست كبيرة فإن ذلـك لا يـؤثر كثيراعلـى الإستقراءات Inferences التي تحصل عليها .

وعلى أي حال فإن التحقق من توافر الشروط المطلوبه يتم عن طريق اختبارات إحصائية [1].

---

1 راجع الإحصاء والإستقراء،الجزء الثالث ، للمؤلف

٢٩-٥ مقارنة عدة متوسطات: بيانات مستقلة

٢٩-٥-١ التصميم كامل العشوائية

يستخدم التصميم كامل العشوائية Completey Randomized Design (CRD) لمقارنة بين المجموعات في حالة كون البيانات مستقلة.

في هذا التصميم يتم توزيع المعاملات بصورة كاملة عشوائياً على الوحدات التجريبية أو العكس حيث توزع وحدات التجربة جميعها عشوائياً على المعاملات.

يتميز هذا التصميم بالمرونة والبساطة ، على أنه لا ينصح بإستخدامه إلا إذا كانت وحدات التجربة متجانسة.

نوضح هنا أن النماذج السابق إستخدامها لمقارنة متوسطين في حالة العينات المستقلةتعد تصميماً كامل العشوائية لمعاملتين . وفي حالة إستخدام تحليل التباين لمقارنة متوسطين فإن النتائج التي تحصل عليها تكون مطابقة لنتائج إختبار ت - فيشر ، والسابق عرضه .

٢٩-٥-١-١ التعشيةRandomization

لتعشية، وتعني توزيع المعالجات عشوائياً على وحدات التجربة ، تعد من الأسس الهامة التي يلزم مراعاتها عند إجراء التجارب بصفة عامة وذلك تحقيقاً للموضوعية وعدم التحيز . وتعد الجداول العشوائية من أهم الوسائل التي

يعتمد عليها في هذا الشأن ، ولتوضيح ذلك فيما يتعلق بالتصميم الكامل العشوائية ، نفترض تجربة لمقارنة ثلاث طرق للتدريب أ ، ب ، جـ وذلك بالتطبيق على مجموعات من العمال أعدادها على الترتيب ٣ ، ٤ ، ٥ .

١- يخصص لكل وحدة تجريبية (العامل) رقماً ، ولتكن الأرقام بالتسلسل من ١ إلى ١٢ .

٢- تستخرج ١٢ عدداً عشوائياً تقع بين ١ ، ١٢ مع حذف التكرار وتدون حسب ترتيب الحصول عليها .

٣- بفرض أن الأعداد العشوائية التي حصلنا عليها حسب الخطوة السابقة كانت كما يلي :

٨ ،٣ ،٧ ، ٦ ،١١ ،٩ ، ١ ،١٢ ، ١٠ ،٢ ،٤ ، ٥

تكون المجموعات الثلاث والتي ستطبق عليها المعاملات الثلاثة على الترتيب كما يلي :

المجموعة الأول	٨ ، ٣ ، ٧	يطبق عليها الطريقة أ
المجموعة الثانية	٦ ، ١١ ، ٩ ، ١	يطبق عليها الطريقة ب
المجموعة الثالثة	١٢ ، ١٠ ، ٢ ، ٤ ، ٥	يطبق عليها الطريقة جـ

ملحوظة : عندما يكون عدد وحدات التجربة صغيراً كما في هذا المثال يفضل أن نستخرج ١٢ عدداً عشوائياً – من ثلاث حدود – ثم نقوم بإعطائها رتب من ١ إلى ١٢ – ثم توزع هذه الأخيرة على المعاملات كما في الخطوة (٣) والتطبيق التالي يوضح ذلك .

تطبيق (٢٩-٣٦):

في تجربة لمقارنة أربعة أنواع من الأسمدة تم تخصيص الأعداد التالية من الحقول على الترتيب ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ .

والمطلوب : توزيع المعاملات على الحقول حسب التصميم كامـل العـشوائية بإستخدام الجداول العشوائية [1]. لتكن نقطة البداية الصف ٦ والعمود ١١ .

الحل :

١- خصص لكل حقل رقماً بالتسلسل ١ ، ٢ ، .... ، ١٦

٢- نستخرج ١٦ عدد عشوائي - من ثلاثـة حـدود - باسـتخدام الجـداول العشوائية الملحقة ، وهى كما يلي حسب ترتيب ظهورها . الأرقام بين القوسين هى رتبة الرقم.

٠٤٢(٢)	٨٦٨(١٣)	١٩٥(٦)	١٣٨(٤)
٦٣٦(٧)	٧٨١(٩)	١٦٧(٥)	٩٨٦(١٦)
٨٩١(١٥)	٠٣١(١)	٨٠٤(١١)	٧٨٩(١٠)
٨٥٩(١٤)	٦٥٥(٨)	٠٦٣(٣)	٨٢٨(١١)

٣ توزع المعاملات على الحقول حسب الأرقام الموضحة فيما يلي:

المعاملة الأولى : ٢ ، ١٣

المعاملة الثانية : ٦ ، ٤ ، ٧

المعاملة الثالثة : ٩ ، ٥ ، ١٦ ، ١٥ ، ١

المعاملة الرابعة : ١١ ، ١٠ ، ١٤ ، ٨ ، ٣ ، ١٢

1جدول ١ بالملحق

٢٩-٥-١-٢ تحليل التباين:

البيان التالي يوضح قيم المشاهدات (المتغير التـــابع) موزعـــة فـــي مصفوفة ، ومقسمة في مجموعات) (أعمدة) تبعاً للمعاملات وعددها م وكـــذا الرموز المتعلقة بعدد المشاهدات ومجموعها و المتوسطات الحسابية للمعاملات.

المعاملات

١	٢	٣	ل	..	م
ص ١١	ص ١٢		ص ل ١	.	ص م ١
ص ٢١					
ص ١ ر			ص ل ر		
ص ١ ن ١	ص ٢ ن ٢		ص ل ن ل		ص م ن م
ـــــــ	ـــــــ		ـــــــ		ـــــــ
ن ١	ن ٢		ن ل		ن م
ص ١.			ص ل.		ص م.
ص− ١.			ص− ل.		ص− م.

الصفوف الثلاث الأخيرة تمثل على الترتيب :

عدد المشاهدات فى كل معاملة أو معالجة ومجموعها الكلى ن

مجموع قيم المشاهدات ومجموعها الكلى ص..

المتوسط الحسابى لقيم كل معاملة والمتوسط العام ص−

وفيما يلي عرض لجدول تحليل التباين والرموز والمصطلحات المستخدمة وكذا العمليات الحسابية .

جدول تحليل التباينAnova

مصدر التباين	مجموع المربعات مزم	درجات الحرية د ج	متوسط المربعات	إحصاء الاختبار
المعاملات	مــ	م-١	ع$^{٢}_{م}$	ع$^{٢}_{م}$ / ع$^{٢}_{خ}$
الخطأ	خــ	ن-م	ع$^{٢}_{خ}$	
	ك	ن - ١		

مصدر التباين :

يتم تقسيم الإختلافات (التباين) بين المشاهدات إلى :

١ إختلافات بسبب تأثير المعاملات ، أو بين المعاملات أو بين المجموعات .

٢ إختلافات ترجع إلى الخطأ أو داخل المجموعات .

ك = مجــ ص٢ - ص٢.. / ن (٢٩-٤٣)

مــ = مجــ ص٢ل. / نل - ص٢.. / ن (٢٩-٤٤)

خــ= ك - مــ (٢٩-٤٥)

ع$^{٢}_{م}$ = مــ / م - ١ (٢٩-٤٦)

ع$^{٢}_{خـ}$ = خــ / ن - م (٢٩-٤٧)

متوسط المربعات هو مصطلح يستخدم في تحليل التباين ، وهو تبــاين العينة ويتم الحصول على تقديرات مختلفة للتباين :

١- ع٢مــ ويعد تقديراً للتباين بسبب التــأثير المنــتظم للمتغيــر المــستقل (المعاملات) بالإضافة إلى خطأ المعاينة .

٢- ع٢خــ ويعد تقديراً للتباين بسبب التغيرات الغير منتظمة داخل المعاملات.

إحصاء الإختبار : ف = ع٢م / ع٢خ (٢٩-٤٨)

في حالة عدم وجود تأثير للمتغير المستقل فإن التباين في البسط يكون راجعاً فقط إلى خطأ المعاينة ، ويتساوى تقريباً البسط والمقام وتكون النسبة ف = ١ تقريباً . ولكن في حالة وجود تأثير للمتغير المستقل فإن الفروق بين المتوسطات تتزايد وبالتالي يزيد التباين في البسط عن التباين في المقام وتكون النسبة ف أكبر من ١ وعلى ذلك يعد الإحصاء ف أساساً لإختبار فرض وجود تأثير للمتغير المستقل.

والنسبة ف تتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (ن - م)

٢٩-٥-١-٣ المقارنات المتعددة:

في حالة ظهور قيمة معنوية للإحصاء ف ورفض فرض العدم فإن ذلك يعني فقط أن المجتمعات يحتمل أن تكون متوسطاتها غير متساوية ولا يشير ذلك إلى مكان وجود الفروق ومقاديرها ولا ترتيبها النسبي . ويتطلب الأمر إجراء مقارنات بين كل مجموعة والمجموعات الأخرى ، وتوجد عدة طرق في هذا الشأن نعرض منها طريقة أصغر فرق معنوي (أ ف م Least Significant difference (LSD))وقد قدمها العالم فيشر .

وهى تستخدم بعد رفض فرض العدم ، وتقضى بوجود إختلاف بين متوسطي المجتمعين ١ ، ٢ (مثلاً) بمستوى معنوية مـ في حالة ما إذا كان :

| ص‾١. ـ ص‾٢. | > أ ف م (٢٩-٤٩)

$$\text{أ ف م} = \text{ت ن-م}\,(١-\text{مـ}/٢)\ \sqrt{\ [\text{ء}^{٢}_{\text{خ}}\left(\frac{١}{\text{ن}١}+\frac{١}{\text{ن}٢}\right)]}\quad (٢٩-٥٠)$$

تطبيق (٢٩-٣٧):

في تجربة لمقارنة ثلاث طرق لتدريب العمال وبيان أثر ذلـك علـى الإنتاج تم توزيع العمال في ثلاث مجموعات ، وفيما يلي بيان بإنتـاجهم بعـد التدريب .

الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة ج
٤	٣	٢
٦	٤	٤
٥	٥	٣
٥	٤	٣

بمستوى معنوية ٥ % المطلوب :

أ - إختبار معنوية الفروق في الإنتاج بين طرق التدريب المختلفة.

ب - إختبار معنوية الفروق بين كل طريقة وأخرى.

الحل	أ	ب	ج	كلى
المجموع	٢٠	١٦	١٢	٤٨
المتوسط الحسابي	٥	٤	٣	٤

مجـ ص٢ = ٤^{٢} + ٦^{٢} + ... + ٣^{٢} = ٢٠٦

ك = ٢٠٦ − (٤٨)^{٢}/١٢ = ٢٠٦ − ١٩٢ = ١٤

$$\text{مـ} = ٢٠^{٢}/٤ + ١٦^{٢}/٤ + ١٢^{٢}/٤$$

$$- ٤٨^{٢}/١٢ = ٢٠٠ - ١٩٢ = ٨$$

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	إحصاء الاختبار
طرق التدريب	٨	٢	٤	٦
الخطأ التجريبى	٦	٩	٣/٢	
	١٤	١١		

$ف_{٢،٩} (٠,٩٥) = ٤,٢١$

إذن يوجد فرق معنوى

المقارنات المتعددة:

$أ ف م = ت_{٩} (٠،٩٧٥) \quad \sqrt{\;[\; ٣/٢ \;(\; ١/٤ + ١/٤ \;)}$

$= ٢,٢٦٢ \times ٠,٨١٦ \times ٠,٧٠٧$

$= ١,٣٠٦$

وفيما يلي بيان بالمقارنات بين متوسطات الإنتاج في الطرق المختلفة :

متوسط المعاملة	أ	ب	ج
	٥	٤	٣
أ ٥	٠	١	٢*
ب ٤		٠	١

أي أن هناك فرق معنوي فقط بين الطريقتين أ ، جـــ.

تطبيق (٢٩-٣٨):

في دراسة لخواص التربة في ثلاث مناطق مختلفة ، قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية حجمها ١٠ قطع من كل منطقة وتحليلها ، وفيما يلي بيان نسب الطمي في التربة كما وردت بالتحليل.

والمطلوب : إختبار فرض تساوي نسب الطمي في الثلاث مناطق بمستوى معنوية ٠,٠٥.

منطقة (١)	منطقة (٢)	منطقة (٣)
٢١	٢٤	١٨
٢٢	١٧	٢٣
٢٤	٢٨	٢٢
٢٦	١٩	٢١
٢٧	٢٥	١٨
٢٥	٢٠	١٩
١٩	٢٥	١٩
٢٩	٢٤	٢٥
٢٦	١٩	٢٤
٢٤	٢١	٢١

الحل:

مجــ ص = ٢٤٣ ، ٢٢٣ ، ٢١٠ في المناطق الثلاث على الترتيب.

مجــ ص^{٢} = ٢١٢ + ٢٢٢ + ... + ٢٤^{٢} + ٢١^{٢} = ١٥٤٨٩

ك = ١٥٤٨٩−(٦٧٥)^{٢}/٣٠=١٥٤٨٩−١٥١٨٧,٥ = ٣٠١,٥

مــ = (٢٤٣)^{٢}/١٠+(٢٢٢)^{٢}/١٠+ (٢١٠)^{٢}/١٠−(٦٧٥)^{٢}/٣٠

= ١٥٢٤٣،٣− ١٥١٨٧،٥ =٥٥،٨

جدول تحليل التباين

المصدر	د . ج	مجموع المربعات	متوسط المربعات	احصاء الاختبار
بين المناطق	٢	٥٥،٨	٢٧،٩	٣،٠٦٦
الخطأ	٢٧	٢٤٥،٧	٩،١	
كلى	٢٩	٣٠١،٥		

قيمة الإحصاء أصغر من قيمة $ف_{٢، ٢٧}(٠,٩٥)$

لذا لا نستطيع رفض فرض تساوي نسب الطمي في التربة بين المناطق الثلاث.

ملحوظة : الجداول الملحقة لا تعطي قيمة $ف_{٢،٢٧}(٠,٩٥)$ وبالنظر إلى القيمة التي قبلها والتي بعدها نجد أن : ف٢،٢٤(٠,٩٥) = ٣,٤٠ ، ف٢،٣٠(٠,٩٥) = ٣,٣٢ وهذا يعني أن قيمة ف٢،٢٧(٠,٩٥) تقع بين هاتين القيمتين : ، وهى بالتالي أكبر من قيمة ف المشاهدة (٣,٠٦٦.)

تطبيق (٢٩ – ٣٩):

في دراسة لتلوث البيئة ، قام أحد المهندسين المختصين بمراقب تلوث الهواء بفحص تأثير ثلاث مصانع مختلفة على تلوث الهواء ، وقد تم أحد خمس قراءات عشوائياً لكل صناعة في أوقات مختلفة ، وفيما يلي النتائج المسجلة ، بين ما إذا كان هناك خلاف بين المصانع ، بمستوى معنوية ١. %

مصنع (أ)	مصنع (ب)	مصنع (جـ)
٤٦	٤٩	٤٥
٤٤	٥٢	٤٧
٥١	٥١	٤٢
٥٠	٥٤	٤٠
٤٩	٥٦	٤٣

الحل:

	مصنع أ	مصنع ب	مصنع ج	
مج ص	٢٤٠	٢٦٢	٢١٧	٧١٩
$\overline{ص}_{ر}$	٤٨	٥٢,٤	٤٣,٤	٤٧,٩٣٣

مجـ ص^{٢} = ٢٦^{٢} + ٤٤^{٢} + ... + ٤٣^{٢} = ٣٤٧٥٩

ك = مجـ ص^{٢} − (مجـ ص)^{٢}/ن = ٣٤٧٥٩ − (٧١٩)^{٢}/١٥

=٣٤٧٥٩−٣٤٤٦٤=٢٩٥

مـ = ٢٤٠^{٢}/٥ + ٢٦٢^{٢}/٥ + ٢٢٧^{٢}/٥ − ٣٤٤٦٤ = ٢٠٣

المصدر	د.ج	مجموع	متوسط	ف
بين المناطق	٢	٢٠٣	١٠١،٥	١٣،٢
الخطأ	١٢	٦٢	٧،٦٧	
المجموع الكلى	١٤	٢٩٥	٢١،٠٠	

ف$_{٢،١٢}$ (٠,٩٩) = ٦,٩٣

نرفض ف$_{٠}$: أي أن المتوسطات غير متساوية

المقارنات بين المصانع:

	مصنع ب ٥٢,٤	مصنع أ ٤٨	مصنع جـ ٤٣,٤
مصنع ب ٥٢,٤	..	٤,٤	٩
مصنع أ ٤٨	..	..	٤,٦

$$\text{أ ف م} = \text{ت}_{١٢}(٠,٩٩٥) \sqrt{٧,٦٧ \left(\frac{١}{٥} + \frac{١}{٥}\right)}$$

$$= \sqrt{٣,٩٣ \; ٣،.٦٨} = ٦,٩$$

يوجد فرق معنوي بين المصنع ب والمصنع جـ.

تطبيق (٣-٤٠):

البيان التالي يعرض عدد الأميال المقطوعة للجالون والمسجلة بواسطة خمس سيارات متماثلة وفق ظروف مماثلة باستخدام ٣ أنواع مختلفة من البنزين ، وضع بمستوى معنوية ٥ ٪

ما إذا كان هناك فروق بين أنواع البنزين الثلاثة :

(أ)	(ب)	(جـ)
٢٦	٢٤	٢٩
٢٩	٢٥	٢٦
٢٦	٢٧	٢٤
٢٩	٢٦	٢٦
٢٨	٢٣	٢٧

	أ	ب	جـ	
المجموع	١٣٨	١٢٥	١٣٢	٣٩٥
المتوسط الحسابي	٢٧,٦	٢٥	٢٦,٤	٢٦,٣٣
مربع المجموع	١٩,٤٤	١٥٦٢٥	١٧٤٢٤	

مجـ ص^{٢} = ١٠٤٥١

المصدر	د . ج	مجموع	متوسط	الاحصاء
بين المعاملات	٢	١٦،٩٣		٣،١٤
الخطأ التجريبى	١٢	٣٢،٤٠	٢،٧٨،٤٧	
المجموع الكلى	١٤	٤٩،٣٣		

ف $_{١٢،٢}$ (٠,٩٥) = ٣,٨٩

لا نستطيع رفض فرض تساوى المتوسطات لأنواع البنزين الثلاثة .

٢٩-٥-٢ إختبار كروسكال - واليز:

قدمه العالمان Kruskal and Wallis عـام ١٩٥٢ ويعـرض الإختبـارات اللامعلمية Non Parmetric ويستخدم لمقارنة المجموعات وإختبـار الفـروق بينها في التصميم كامل العشوائية ، وذلك في حالة عدم توفر الشروط اللازمـة لإستخدام إجراءات تحليل التباين.

الإفتراضات:

- 1مستوى قياس المتغير التابع ترتيبي على الأقل.
- 2العينات كلها عشوائية ومستقلة.

الفروض:

وهذه تتوقف على الإفتراضات حول البيانات : فقد تكون:

أ – تساوى المتوسطات الحسابية في حالة البيانات الفترية وتماثل التوزيعات.

ب – تساوي الوسيط في كل المجتمعات : في حالة البيانات الترتيبية وتماثل التوزيعات.

جـ – تساوي متوسط الرتب في كل المجتمعات : في حالة عدم وجود إفتراضات حول التوزيعات.

٢٩-٥-٢-١ *إحصاء الإختبار:*

يتم ترتيب كل المفردات ترتيباً تصاعدياً ، وفي حالة وجود قيود (قيم مكررة) تعطي كلها رتبة تعادل المتوسط الحسابي للرتب المقيدة ، نجمع الرتب في كل مجموعة : ر١٠، ر٢٠، ..... رم ٠ ويكون متوسط رتب المجموعات ر١٠ ، ر٢٠، ..... رم ٠.

وفي حالة عدم وجود قيود أو كانت قليلة نستخدم الإحصاء.

$$\text{ص} + \frac{\text{١٢ مجـ ر}^{\text{٢}}\text{ل٠ / ن}_{\text{ل}}}{\text{ن (ن+1)}} - \text{٣ (ن + ١)} \qquad \text{(٢٩-٥١)}$$

وفي حالة زيادة القيود بدرجة كبيرة نستخدم الإحصاء.

$$\text{ص} = \frac{1}{2}\left(\text{مجـ}\ \text{ر}^{2}_{\text{ل•}} / \text{ن}_{\text{ل}} - \text{ن}(\text{ن}+1)^{2}/4\right) \qquad (٢٩-٥٢)$$

حيث

$$\text{ع}^{2} = \frac{1}{\text{ن} - 1}\left(\text{مجـ}\ \text{ر}^{2} - \text{ن}(\text{ن}+1)^{2}/4\right) \qquad (٢٩-٥٣)$$

توزيع المعاينة:

الإحصاء ص يتبع توزيع خاص هو توزيع كروسكال - والز ، وتعرض الجداول الإحصائية الملحقة (جدول - ١٢) قيم التوزيع في حالة وجود ثلاث مجموعات م = ٣ وحجوم عيناتها لا تزيد عن ٥.

وفي حالة وجود قيود ، أو عدم وجود القيم بالجداول يستخدم توزيع كا٢ بدرجات حرية م - ١ حيث يعطي قيم تقريبية.

المقارنات المتعددة:

في حالة رفض فرض العدم ، يعتبر المجتمعان ١ ، ٢ مثلاً مختلفان بمستوى معنوية م في حالة.

$$\text{ر}_{1\bullet} - \text{ر}_{2\bullet} > \text{أ ف م} \qquad (٢٩-٥٤)$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}_{\text{ن}-\text{م}}\left(\text{١}-\text{م}/\text{٢}\right)\sqrt{\text{ع}^{\text{٢}}\left(\frac{\text{ن}-\text{١}-\text{ص}}{\text{ن}-\text{م}}\right)\left(\frac{\text{١}}{\text{ن}_{\text{١}}}+\frac{\text{١}}{\text{ن}_{\text{٢}}}\right)} \qquad (\text{٢٩}-\text{٥٥})$$

تطبيق (٢٩-٤١):

في دراسة للإتجاهات تم سحب ثلاث عينات من ثلاث مجتمعات مختلفة تمثل طلبة كليات التربية والإجتماع والخدمة الإجتماعية ، وتم توزيع قائمة على كل طالب تشمل عدداً من الأسئلة والفقرات . وفيما يلي بيان بمجموع الإجابات لكل طالب . بين ما إذا كان هنا فرق بين المجموعات الثلاثة وذلك بمستوى معنوية ٥٪.

التربية	الاجتماع	الخدمة الاجتماعية
٣٠	١٤	٣٩
٤٣	٤٠	٨٠
٢٦	٥٢	٨٤
١١	٦٤	٧٢
٣٥	٣٧	

(جـ)	(ب)	(أ)
٧	٢	٤
١٣	٨	٦
١٤	١٠	٣
١٢	١١	١
	٦	٥

$$\text{ص} = \frac{\text{١٢ مجـ ر}^{\text{٢}}\text{ ل. / نل}}{\text{ن (ن + 1)}} - \text{٣ (ن + ١)}$$

$$= \frac{\text{١٢ (٨٩٩،٦)}}{\text{١٤ (١٥)}} - \text{٣ (١٥)} = \text{٦،٤}$$

بالرجوع لجدول ١٢ نجد عند حجوم العينات ٥ ، ٥ ، ٤ ومستوى معنوية ٠٥.
أن القيمة الحرجة هى ٥,٦٤ لذا نرفض فرض العدم.

المقارنات المتعددة:

$$\text{ء}^{\text{٢}} = \frac{\text{١}}{\text{ن−١}} \{\text{مجـ ر}^{\text{٢}} - \text{ن (ن+١)}^{\text{٢}} / \text{٤}$$

$$= \frac{١}{١٣} \{ ١،١٥ - ١٤ \ (١٥)^{٢} / ٤ = ١٧،٥$$

$$\text{أ ف م} = ت_{١١} \ (٠،٩٧٥) \sqrt{١٧,٥ \left(\frac{١٤-١-٦،٤}{١١}\right) \left(\frac{١}{ن_{١}} + \frac{١}{ن_{٢}}\right)}$$

$$= ٢،٢٠١ \sqrt{١٠،٥ \left(\frac{١}{ن_{١}} + \frac{١}{ن_{٢}}\right)}$$

ويتوقف هذا المقدار على مجموع العينات محل المقارنة ، ولـــذا يكـــون لـــدينا قيمتان:

$$\text{أ ف م} = ٢،٢٠١ \sqrt{١٠،٥ \left(\frac{١}{٥} + \frac{١}{٥}\right)} = ٤،٥ \text{ أو}$$

$$= ٢،٢٠١ \sqrt{١٠ن \left(\frac{١}{٥} + \frac{١}{٤}\right)} = ٤،٧٨$$

	التربية ٤,٤	الاجتماع ٧,٤	الخدمة الاجتماعية ١١,٥
التربية ب ٤,٤		٣	٧,١
الاجتماع ٧,٤			٤,١

إذن يوجد فرق معنوي فى الإتجاهات فقــط بــين طلبـــة التربيـــة والخدمـــة الإجتماعية.

تطبيق (٢٩-٤٢):

في إحدى المدارس التجريبية ، تستخدم ثلاث طرق للتـــدريس ، وكـــل فـــصل يحوي ٨ طلاب - وفي نهاية العام يتم إختبارهم وإعطائهم رتب حسب أدائهم ، وكما هو موجز بالبيان التالي.

والمطلوب : إختبار الفرض بأن الثلاث طرق متكافئة وذلك بمستوى معنويـــة ٠,٠٥

طرق التدريس

(أ)	(ب)	(جـ)
١٦	٢٠	١٩
٢١	٣	١
٩	١٢	١٠
٢٤	١١	٤
١٥	٥	٢
٢٢	١٨	١٤
١٣	٧	١٨
٢٣	٨	٦

الحل:

المجموع : رل٠	١٤٣	٨٤	٧٣
ر٢ل٠	٢٠٤٤٩	٧٠٥٩	٥٣٢٩

مجـــ ر٢ل/نل = ٢٥٥٦,١ + ٨٨٢ + ٦٦٦,١ = ٤١٠٤,٢

ص = $\frac{\text{١٢ (٤١٠٤،٢)}}{\text{٤٢ (٢٥)}}$ − ٣ (٢٥) + ٧،٠٨

كا (٠,٩٥) = ٥,٩٩١

لذا نرفض فرض إعتبار أن الثلاث طرق متكافئة.

٢٩-٥-٢-٢ المقارنات المتعددة :

ع٢ = $\frac{\text{١}}{\text{٢٣}}$ [٤٩٠٠- ٢٤(٢٥)٢/ ٤] = ٥٠

أ ف م = ت١١ (٠،٩٧٥) $\sqrt{\text{٥٠} \left(\frac{\text{٢٤-١-٧,٠٨}}{\text{٢٤-٣}}\right) \left(\frac{\text{١}}{\text{٨}} + \frac{\text{١}}{\text{٨}}\right)}$

= ٢,٠٨٠ × ٣,٠٧٨ = ٦,٤

متوسط الرتب	الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة جـ
	١٧,٩	١٠,٥	٩,١
الطريقة أ ١٧,٩	..	٧,٤	٨,٨
الطريقةب ١٠,٥	..		١,٤

توجد فروق معنوية بين كل من الطرق أ ، ب وكذا أ ، جـ .

٢٩-٦ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مرتبطة

٢٩-٦-١ تصميم القطاعات كاملة العشوائية

تصميم القطاعات كاملة العشوائية Comletely randunized(*) blaeks يعد إمتداداً لتصميم الأزواج المرتبطة (٣ - ٢) غير أن المقارنة هنا تتم بين أكثر من مجموعتين . ويستخدم هذا التصميم لضبط الإختلافات بسبب المصادر غير المرغوب فيها ، ويتم ذلك من خلال تقسيم الوحدات التجريبية إلى فئات متجانسة نسبياً تسمى القطاعات التجريبية Experimental blocks، وهذه القطاعات تكون متجانسة بحيث تحوى وحدات تجريبية لها خواص مشتركة يكون لها تأثير على المتغير التابع محل الدراسة . ويكون عدد الوحدات التجريبية داخل كل قطاع مساوياً عدد المعاملات

ومن الأمثلة على ذلك في التجارب الزراعية تكون القطاعات من أراض بمستوى خصوبة معينة أو لها مساحة معينة أو مجموعة أشجار متماثلة. وفي البحوث الخاصة بالتغذية والعلاج والتي تجرى على حيوانات التجارب تكون القطاعات من حيوانات من نفس الولدة وفي تجارب العلاج التي تجرى

على المرضى يمكن تقسيمهم إلى قطاعات حسب العمر ، الجنس ، شدة المرض .. إلخ.

٢٩-٦-١-١ التعشية:

- 1يتم ترقيم المعاملات وكذا ترقيم القطاعات.
- 2للقطاع الأول نقوم بسحب مجموعة عشوائية بعدد المعاملات كل وحدة فيها تخصص لمعاملة معينة – وذلك بالأسلوب السابق إتباعه في النموذج كامل العشوائية.
- 3نكرر الخطوة السابقة على باقي القطاعات.

الفروض:

يوجد فرضنان يمكن إختبارهما.

- 1لا يوجد تأثير للمعاملات (الأعمدة) ، بمعنى أن تأثير المعـــاملات علـــى المتوسطات متساو.
- 2لا يوجد تأثير للقطاعات (الصفوف) ، بمعنى أن تأثير القطاعـــات علـــى المتوسطات متساو.

٢٩-٦-١-٢ تحليل التباين:

البيان التالي يعرض قيم المشاهدات (المتغير التابع) في مـــصفوفة وموزعـــة حسب المعاملات (الأعمدة) والقطاعات (الـــصفوف) – ويوضـــح كـــذلك مجموع القيم والمتوسط الحسابي وذلك لكل معالجة ولكل قطاع.

		المعاملات				مجموع	متوسط
		١	٢	ل	م		
القطاعات	١	ص١١	ص١٢	ص١ل	ص١م	ص١.	ص̄١.
	٢					ص٢.	
	.						
	ر			ص ر ل		ص ر.	ص̄ ر.
	.						
	ق	ص ق١			ص ق م	ص ق.	ص̄ ق.
مجموع		ص.١	ص.٢	ص.ل	ص.م	ص..	
متوسط		ص̄.١	ص̄.٢	ص̄.ل	ص̄.م		ص̄

وفيما يلي عرض لجدول تحليل التباين والرموز والمصطلحات المستخدمة وكذا العمليات الحسابية.

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع	د ، ج	متوسط	الاحصاء
المعاملات	مـ	م - ١	ع٢ مـ	٢ ٢ ع / ع مـ خـ
القطاعات	ق	ق - ١	ع٢ ق	ع٢ ع٢
الخطأ	خـ	(م-١) (ق-١)	ع٢ خـ	ق خـ
	ك	ن - ١		

ك = مجـ ص٢ - ص٢٠٠ / ن (٢٩-٥٦)

مـ = مجـ ص٢٠ل / ق - ص٢٠٠ / ن (٢٩-٥٧)

ق = مجـ ص٢ر٠ / م - ص٢٠٠ / ن (٢٩-٥٨)

خـ = ك - (مـ + ق) (٢٩-٥٩)

ع٢مـ = مـ (م - ١) (٢٩-٦٠)

ع٢ق = ق / ق - ١ (٢٩-٦١)

ع٢خـ = خـ / (م - ١) (ق - ١) (٢٩-٦٢)

إحصاء الإختبار:

لإختبار فرض تساوي تأثير المعاملات نستخدم الإحصاء

ف١ = ع٢مـ / ع٢خـ (٢٩-٦٣)

وهو يتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (م - ١) (ق - ١)

ولإختبار فرض تساوي تأثير القطاعات نستخدم الإحصاء

ف٢ = ء٢ق / ء٢خـ (٢٩-٦٤)

المقارنات المتعددة :

في حالة رفض فرض العدم فإن متوسط مجتمعان ١ ، ٢ يختلفان معنوياً بمستوى معنوية مـ إذا كان .

ص١٠ - ص٢٠ > أ ف م (٢٩-٦٥)

أ ف م = ت(م-١)(ق-١)(١-مـ/٢) √(ء٢خـ (٢/ق)) (٢٩-٦٦)

تطبيق (٢٩-٤٣):

مؤسسة تريد إدخال نظام منسق الكلمات وقد تقرر إختيار النظام الذي يحقق أكبر إنتاج ، تم تجربة الأنظمة الثلاثة المتاحة على ستة من العمال تم إختيارهم عشوائياً بحيث يعمل كل منهم على الأنظمة كلها ، وقد سجل إنتاج كل منهم (عدد الكلمات في الدقيقة) . والمطلوب إختبار فرض إختلاف الأنظمة بمستوى معنوية ٥ % وإجراء المقارنات بين المعاملات.

النظام

العامل	١	٢	٣
١	٤٢	٤٥	٤٥
٢	٣٧	٣٦	٤٠
٣	٥٣	٥٦	٥٥
٤	٦٨	٧٣	٧٥
٥	٤٨	٤٥	٤٨
٦	٣٦	٣٩	٤٠

النظام

العامل	١	٢	٣	مجموع	متوسط
١	٤٢	٤٥	٤٥	١٣٢	٤٤
٢	٣٧	٣٦	٤٠	١١٣	٣٧,٧
٣	٥٣	٥٦	٥٥	١٦٤	٥٤,٧
٤	٦٨	٧٣	٧٥	٢١٦	٧٢
٥	٤٨	٤٥	٤٨	١٤٠	٤٦,٧
٦	٣٦	٣٩	٤٠	١١٥	٣٧,٣
مجموع	٢٨٤	٢٩٤	٣٠٢	٨٨٠	
متوسط	٤٧,٣	٤٩	٥٠,٣		٤٨,٩

مجـ ص$_{2}$ = ٤٥٥٨٢

ك = ٤٥٥٨٢ − (٨٨٠)^{2}/١٨ = ٢٥٥٩,٧٨

= ٤٥٥٨٢ − ٤٣٠٢٢,٢٢ = ٢٥٥٩,٧٨

مـ = (٢٨٤^{2} + ٢٩٤^{2} (٣٠٢^{2}) / ٦ − ٤٣٠٢٢,٢٢ = ٢٧,١١

ق = (١٣٢^{2} + ١١٣^{2} + ١٦٤^{2} + ٢١٦^{2} + ١٤٠^{2} + ١١٥^{2}) / ٣

− ٤٣٠٢٢,٢٢ = ٢٥٠١,١١

خـ = ٢٥٥٩,٧٨ − (٢٧,١١ + ٢٥٠١,١١) = ٣١,٥٦

مجـ ص٢ = ٤٥٥٨٢

ك = ٤٥٥٨٢ - (٨٨٠)٢/١٨ = ٢٥٥٩,٧٨

= ٤٥٥٨٢- ٤٣٠٢٢,٢٢ = ٢٥٥٩,٧٨

مـ = (٢٨٤٢ + ٢٩٤٢) ٣٠٢٢) / ٦ - ٤٣٠٢٢,٢٢ = ٢٧,١١

ق = (١٣٢٢ + ١١٣٢ + ١٦٤٢ + ٢١٦٢ + ١٤٠٢ + ١١٥٢) / ٣

-٤٣٠٢٢,٢٢ = ٢٥٠١,١١

خـ = ٢٥٥٩,٧٨ - (٢٧,١١ + ٢٥٠١,١١) = ٣١,٥٦

المصدر	د.ج	م.م	متوسط المربعات	الاحصاء
الأنظمة	٢	٢٧،١١	١٣،٥٦	٤،٣٠
العمال	٥	٢٥٠١،١١	٥٠٠،٣٢	١٥٨،٥٢
الخطأ	١٠	٣١،٥٦	٣،١٦	
المجموع	١٧	٢٥٥٩.٧٨		

ف١٠،٢(٠,٩٥) = ٤,١

وبذلك نرفض فرض تكافؤ الأنظمة.

٢٩-٦-١-٣ المقارنات المتعددة:

أ ف م = ت١٠(٠,٩٧٥) $\sqrt{\text{٣,١٦ (٦/٢)}}$

= ٢,٢٢٨ (١,٠٢٦) = ٢,٢٨٦

النظام		١	٢	٣
	المتوسط	٤٧,٣	٤٩	٥٠,٣
١	٤٧,٣	٠	١,٧	٣
٢	٤٩			١,٣

لا توجد فروق معنوية بين الأنظمة ١ ، ٢ وكذلك بين ٢ ، ٣ بينما يوجد فـرق معنوي بين النظامين ١ ، ٣ .

تطبيق (٢٩-٤٤):

في تجربة لمقارنة ثلاثة أنواع من البنزين وأربعة أنواع مـن الإضـافات تـم الحصول على البيانات التالية وهى تعرض الأميال المقطوعة في الجالون لكـل توليفة .

المطلوب :

أ - إختبار فرض تكافؤ أنواع البنزين بمستوى معنوية ٥ ٪ .

ب - إختبار فرض تكافؤ أنواع الإضافات بمستوى معنوية ٥ ٪.

أنواع البنزين / أنواع الإضافات	أ	ب	جـ
١	٢٧	٢٥	٢٩
٢	٣٢	٣١	٢٩
٣	٢٧	٢٨	٢٦
٤	٢٦	٢٦	٢٥

الحل:

	ا	ب	جـ	المجموع	المتوسط
١	٢٧(٧٢٩)	٢٥(٦٢٥)	٢٩(٨٤١)	٨١	٢٧،٠٠
٢	٣٢(١٠٢٤)	٣١(٩٦١)	٢٩(٨٤١)	٩٢	٣٠،٦٧
٣	٢٧(٧٢٩)	٢٨(٧٢٩)	٢٦(٦٧٦)	٨١	٢٧،٠٠
٤	٢٦(٦٧٦)	٢٦(٦٧٦)	٢٥(٦٢٥)	٧٧	٢٥،٦٧
المجموع	١١٢	١١	١١٢	٣٣١	
المتوسط	٢٨	٢٧،٥	٢٨		٢٧،٥٨

الأرقام بين الأقواس هى مربعات الأميال ومجموعها ٩١٨٧.

جدول تحليل التباين

المصدر	د.ج	مجموع المربعات	متوسط المربعات	ف
البنزين	٢	١,١٧	٠،٥٨٥	٠،٢٥
الإضافات	٣	٤١،٥٩	١٣،٨٦	٥،٨٧
الخطأ	٦	١٤،١٦	٢،٣٦	
	١١	٥٦،٩٢		

ف٢،٦(٠,٩٥) = ٥,١٤

وحيث أن قيمة الإحصاء ف١ = ٠,٢٥ أصغر منها لذا لا نستطيع رفض فرض تكافؤ أنواع البنزين الثلاث.

ف٣،٦(٠,٩٥) = ٤,٧٦

وحيث أن قيمة الإحصاء ف٢ = ٥,٨٧ أكبر منها لذا نرفض فرض تكافؤ أنواع الإضافات الأربع .

٢٩-٦-٢ إختبار فريدمان Friedman Test

قدمه العالم فريدمان Friedman عام ١٩٣٧ وهو من الإختبارات اللامعلمية ويستخدم لمقارنة تأثير ثلاث معاملات أو أكثر لتصميم القطاعات كاملة العشوائية ، وذلك في حالة عدم توفر الشروط اللازمة لإستخدام إجراءات تحليل التباين .

الإفتراضات :

- 1مستوى قياس المتغير التابع ترتيبي على الأقل .
- 2المشاهدات داخل كل قطاع عشوائية ومستقلة .

الفروض :

وهذه تتوقف على الإفتراضات حول البيانات ، فقد تكون :

أ – تساوي المتوسطات الحسابية : في حالة البيانات الفترية وتماثل التوزيعات .

ب – تساوي الوسيط في كل المجتمعات : في حالة البيانات الترتيبية وتماثل التوزيعات .

جـ – تساوي متوسط الرتب في كل المجتمعات : في حالة عدم وجود إفتراضات حول التوزيعات .

ويوجد فرضان يمكن إختبارهما الأول عن تأثير المعاملات والثاني لتأثير القطاعات.

٢٩-٦-٢-١ إحصاء الإختبار :

يتم تنظيم البيانات في مصفوفة من ق من الصفوف (قطاعات) ، م من الأعمدة (معاملات) كما سبق في تصميم القطاعات كاملة العشوائية ، يتم إعطاء القيم في كل صف (قطاع) رتب - ثم تجمع الرتب في كل عمود (معاملة) فإذا كان فرض العدم صحيحاً يتساوى تقريباً مجموع الرتب في المعاملات :

ر١٠ ، ر٢٠ ... ، رل٠ ... ، رم٠

والإحصاء المستخدم في الإختبار هو :

$$ع = مجـ ر^{٢}_{ل٠} - \frac{(مجـ ر_{ل٠})^{٢}}{م} \qquad (٢٩-٦٧)$$

وهذا الإحصاء له توزيع معاينة خاص (جدول ١٣ من الجداول(*) الإحصائية الملحقة).

وإذا زادت قيمة م عن ٧ يستخدم الإحصاء.

$$ص = \frac{١٢ ع}{ق م (م+١)} \qquad (٢٩-٦٨)$$

$$= \frac{١٢ \text{ مجـ } ر^٢ \text{ ل}٠}{ق\ م\ (م+١)} - ٣\ ق\ (م+١) \qquad (٢٩-٦٩)$$

وهو يتبع تقريباً توزيع كا٢ بدرجات حرية م − ١

المقارنات المتعددة :

في حالة رفض العدم ، يعتبر المجتمعان ١ ، ٢ مختلفان بمستوى معنوية مـــــ

في حالة :

$$| ر١٠ - ر٢٠ | > أ\ ف\ م \qquad (٢٩-٧٠)$$

$$أ\ ف\ م = ت(ق-١)(م-١)\sqrt{(١-مـــ/٢)\ \frac{٢ق\ (أ-ب)}{(ق-١)\ (م-١)}} \qquad (٢٩-٧١)$$

$$\text{حيث } أ = \text{مجـــ } ر^٢ل\ ك \qquad (٢٩-٧٢)$$

وفي حالة عدم وجود قيود فإن :

$$أ = \frac{١}{٦}\ ق\ م\ (م+١)\ (٢م+١) \qquad (٢٩-٧٣)$$

$$ب = \frac{١}{ق}\ \text{مجـــ } ر^٢ل٠ \qquad (٣-٧٤)$$

ملاحظات :

في حالة(*) أ = ب تعتبر هذه النقطة تنتمي إلى منطقة الرفض ونعدل مستوى المعنوية إلى مـــ = (١/م!)ق−١ .

تطبيق (٢٩−٤٥):

في إجتماع لسبعة من المديرين ، قاموا بإعطاء رتب لعشرة من صفات القيـــادة من ١ (الأقل أهمية في القائد) إلى ١٠ (الأكثر أهمية في القائد) وتم إعـــداد البيانات في الجدول التالي :

كيف يمكن تحليل هذه البيانات لبيان ما إذا كان هنـــاك ميـــل لـــدى المـــديرين للإتفاق حول صفات القيادة الأكثر أهمية ، أو بمعنى آخر ما إذا كـــان هنـــاك بعض من صفات القيادة لها أهمية أكبر من الصفات الأخرى وذلـــك بمـــستوى معنوية ٥٪.

صفات القيادة / المدير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١	١	٣	٢	٩	١	٥	٦	٨	٤	٧
٢	٢	١	٧	١	٠	٨	٣	٥	٤	٦
٣	٧	١	٩	٠	٩	٤	٥	٢	٣	٨
٤	٧	٢	٥	٦	١	٦	١	٣	١	٨
٥	٤	٥	٨	٤	٠	٤	٠	٢	١	٩
٦	٢	١	٧	٦	٩	٤	٧	٥	٣	٨
٧	٣	٧	٨	٦	١	٢	١	٤	١	١
				٩	٠		٠			٠
					٩		٥			
					٩					

الحل :

الصفة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
مجموع	٢٦	٢٠	٤٩	٤٧	٦٦	٣٢	٤٦	٢٩	١٧	٥٦	٣٨٥
الرتب د ل٠ ر٢ل٠	٦٧٦	٤٠٠	٢١١٦	٢٢٠٩	٣٥٦٠	١٠٢٤	٢١١٦	٨٤١١	٢٨٩	٣١٣٦	١٧١٦١

ع = مجـ ر٢ل٠ − (مجـ د ل٠)٢ / م

= ١٧١٦٣ – $(\text{٣٨٥})^{\text{٢}}$ / ١٠ = ٢٣٤٠,٥

وحيث أن عدد المعالجات م = ١٠ فإننا لا نستطيع استخدام جدول ١٣ – توزيع فريدمان – ويمكن إستخدام توزيع كا٢ بدرجات حرية م – ١ = ٩ وذلك للإحصاء.

$$\text{ص} = \frac{\text{١٢ ع}}{\text{ق م (م + ١)}}$$

$$= \frac{\text{١٢ (٢٣٤٠،٥)}}{\text{٧ (١٠) (١١)}} = \text{٣٦،٤٧}$$

ومن جدول توزيع كا٢

كا٢٩ (٠,٩٥) = ١٦,٩١٩

وبالتالي نرفض فرض العدم والذي قتضي بأن صفات القيادة المذكورة كلها على نفس الدرجة من الأهمية من وجهة نظر المديرين.

٢٩-٦-٢-٢ المقارنات المتعددة:

$$\text{أ} = \frac{\text{١}}{\text{٦}} \text{ ق م (م + ١) (٢م + ١)}$$

$$= \frac{١}{٦} (٧)(١٠)(١١)(٢١) = ٢٦٩٥$$

$$\text{ب} = \frac{١}{\text{ق}} \text{مجـ ر}^{٢}\text{ل}_{٠}$$

$$= \frac{١}{٧} \{٦٧٦ + ٤٠٠ + ٠٠٠ + ٣١٣٦\} = ١٣١٦٣/٧ = ٢٤٥١،٨٦$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}_{٤٥} (٠,٩٧٥) \sqrt{\frac{٢(٧)(٢٦٩٥ - ٢٤٥١،٨٦)}{(٦)\ (٩)}}$$

$$= ٢,٠٠٥ \times ٧,٩٤ = ١٥,٩٢$$

ويتم ترتيب مجموع الرتب بكل صفة (رل٠) ترتيباً تصاعدياً.

الصفة	٩	٢	١	٨	٦	٣	٧	٤	١٠	٥
	١٧	٢٠	٢٦	٢٩	٣٢	٤٦	٤٦	٤٧	٥٦	
	٦٦									

وقد وضعت خطوط تحت الصفات المتقاربة والتي لا تختلف عن بعضها معنوياً وهى التي تكون الفروق بينها أقل من أ ف م .

تطبيق (٢٩-٤٦):

في إحدى المؤسسات التعليمية يتلقى الطلاب المقرر من أربعة من المدرسين . ولتقييم المدرسين تم إختيار خمسة طلاب عشوائياً وطلب منهم وضع تقـديرات للأربعة مدرسين وتم الحصول على البيانات الموضحة في الجدول التالي :

والمطلوب :

أ - اختبار فرض تساوي المدرسين في الكفاءة التدريبية بمستوى معنوية ٥٪.

ب - مقارنة الكفاءة التدريبية بين المدرسين .

المدرسين / الطلبة	أ	ب	جـ	د
١	جـجـ	ل	م	جـ
٢	م	ل	جـجـ	جـ
٣	جـجـ	جـ	م	ل
٤	جأ	ل	جـجـ	م
٥	م	ل	جـجـ	جـ

(ل) مقبول ، (جـ) جيد ، (جـجـ) جيد جداً ، (م) ممتاز

الحل :

المدرسين / الطلبة	أ	ب	جـ	د
١	٤	١	٣	٢
٢	٤	١	٣	٢
٣	٣	٢	٤	١
٤	٢	١	٣	٤
٥	٤	١	٣	٢
دل٠	١٧	٦	١٦	١١
ر٢ل٠	٢٨٩	٣٦	٢٥٦	١٢١

ع = مجـــ ر^{٢}ل٠ − (مجـــ رل٠)^{٢}/م

= ٧٠٢− ٥٠ ^{٢} /٤ =٧٧

وبالرجوع لجدول(*) ١٣ وعند م = ٤ ، ق = ٥ يتضح أن ح (ع ٢ ٧٧) = ٠١٧,

ولذا نرفض فرض تساوى الكفاءة بين المدرسين .

المقارنات المتعددة :

إستخدام الصيغة (٣ − ٧١) نحسب أ ف م

$$\text{أ} = \frac{1}{6}\ \text{ق م} \left(\text{م} + 1\right)\left(2\text{م} + 1\right)$$

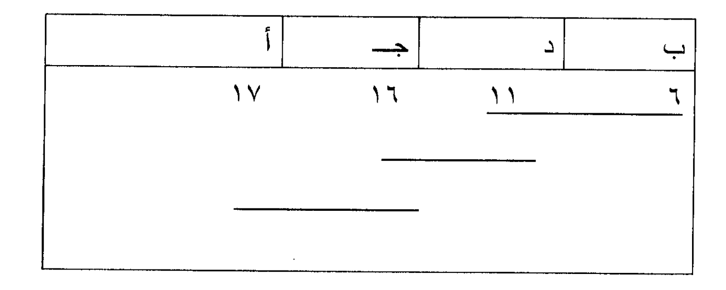
$$= \frac{1}{6}\ 5\ (4)\ (5)\ (9) = 150$$

$$\text{ب} = \frac{1}{\text{ق}}\ \text{مجـ ر}^{2}\text{ل.} = \frac{1}{5}\ (702) = 140.4$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}_{٢٧}\ (0.975) \sqrt{\frac{2\ (5)\ (150 - 140.4)}{(4)\ (3)}}$$

$$= 2.179 \times 2.828 = 6.163$$

ترتيب المدرسين تصاعدياً حسب مجموع الرتب.



ب	د	جـ	أ
٦	١١	١٦	١٧

تم وضع الخطوط تحت المجموعات المتكافئة والتي لا تختلف عـــن بعـــضها معنوياً.

الفصل ٣٠

الاستقراء عن النسب والمعدلات

Ratios & Rates

٣٠-١ النسبة
٣٠-١-١ الاختبار الهيبرجيومتري
٣٠-١-٢ اختبار ذي الحدين
٣٠-١-٣ الاختبار الطبيعي
٣٠-١-٣-١ تقدير النسبة
٣٠-١-٣-٢ تحديد حجم العينة
٣٠-٢ مقارنة نسبتان : بيانات مستقلة
٣٠-٢-١ اختبار فيشر الأصلي
٣٠-٢-١-١ إجراءات الإختبار
٣٠-٢-١-٢ الجداول
٣٠-٢-٢ الاختبار الطبيعي
٣٠-٢-٣ اختبار بيرسون كا٢
٣٠-٣ مقارنة نسبتان : بيانات مرتبطة
٣٠-٣-١ اختبار مكنمار McNmar
٣٠-٣-١-١ تقريب إختبار كا٢
٣٠-٣-١-٢ تقريب الإختبار الطبيعي
٣٠-٣-٢ اختبار جارت Gart
٣٠-٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مستقلة
٣٠-٤-١ إختبار فرض قيم لعدة نسب
٣٠-٤-٢ اختبار فرض تساوي عدة نسب
٣٠-٥ مقارنة عدة نسب : بيانات مرتبطة
٣٠-٥-١ اختبار بوكر Bowker
٣٠-٥-٢ اختبار ستيوارت Stuart
٣٠-٥-٣ اختبار كوكران (Q) Cochran'Q

الفصل الثلاثون
النسب والمعدلات

هذا الفصل يعرض مجموعة هامة من أساليب الإستقراء حول النسب والمعدلات . وقد تم تقسيم هذه الأساليب في ثلاث فصول ، يعرض الأول منها أساليب الإستقراء حول نسبة واحدة ويعرض الفصل الثاني أساليب الإستقراء لمقارنة نسبتان : في حالة البيانات المستقلة وكذا في حالة البيانات المرتبطة . كما يعرض الفصل الثالث أساليب الإستقراء حول مقارنة عدة متوسطات.

وكما سبق إتباعه في الفصول السابقة ، نعرض أولاً الأساليب الأصلية، وننتقل إلى الأساليب الأخرى التي يمكن إستخدامها حال عدم توفر الشروط أو بإعتبارها تقريب جيد في حالات معينة.

٣٠-١ النسبة:

هذا الفصل يعرض أساليب الإستقراء المتعلقة بنسبة وحيدة . وكل من هذه الأساليب يعتمد على توزيع إحتمالي معين – ولذا يطلق غالباً اسم التوزيع على الإختبار : وهى :

١- لإختبار الهيبرچيو متري.
٢- إختبار ذي الحدي.
٣- إختبار الطبيعي.

وكل من هذه الأساليب ، موجه لحالات معينة كما يمكن أحياناً – تحت توافر

شروط معينة إستخدام واحد كبديل تقريبي لآخر .
هذا مع ملاحظة أن التوزيعات الإحتمالية ، تم عرضها تفصيلاً بالجزء الأول ، أسس الإستقراء ، الفصل ٢٩-٢

٣٠-١-١ الإختبار الهيبرجيومتري Hypergeometric

يستخدم في حالة سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها (ن) من مجتمـــع حجمه (ن) بدون إرجاع الوحدات المسحوبة ، أو حاله سحب العينة دفعة واحدة من المجتمع وهذا المجتمع يحوي عدد قدره أ من الوحدات ذات خاصة معينـــة محل الإهتمام – والتطبيق أدناه يعد نموذجاً لإستخدام هذا الإختبار .

فرض العدم : ف٠ : أ = أ٠

إختبار الإحصاء :

س وهو عدد الوحدات بالعينة والتي تتمتع بالخاصية محال الإهتمام

توزيع المعاينة:

الإحصـــاء س يتـــبع التوزيـــع الهيبرچيومتري بالمعالم ن ، ن ، أ٠

قاعدة القرار :

نرفض إذا كانت س ٢ س٠ حيث س٠ هـــى أصـــغر قـــيم س التـــي تحقق :

ح (س ٢ س) ٣ مـــ

١- ح (س ٣ س - ١) ٣ مـــ

١- ح ن ، ن ، أ٠ (س - ١) ٣ مـــ (٣٠-١)

= ح ن ، ن ، أ٠ (س - ١) ٢ ١ - مـــ (٣٠-٢)

ويمكن إستخدام أي من الصيغتين السابقتين .

تطبيق (٣٠-١):

مؤسسة بصدد شراء ١٠ وحدات من قطع الغيار وتقرر قبول الـصفقة إذا كانت نسبة المعيب ٢٠ % . ثم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٤ وجد بها قطعة واحدة معيبة ، والمطلوب تقرير ما إذا كانت الصفقة ترفض أو تقبـل بمستوى معنوية ٢٠٪

الحل:

ن = ١٠ ، ن = ٢

نسبة المعيب ٢٠ % تعني أن أ = ٢ (٠,٢ × ن)

فرض العدم : نسبة المعيب ٢٠ % تكافئ أن عدد الوحدات المعيبة في المجتمع أ = ٢ أي أن :

ف٠ : أ = ٢

ف١ : أ > ٢

من جدول التوزيع الهيبرچيو متري (جدول - ٦) نجد أن القيمة الحرجة هى س = ٢ والتي تحقق الصيغة (٢٩ - ٢) أي هى أصغر قيمة س تحقق :

ح١،٤،٢ (س - ١) ≤ ٠,٨٠

وتصبح المنطقة الحرجة (منطقة الرفض) هى : س ≤ ٢ .

مستوى المعنوية الفعلي :

ح (س ≤ ٢) = ١ - ح (س ≥ أ)

= ١−ح١٠،٤،٢(١) = ١ − ٠,٨٦٧ = ٠,١٣٣

٣٠−١−٢ إختبار ذي الحدين

الإفتراضات :

١− كل محاولة تشمل نتيجتين فقط (نجاح ، فشل) .

٢− المحاولات مستقلة عن بعضها .

٣− إحتمال النجاح (الخاصية محل الإهتمام) في كل محاولة ثابت .

الفروض :

قد تكون واحد مما يلي :

أ − ف٠ : ق = ق٠   ف١ : ق ≠ ق٠

ب − ف٠ : ق ≥٣ ق٠   ف١ :ق > ق٠

جـ − ف٠ : ق ≤٢ ق٠   ف١ : ق < ق٠

إحصاء الإختبار

س وهو عدد حالات النجاح .

توزيع المعاينة :

س يتبع توزيع ذي الحدين ، معالمه ن ، ق٠

قاعدة القرار :

تعتمد على الفرض المطلوب إختباره ، مع ملاحظة أن الإحصاء عدد صحيح وقد لا يسمح بتحقيق مستوى المعنوية المحدد تماماً .

وفيما يلي مناطق الرفض حسب الفرض المطلوب إختباره :

أ - الإختبار من جانبين : تكون :

منطقة الرفض :

س ٣ س١ أو س > س٢ (٣٠-٣)

حيث : ح (س ≤ س١) = مـ/٢ (٣٠-٤)

وبالرموز المستخدمة في توزيع ذى الحدين :

ح ن ، ق٠(س١) ≤ مـ/٢ (٣٠-٥)

ح (س > س٢) ≤ مـ/٢ (٣٠-٦)

أو ح (س ≤ س٢) ≤ ١ - مـ/٢ (٣٠-٧)

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

ح ن ، ق٠(س٢) ≤ ١ - مـ/٢ (٣٠-٨)

ب - الإختبار من جانب واحد (الأيمن)

قيم س الكبيرة توضح أن فرض العدم غير صحيح ، وبذلك تتكون منطقة الرفض من قيم س الأكبر من س* أي :

منطقة الرفض :

س > س* (٣٠-٩)

حيث : ح (س > س*) ٣ مـ (٣٠-١٠)

أو ح (س ≤ س*) ≤ ١ - مـ (٢٩-١١)

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

ح ن ، ق٠(س*) = ١ - مـ (٣٠-١٢)

جـ - الإختبار من جانب واحد (الأيسر)

منطقة الرفض :

س ≤ س* (٣٠-١٣)

حيث : ح (س ≤ س*) ≤ مــ (٣٠-١٤)

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

ح ن ، ق٠(س*) ≤ مــ (٣٠-١٥)

تطبيق (٣٠-٢):

تقضي إحدى نظريات الوراثة بأن ٢٠ % من نوع معين من الكائنات يكون له صفة معينة . تم سحب عينة عشوائية حجمها ٢٠ من هذا المجتمع وجد بينها ٧ يتمتعون بالصفة . والمطلوب إختبار صحة النظرية بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل:

ف٠ : ق = ٠,٢٠ ف١ : ق ≠ ٠,٢٠

منطقة الرفض :

س ≤٣ س١ أو س > س٢

١- بإستخدام الصيغة (٢٩-٥) وجدول ٨ .

ح٢٠ ، ٠,٢ (٠) = ٠,٠١١٥

٢- بإستخدام الصيغة (٣٠-٧)

ح٢٠ ، ٠,٢ (٨) = ٠,٩٩

أي نرفض النظرية إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد س ٣ ٠ أو أكبر من ٨ .

وحيث أن الإحصاء المشاهد ٧ لا يقع في منطقة الرفض – لذا لا يوجد أي دليل على رفض النظرية.

تطبيق (٣٠-٣):

تقوم إحدى مؤسسات التسويق الكبرى بدراسة عن مدى إمكان العمل في يوم الأجازة الأسبوعية ، وكان من نتيجة الدراسة أن بالإمكان العمل يوم الأجازة إذا ما أيد ٣٠ % من العملاء الحاليين على الأقل شراءهم بالنمط المعتاد في ذلك اليوم . تم سحب عينة عشوائية من ٢٠ أسرة ، أفادت ٥ أسر منها مداومة الشراء بالنمط المعتاد في يوم الأجازة ، فهل ترى أن تداوم المؤسسة على العمل يوم الأجازة ؟

ملحوظة : المطلوب إجراء الإختبار بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل:

ف٠ : ق ≥٣ ٠,٣٠

ف١ : ق > ٠,٣٠

ن = ٢٠ ، س = ٥

بالرجوع إلى جدول توزيع ذي الحدي المتبع (جدول ٨) وإستخدام الصيغة (٣٠- ١١).

ح٠,٣، ٢٠(٩) = ٠,٩٥٢

أي أن : ح (س ≥٣ ٩) = ٠,٩٥٢

أي أن : ح (س > ٩) = ١ - ٠,٩٥٢ = ٠,٠٤٨

منطقة الرفض : س > ٩ (٣٠ - ٩)

وحيث أن القيمة المشاهدة هى ٥ إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، بمعنى أن النسبة ٠,٣ أو أقل - وبذلك نرفض العمل يوم الأجازة.

٣٠-١-٣ الإختبار الطبيعي:

يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي كتقريب لتوزيع ذي الحدين إذا كانـــت كلا من ن ق ، ن ك أكبر من ٥.

$$\text{ص} = \frac{\text{س}/\text{ن} - \text{ق}}{\sqrt{\text{ق ك}/\text{ن}}} \qquad (\text{٣٠ - ١٦})$$

$$= \frac{\text{س} - \text{ن ق}}{\sqrt{\text{ن ق ك}}} \qquad (\text{٣٠ - ١٧})$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

ونظراً لأن توزيع ذي الحدين غير مستمر فإنه يلزم إذا كانت ن صغيرة نسبياً مراعاة تصحيح الإستمرارية Correction for Continuity وقد سبق إيضاح ذلك بالجزء الأول ، بالقسم (٢٨-٤-٤).

٣٠-١-٣-١ تقدير النسبة

حدي الثقة = ق $\pm$ ل σق   (٣٠-١٨)

حيث ل معامل الثبات

$$\sigma_{\text{ق}} = \sqrt{\frac{\text{ق ك}}{\text{ن}} \left(\frac{\text{ن} - \text{ن}}{\text{ن} - ١}\right)} \qquad (\text{٣٠ - ١٩})$$

وإذا كانت ن صغيرة بالنسبة إلى ن (ن/ن ٣ ٠,١) يمكن حذف معامل التصحيح ($\frac{ن - ن}{ن - ١}$) وتصبح الصيغة.

$$\sigma_{ق} = \sqrt{\frac{ق ك}{ن}} \qquad (٣٠-٢٠)$$

وغالباً تكون النسبة في المجتمع مجهولة ، ونقدرها من بيانات العينة ، ويمكن الحصول على تقوير غير متحيز لتباين النسبة بإستخدام الصيغة

$$ع^{٢}_{ق} = \frac{ق ك}{ن - ١} \qquad (٣٠-٢١)$$

وإذا كان حجم العينة كبيراً ، تعرض الصيغة أحياناً بالصورة:

$$ع^{٢}_{ق} = \frac{ق ك}{ن} \qquad (٣٠-٢٢)$$

وتكون صيغة حدي الثقة كما يلي :

حدي الثقة = ق $\pm$ ل $ع_{ق}$ (٣٠-٢٣)

تطبيق (٣٠-٤)

مدير أحد المخازن يرغب في تقدير نسبة الأوعية الخالية في مخازنه بدرجة ثقة ٩٥ % تم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ١٠٠ وعاد - وجد منها ٢٣ وعاءاً خالياً .

الحل :

ق = ٢٣ / ١٠٠ = ٠,٢٣

يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي حيث أن كلا من ن ق ، ن ك أكبر من ٥ .

عـق = $\sqrt{\text{ق ك/(ن - ١)}}$ = $\sqrt{(٠,٢٣)(٠,٧٧)/٩٩}$ = ٠,٠٤٢

حدي الثقة = ق ± ل عـق

= ٠,٢٣ ± ١,٩٦ (٠,٠٤٢)

= ٠,٢٣ ± ٠,٠٨٢

= (٠,٣١ ، ٠,١٥)

تطبيق (٣٠-٥):

ترغب إحدى الشركات قبل تسعير وتسويق منتج جديد في معرفة رأي عملائها الحاليين ومدى تقبلهم لشراء هذا المنتج بالسعر المقترح ، تم عمل مسح بمعاينة عشوائية بسيطة بدراسة ٥٠٠ عميل ، أبدى ٧٥ منهم رغبتهم في شراء المنتج الجديد والمطلوب تقدير نسبة الموافقين من العملاء بدرجة ثقة ٩٠ . %

الحل :

ق = ٧٥ / ٥٠٠ = ٠,١٥٠

عق = $\sqrt{\text{(٠,١٥) (٠,٨٥) / ٤٩٩}}$ = ٠,٠١٦

حدى الثقة في المجتمع = ٠,١٥ ± ١,٦٥ (٠,٠١٦)=

= ٠,١٥ ± ٠,٠٢٦

= (٠,١٧٦ ، ٠,١٢٤)

تطبيق (٣٠-٦):

ألقيت قطعة من العملة ١٠٠ مرة ، ظهر منها ٤٣ صورة . بمستوى معنوية ٥ % ، هل هذا يوضح أن قطعة العملة (أو طريقة الإلقاء) متحيزة :

إستخدم :

أ - إختبار ذي الحدين .

ب - الإختبار الطبيعي .

الحل (أ) : إختبار ذي الحدين :

١- ف٠ : ق = ٠,٥   ف١ : ق ≠ ٠,٥

٢- مستوى المعنوية الإسمي . ٠,٠٥ [وعلى أي حال فإن منطقة الرفض كما في خطوة ٤ توضح أن مستوى المعنوية الحقيقي أصغر من ذلك].

٣- الإحصاء الذي نستخدمه هو س ، عدد الصور التي تظهر في ١٠٠ رمية .

س يتبع توزيع ذي الحدين بالمعالم ن = ١٠٠ ، ق = ٠,٥

٤- من جداول توزيع ذي الحدين حيث ن = ١٠٠ ، ق = ٠,٥

ح (س ≥ ٣٩) = ٠,٠١٧٦٠ (≥ مـ/٢ = ٠,٠٢٥)

وبالمثل نجد أن ح١٠٠، ٠,٥ (٦٠) = ٠,٩٨٢٤

أي أن ح (س ≥ ٦٠) = ٠,٩٨٢٤

ح (س > ٦٠) = ٠,٠١٧٦ (≥ مـ/٢)

إذن المنطقة الحرجة هى س ≥٣٩ س ≤ ٦١

والقيمة الفعلية لمستوى المعنوية هى:

ح = ح (س ≥ ٣٩) + ح (س ≤ ٦١) =

= ٠,٠١٧٦٠ + ٠,٠١٧٦٠ = ٠,٠٣٥٢

٥- قيمة س المشاهدة هى س = ٤٣

٦- حيث أن س = ٤٣ لا تقع في منطقة الرفض ، فإننا لا نرفض ف٠ وتبعاً لذلك نعتبر العملة غير متحيزة.

ب - إستخدام التوزيع الطبيعي:

يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي بإعتبار أن شروط ذلك محققه حيث أن كلا من ن ق ، ن ك كلاهما أكبر من ٥.

س يتبع التوزيع الطبيعي (ن ق ، ن ق ك) أي ط (٥٠ ، ٢٥)

منطقة الرفض : س ≥ - ١,٩٦ ، س ≤ ١,٩٦

$$ص = \frac{٤٣ - ٥٠}{\sqrt{١٠٠ \ (٠،٥) \ (٠،٥)}} = - ١،٤$$

وحيث أنها لا تقع في منطقة الرفض لا تستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن القطعة غير متحيزة.

٣٠-١-٢-٣ تحديد حجم العينة:

نعرض فيما يلي صيغة لتحديد حجم العينة لإمكان تقدير النسبة في المجتمع بدرجة ثقة معينة (ث) وبحيث لا يزيد مقدار الخطأ عن مقدار معين (خـ) - وسنفترض أن حجم العينة كبير لإمكان إستخدام التوزيع الطبيعي.

من الصيغة (٣٠-١٨)

خـ = لσ ق (٣٠-٢٤)

ويمكن إستنتاج صيغة حجم العينة حسب الحالتين :

أ - حالة تجاهل معامل التصحيح

بإفتراض أن المجتمع كبير ، أو $\frac{ن}{ن}$ ٣ ٠,١ فإنه يمكن تجاهل معامل التصحيح ، وتصبح الصيغة .

$$خ = ل \sqrt{\frac{ق ك}{ن}}$$

$$ن = \left(\frac{ل}{خ}\right)^{٢} ق ك \qquad (٣٠-٢٥)$$

وغالباً تكون النسبة ق غير معروفة ، ونلجأ إلى تقديرها - وغالباً يكون ذلك من الدراسات السابقة عن المجتمع .

وعلى أي حال فإنه في حالة عدم توفر هذا التقدير للنسبة - فإنه يمكن الحصول على تقدير متحفظ لحجم العينة بجعل ق = ٠,٥ وبذلك تصبح الصيغة .

$$ن. = ٠,٢٥ \left(\frac{ل}{خ}\right)^{٢} \qquad (٣٠-٢٦)$$

وغالباً يستخدم الباحث درجة ثقة ٩٥ % وتكون القيمة المنــاظرة ل = ١,٩٦ من التوزيع الطبيعي ، وبتقريبها إلى ٢ يكون تقدير حجم العينة في هذه الحالــة بإستخدام الصيغة.

$$= ١ / خ^{٢} \qquad (٣٠-٢٧)$$

ب – حالة الإبقاء على معامل التصحيح

$$خـ = ل \sqrt{\frac{ق\,ك}{ن}} \sqrt{\frac{ن - ن}{ن - ١}} \qquad (٣٠-٢٨)$$

ومنها نحصل على:

$$ن = \frac{ن_{٠}}{١ + \frac{ن - ١}{ن}} \qquad (٣٠-٢٩)$$

حيث $ن_{٠}$ تعرف كما وردت في (٣٠-٢٥)

تطبيق (٣٠-٧):

في دراسة لإحدى الجزر عدد سكانها ٣٠٠٠ نسمة ، أحد علماء الأنثروبولوچيا رغب في تقدير نسبة من ينتمون إلى فصيلة الدم (و) بخطأ لا يتجاوز ٠,٠٥ وبدرجة ثقة ٠,٩٥ قدر حجم العينة اللازمة.

الحل :

نستخدم النسبة ق = ٠,٥

خـ = ٠,٠٥ ث = ٠,٩٥ ل = ١,٩٦

فوجد أولاً $ن_{٠}$ بإستخدام الصيغة (٣٠ –٢٥)

$$\text{ن} = \frac{(١،٩٦)^٢ \, (٠،٥) \, (٠،٥)}{(٠،٠٥)^٢} = ٣٨٤$$

$$\frac{\text{ن}_٠}{\text{ن}} = \frac{٣٨٤}{٣٠٠٠} = ٠،١٣$$

أي أننا في حاجة إلى إدخال معامل التصحيح ، الصيغة (٣٠-٢٩)

$$\text{ن} = \frac{٣٨٤}{١ + \frac{٣٨٣}{٣٠٠٠}} = ٣٤٠$$

تطبيق (٣٠-٨):

توضح دراسات الوقت والحركة لإحدى العمليات أن نسبة الوقت الضائع ٤٠ % . يرغب المصنع في الحصول على تقدير لهذه النسبة بدرجة ثقة ٩٥ % وبخطأ لا يتجاوز ٣ ٪

الحل:

المجتمع كبير ، نستخدم الصيغة (٣٠-٢٥)

$$\text{ن} = \left(\frac{١،٦٥}{٠،٠٣}\right)^٢ (٠،٤) \, (٠،٦) = ٧٢٦$$

تطبيق (٣٠-٩):

يرغب مراجع الحسابات في تقدير نسبة الخطأ في الفواتير وعددها ٢٢٣٠٠ بدرجة ثقة ٩٥ % وبخطأ لا يتجاوز ٢ % . كم يكون حجم عينة المراجعة إذا كانت مراجعته في الفترات السابقة توضح أن نسبة الخطأ في الفواتير ٤ ٪

الحل:

$$. = \left(\frac{١،٩٦}{٠,٠٢}\right)^{٢} (٠،٠٤)\ (٠،٩٦) = ٣٦٩$$

تطبيق (٣٠-١٠):

علاج جديد لأحد الأمراض تم تجربته على ١٤ مريضاً ، شفى منهم ١٣ . ولمزيد من التأكد وقبل تقدير تسويقه تنوي الجهات الصحية إعادة تجربته . كم يكون عدد المرضى لتقدير نسبة الشفاء بدرجة ثقة ٩٠ % وبخطأ لا يتجاوز ٢٪

الحل :

يمكن إستخدام تقدير الدراسات السابقة ، تقدير نسبة الشفاء ، وهى ١٣ / ١٤ = ٠,٩٣ .

$$= \left(\frac{١،٦٥}{٠،٠٢}\right)^{٢} (٠،٩٣)\ (٠،٠٧) = ٤٤٣$$

٣٠-٢ مقارنة نسبتان : بيانات مستقلة

هذا الفصل يعرض مجموعة من الإختبارات الهامـــة والتـــي تـستخدم لمقارنة أو إختبار الفرض حول نسبتين في حالة الإستقلال بين العينات وبـــين المشاهدات ، والإختبارات التي سيتم عرضها في هذا الفصل هى :

١- إختبار فيشر الأصلى (١٩٣٤).

٢- الإختبار الطبيعي.

٣- إختبار كا٢ (١٩٣٤).

ويعد كلاً من الإختبارين الأخيرين ، تقريب لإختبار فيشر ، ويتم إســتخدامهما نظراً لسهولة العمل الحسابي بالمقارنة بإختبار فيشر الحقيقي – وذلك بعد توافر الشروط المؤهلة لذلك ، والتي سيتم عرضها في حينه وفي حالة تـــوافر هـــذه الشروط تعطي هذه الإختبارات تقريباً جيداً لإختبار فيشر الحقيقي . وبمقارنـــة الإخت

بار الطبيعي بإختبار كا٢ نجد أن الإختبار الطبيعـــي يـسمح أيـــضاً بإختبـــار الفروض الموجهة كما يسمح أيضاً بتقدير الفرق بين نسبتين وذلـــك بتكـــوين فترات ثقة.

ومن الناحية الأخرى يعد إختبار كا٢ أسهل من الناحية الحسابية كما أنه يمكـــن تحديده ليسمح بمقارنة أكثر من نسبتين.

٣٠-٢-١ إختبار فيشر الأصلى

قدمه فيشر Fisher عام ١٩٣٤ ، كما قدمه أيضاً بصورة مستقلة

إرون Irwin عام ١٩٣٥.

ويستخدم الإختبار لمقارنة النسبة في مجتمعين ، وعلى سبيل المثال مقارنة مجتمعان من الأفراد بخصوص نسبة تواجد خاصية معينة مثلاً الذكور والإناث لا يختلفان في خاصية معينة أو رأي معين وكذا لمقارنة مجموعة تجريبية وأخرى ضابطة ، أو لمقارنة الأباء والأمهات ، العاملين والعاطلين ، الحزب الديمقراطي والحزب الجمهوري ، .... إلخ ، أي أن المتغير محل البحث ثنائي القيم. Dichotomous

ويمثل إختبار فيشر الطريقة الوحيدة الآمنة عندما يكون عدد المشاهدات الكلي صغيراً (أقل من ٥٠) وهو يعتبر الإختبار الأكثر قوة لإختبار فرض تساوي نسبتين.

ويتميز إختبار فيشر بأنه يستخدم لإختبار الفرض الموجه أو غير الموجه (طرف أوطرفين)، بينما إختبار كا^{٢}يستخدم فقط في حالة الإختبار غير الموجه.

٣٠-٢-١-١ إجراءات الإختبار

تعرض البيانات في صورة مصفوفة أو جدول تكاري مزذوج ٢ × ٢ كما يلي ، لاحظ أن النسبة في المجموعة الأولى مثلاً هي ق١ = ك١١ / ك١٠.

المجموعة

	١	٢	
الصفة ١	ك١١	ك٢١	ك١.
الصفة ٢	ك١٢	ك٢٢	ك٢.
	ك.١	ك.٢	ك.. = ن

وتختلف الإجراءات تبعاً لحالة الإختبار موجه ، أو غير موجه.

أ - الإختبار الموجه:

الفروض :

١- ف٠ : ق١ ≥٣ ق٢ ضد ف١ : ق١ > ق٢

أو ٢ - ف٠ : ق١ ≤ ق٢ ضد ف١ : ق١ < ق٢

أ - في البداية ، يجب ملاحظة البيانات المشاهدة ، وهل هى متسقة أي في نفس الإتجاه مع فرض الباحث (الفرض البديل) ، فإذا لم يكن هناك إتساق ، نتوقف بإعتبار أن البيانات المشاهدة لا تؤيد فرضه المطلوب إختباره ، ويكون القرار أنه ربما يكون فرض العدم هو الصحيح.

تطبيق (٣٠-١١):

بفرض أن الباحث بصدد مقارنة نسبة النجاح في مجتمعين وأن مجموعة الفروض كما في (١) أعلاه ، وأن بيانات العينة كانت كما يلي :

	مجتمع١	مجتمع ٢	
ناجح	٣	٤	٧
راسب	٧	١	٨
	١٠	٥	١٥

هذه البيانات ليست في إتجاه فرض الباحث حيث يهدف إلى تقرير أن نسبة النجاح في المجتمع (١) أكبر منها في المجتمع (٢) : ق١ > ق٢ غير أن البيانات تشير إلى أن نسبة النجاح في المجتمع (١) ص ٣/١٠ أما في المجتمع (٢) هى ٨/١٠ ولذا نتوقف حيث أن البيانات المشاهدة لا تؤيد فرض الباحث بل تؤيد فرض العدم.

ب – إذا كانت البيانات المشاهدة متسقة مع فرض الباحث ، أي في نفس الإتجاه المقدر ، كأن يكون فرض الباحث أن نسبة النجاح في المجتمع (١) أصغر منها في المجتمع (٢) أي مجموعة الفروض رقم (٢) أعلاه.

في هذه الحالة يكون على الباحث حساب مستوى المعنوية الحقيقي فإذا كان أقل من مستوى المعنوية الإسمي ، نرفض فرض العدم ، وخلاف ذلك نقبله.

إن مستوى المعنوية الحقيقي هو إحتمال الحصول على هذا الجدول المشاهد أو الجداول الأخرى الأكثر تطرفاً في نفس إتجاه فرض الباحث وتكون الخطوات كما يلي :

١- إحتمال الحصول على الجدول المشاهد :

الإحصاء المستخدم هو عدد الحالات التي لها الصفة محل الإهتمام (مثلاً ك١١) ولذا نستخدم التوزيع الهيبرچيومتري . وبإستخدام الرموز المعروضة بالجدول أعلاه يكون الإحتمال كما يلي :

ح = (اك٠١، اك٠٢، اك١٠، اك٢٠،) / (ن، ك١١، ك٢١، ك١٢، ك٢٢،) (٣٠-٣٠)

وفي حالة المثال أعلاه يكون الإحتمال كما يلي:

ح = (١٠ ، ٥ ، ٧، ٨) / (١٥، ٣، ٧، ١،) = ٠،٠٩٣

٢- إحتمال الحصول على الحالات الأكثر تطرفاً.

ويمكن إتباع الخطوات التالية:

(i)تحديد الحالات أو الجداول الأكثر تطرفاً في الإتجاه المقدر وذلك في إطار التكرارات الهامشية.

وأسهل طريقة لتحديد هذه الجداول هى ملاحظة الخلية التي تحوي أقل تكرار ثم ننقص منها واحد على التوالي . فالجدول بالمثال الموضح يشير إلى أن أقل تكرار هو ١ ، بطرح ١ يصبح صفر (ولا يوجد بالطبع جداول أخرى لأن التكرار لا يكون سالباً) ويبدو الجدول الأكثر تطرفاً كما يلي (نسبة النجاح في المجتمعان أصبحت ٢ / ١٠ ، ٥ / ٥ على التوالي).

	مجتمع١	مجتمع ٢	
ناجح	٢	٥	٧
راسب	٨	٠	٨
	١٠	٥	١٥

(ii)نحسب إحتمال الحصول علي كل جدول على حده بإستخدام الصيغة (٢٩-٣٠) وفي المثال يوجد الجدول أعلاه وإحتماله:

$$ح = \frac{١٠، ٥، ٧، ٨،}{١٥، ٢، ٥، ٨، ٠،} = ٠،٠٠٧$$

(iii) نحسب إحتمال الحصول على الحالات المتطرفة ، وذلك بجمع الإحتمالات التي نحصل عليها في. (ii)

٣- مستوى المعنوية الحقيقي

=إحتمال الحصول على الجدول المشاهد + إحتمال الحصول على الجـداول الأكثر تطرفاً

= ٠,٠٩٣ + ٠,٠٠٧ = ٠,١٠٠

٤- نقارن مستوى المعنوية الحقيقي ، بمستوى المعنوية الإسمي ، فمـثلاً إذا كان مستوى المعنوية الإسمي ٥ % فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم.

ب - الإختبار غير الموجه

الفروض : $ف_٠ : ق_١ = ق_٢$ ضد $ف_١ : ق_١ \neq ق_٢$

بنفس الأسلوب السابق يتم حساب إحتمالات الجدول المشاهد وإحتمالات

الجداول المتطرفة في نفس الإتجاه ، وكذلك إحتمالات الجداول المتطرفـة فـي الإتجاه الآخر ، وهذا الإجراء الأخير يضيف صعوبات أخرى تكمن في تحديد الجداول المتطرفة فى الإتجاه الآخر .

وعلى أي حال يوجد أسلوب آخر تقريبي قد يتبع لملافاة تلك الصعوبات المضافة وهو أن نقوم بحساب الإحتمالات كالمتبع مع الإختبار الموجـه . أي نوجد إحتمال الجدول المشاهد والجداول (المتطرفة في نفس الإتجاه . ثم نقارن هذا الإحتمال مع نصف مستوى المعنوية الإسمي (مـ/٢) ونرفض فـرض العدم إذا كان الإحتمال أقل من هذا المقدار.

٣٠-٢-١-٢ الجداول

توجد جداول معدة لتسهيل الحصول على الإحتمالات السابق ذكرهـا - جدول -٧- وندخل الجدول عن طريق القيم (ن ، ي١ ، ي٢ ، س) .

ى١		س
ن		ى٢

حيث

ن حجم العينة الكلي

ي١ أقل تكرار هامشي

ي٢ التكرار الهامشي الأقل مباشرة من ي١

س تكرار الخلية المناظرة للتكرارين ي١ ، ي٢
ويعطي الجدول ثلاثة إحتمالات تحت المسميات (مشاهد ، أخـرى ، مجمـوع) وفيما يلي إيضاح لمعنى كل إحتمال منها :

١- مشاهد : تعني إحتمال الحصول علي (الجدول المشاهد أو الجداول الأكثر تطرفاً في الإتجاه المشاهد) .
٢- أخرى : تعني إحتمال الحصول على الحالات الأخرى الأكثر تطرفاً فـي الإتجاه المعاكس .
٣- مجموع : وتعني مجموع الإحتمالين السابقين .

تطبيق (٣٠-١٢):

فيما يلي بيانات الجدول المشاهد ، كما وردت بالتطبيق السـابق - والمطلـوب بمستوى معنوية ٠,٠٥ إستخدام الجداول لإختبار فرض تساوي نسب النجـاح ضد :

أ - الفرض الموجه : ق١ > ق٢
ب - الفرض غير الموجه : ق١ ≠ ق٢

	مجتمع١	مجتمع ٢	
ناجح	٣	٤	٧
راسب	٧	١	٨
	١٠	٥	١٥

الحل:

بالرجوع لجدول ٧ (إحتمالات الجداول الرياعية) حيث (ن ، ي١ ، ي٢ ، س) هى (١٥ ، ٥ ، ٧ ، ٤) نجد أن الإحتمالات (مشاهد ، أخرى ، مجموع) هى (٠,١٠٠ ، ٠,٠١٩ ، ٠,١١٩).

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، في أي من الإختبارين الموجه وغير الموجه.

تطبيق (٣٠-١٣):

في دراسة لتقييم أحد الإختبارات الطبية ومدى قدرته علـــى تــشخص المرض ، تم تطبيقه على مجموعتين من المرضى ، الأولى مصابة بـــالمرض (١) والثانية بمرض آخر (٢) وقد ظهرت النتائج كما هى موضـــحة بالجـــدول والمطلوب إختبار الفرض بأن الإختبار أكثر فعالية في إكتشاف المـــرض (١) بمستوى معنوية ١٠ ٪

التعامل	المرض ١	المرض ٢	
إيجابى	٣	٢	٥
سلبى	١	٤	٥
	٤	٦	١٠

الحل :

ف٠ : ق١ ≤ ق٢ ف١ : ق١ > ق٢

لمزيد من الإيضاح ، نعرض الحل بالطريقتين السابق إيضاحهما .

ح١ = ٥ ، ٥، ٤، ٦ ، = ٠,٢٣٨

١٠ ، ٤، ١ ، ١، ٥ ،

١	٤
٥	٠

ح٢ = ٥ ، ٥، ٤، ٦ ، = ٠,٠٢٣٨

١٠ ، ٤، ١ ، ١، ٥ ،

مستوى المعنوية الحقيقة ح = ٠,٢٣٨ + ٠,٠٢٣٨ = ٠,٢٦١٨

وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الإسمي ، لا نستطيع رفض فرض العدم .

الحل بإستخدام الجداول :

بالرجوع لجدول -٧- نجد أن الإحتمال المشاهد هو ٠,٢٦٢ وحيث أنه أكبر من ٠,٠٥ لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٣٠-١٤):

علاج جديد تم تجربته على سبعة من المرضى ، والجدول التالي يعرض النتائج بعد العلاج بالمقارنة مع مجموعة أخرى من المرضى لم يتم تطبيق العلاج الجديد عليها (مجموعة ضابطة) . والمطلوب إختبار الفرض بأن العلاج الجديد أكثر فعالية ، وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

العلاج الجديد / النتيجة	المجموعة التجريبية (١)	المجموعة الضابطة (٢)	
مازالوا أحياء	٦	٢	٨
توفوا	١	٧	٨
	٧	٩	١٦

الحل:

فرض العدم : ق تمثل نسبة الأحياء من المرضى

ف٠ : ق١ ≤ ق٢

ف١ : ق١ > ق٢

إحتمال التوزيع المشاهد:

ح١ = (٨ ، ٨ ، ٧ ، ٩ ،) / (١٦ ، ٢ ، ٧ ، ١ ،) = ٠,٠١٩٥

لإيجاد التوزيعات الأكثر تطرفاً ،. نطرح واحد من أقل تكرار بالجدول أعلاه – ثم نستكمل الجدول ، ليظهر كما يلي :

٧	١
٠	٨

إحتمالي الحصول على هذا التوزيع :

ح٢ = (٨ ، ٨، ٧ ، ٩ ،) / (١٦ ، ٧ ، ٠ ، ١ ، ٨ ،) = ٠,٠٠٠٧

مستوى المعنوية الحقيقي : ح = ح١ + ح٢ = ٠,٠٢٠٢
وحيث أنه أصغر من مستوى المعنوية الإسمي (٠,٠٥) نرفض فرض العدم ، ونقبل العرض البديل ، أي أن العلاج الجديد أكثر فعالية.
ملحوظة : حجم العينة ١٦ أكبر من المسموح بالجداول.

تطبيق (٣٠-١٥):

في دراسة لأحوال المعلمين ، تضمنت تقديرات بمدى قـدرتهم علـى التدريس وذلك من عينتين من المدرسين يختلفان حسب مدة الخبرة والمطلـوب إختبار تساوي الكفاءة بيهما بمستوى معنوية ٠,٠٥.

مدة الخبرة / التقدير	أقل من ٥ سنوات	٥ سنوات فأكثر	
ناجح	٥	٤	٩
غير ناجح	٣	١	٤
	٨	٥	١٣

الحل:

ف٠ : ق١ = ق٢

ف١ : ق١ ≠ ق٢

بالرجوع لجـدول -٧- وبإسـتخراج القـيم (١٣ ، ٤ ، ٥ ، ١) نجـد أن الإحتمالات هى (٠.٤٩٠ ، ٠,١١٩ ، ٠,٦٠٨)
وعلى ذلك لا نستطيع رفض فرض العدم.

٣٠-٢-٢ الإختبار الطبيعي

عندما يكون حجم العينة كبيراً فإن العمل المطلوب بإستخدام إختبار فيشر الحقيقي يكون كبيراً ، كما يمكن إستخدام إختبارات أخرى تعطى تقريباً جيداً ، منها الإختبار الطبيعي ، وإجراءات هذا الإختبار مشابهة لإجراءات الإختبار الطبيعي المستخدم لمقارنة متوسطا ن (٢٨ - ٣ - ٢).

وللملائمة يمكن عرض بيانات العينتين كما يلي:

	عينة ١	عينة ٢	
نجاح	$ك_{١}$	$ك_{٢}$	ك
فشل	$ن_{١} - ك_{١}$	$ن_{٢} - ك_{٢}$	ن - ك
	$ن_{١}$	$ن_{٢}$	ن

فرض العدم : $ق_{١} = ق_{٢} = ق$

إحصاء الإختبار:

$$ص = \frac{ق_{١} - ق_{٢}}{مـ_{ق_{١} - ق_{٢}}} \qquad (٣٠-٣١)$$

$$\text{حيث : } مـ^{٢}_{ق_{١} - ق_{٢}} = \frac{ق\ ك}{ن_{١}} + \frac{ق\ ك}{ن_{٢}}$$

$$م^{2}_{ق_1 - ق_2} = ق ك \left(\frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2} \right) \qquad (30-32)$$

حيث $ن_1$ ، $ن_2$ هما حجوم العينتان على التوالي ، ق هو تقدير لنسبة المجتمع ويتم حسابها كما يلي :

$$ق = \frac{\text{عدد حالات النجاح فى العينتين}}{\text{حجم العينتين}}$$

$$ق = \frac{ك_1 + ك_2}{ن_1 + ن_2} \qquad (30-33)$$

$$= \frac{ن_1 ق_1 + ن_2 ق_2}{ن_1 + ن_2} \qquad (30-34)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

قاعدة القرار

القواعد مماثلة لما ورد في حالــة مقارنـــة متوســطان بالقــسم (٢٨ – ٣ – ١) .

ويجب ملاحظة أن إستخدام الإختبار الطبيعي يعتبر تقريبي ، ويشترط لــصحة إستخدامه وحتى يعطي نتائج دقيقة أن يكون حجم المشاهدات كبيراً ، ويمكــن الإعتماد على القاعدة التالية :

يستخدم التوزيع الطبيعي كتقريب في حالة ما إذا كانت كل القيم التالية أكبر من ٥ ، أي :

ن١ ق > ٥ ، ن١ ك > ٥ ، ن٢ ق > ٥ ، ن٢ ك > ٥ (٣٠-٣٥)

حيث ن١ ، ن٢ هى حجوم العينات ، ق هى تقدير لنسبة المجتمع بحسب حسب الصيغة (٢٩ - ٣٣) ، وفي حالة عدم توفر هذه الشروط فإنه يلزم إستخدام إختبار فيشر .

معامل تصحيح الإستمرارية :

أجرى ييتز Yates في ١٩٣٤ تعديلاً في صيغة الإحصاء (٣٠ - ٣١) بمراعاة معامل تصحيح الإستمرارية مما أدى إلى زيادة دقة التقريب ويتطلب معامل التصحيح طرح (إضافة) المقدار (١ / ضعف حجم العينة) إلى النسبة الأكبر (الأصغر) فإذا كانت ق١ أكبر من ق٢ فإن قيمة الإحصاء تصبح .

$$\text{ص} = \frac{\left(\text{ق}_1 - \frac{1}{2\,\text{ن}_1}\right) - \left(\text{ق}_2 + \frac{1}{2\,\text{ن}_2}\right)}{\sigma_{\text{ق}_1 - \text{ق}_2}} \qquad (٣٠\text{-}٣٦)$$

تطبيق (٣٠-١٦):

في مسح إجتماعي لمعرفة رغبات الشباب وإتجاهاتهم ، تم إعداد البيان التالي بشأن وجهة نظرهم في إحدى الموضوعات .

	غير متعلم	متعلم	مستوى التعليم الرأى
٥٦	٢١	٥٥	موافق
٢٢	٢	٢٠	غير موافق
٩٨	٢٣	٧٥	

والمطلوب إختبار فرض تساوي نسب الموافقة بين المتعلمين وغير المتعلمين بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الفرض المطلوب إختباره هو : ف٠ : ق١ = ق٢ = ق

ضد : ف١ : ق١ ≠ ق٢

نستخدم الإختبار الطبيعي

ق١ = ٥٥ / ٧٥ = ٠،٧٣٣ ق٢ = ٢١ / ٢٣ = ٠,٩١٣

ق = (٥٥ + ٢١) / (٧٥ + ٢٣) = ٠,٧٧٦

التحقق من توافر شروط إستخدام التوزيع التطبيقي (٣٠ -٣٥)

٧٥ (٠,٧٧٦)= ٥٨,١ ، ٧٥ (٠,٢٢٤)= ١٦,٨ ، ٢٣ (٠,٧٧٦)

= ١٧,٨ ، ٢٣ (٠,٢٢٤) = ٥,١١٥

وبحساب قيمة الإحصاء ، الصيغة (٣٠ - ٣٦)

$$ص = \frac{\left(0.733 + \frac{1}{2(75)}\right) - \left(0.913 - \frac{1}{2(23)}\right)}{\sqrt{\left\{(0.766)(0.221)\left(\frac{1}{75} + \frac{1}{75}\right)\right\}}}$$

$$= \frac{0.74 - 0.891}{0.0987} = = -1.53$$

منطقة الرفض ص < − ١,٩٦ ، ص > ١,٩٦

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم.

لاحظ أنها نفس النتيجة التي تم التوصل إليها بإستخدام إختبار كا٢ تطبيق (٣٠-١٧)

تطبيق (٣٠-١٧):

علاج جديد تم تجربته على عينة من المرضى ، . لتحديد مدى فاعليته . تم سحب عينتان عشوائيتان من المرضى طبق العلاج على إحداها وفيما يلي النتائج بعد فترة مناسبة . والمطلوب إختبار الفرض بأن العلاج الجديد أكثر فعالية بمستوى معنوية ٠,٠٢ .

العينة عدد المرضى	التجريبية (١)	التجريبية (٢)	
تحسن	٣٨	٢٩	٦٧
كما هي	٧	١٧	٢٤
	٤٥	٤٦	٩١

الحل :

ف٠ : ق١ ٣ ق٢

ف١ : ق١ > ق٢

ق١ = ٣٨/٤٥ = .٨١٤ ، ق٠ = ٢٩/٤٦ = ٠,٦٣ ، ق = ٦٧/٩١ = ٠,٧٣٦

لاحظ أن شروط إستخدام الإختبار الطبعي متوفرة (٣٠-٣٥) .

$$ص = \frac{\left(٠,٨٤٤ - \frac{١}{(٤٥)٢}\right) - \left(٠,٦٣٠ + \frac{١}{(٤٦)٢}\right)}{\sqrt{\left\{(٠,٧٣٦)\,(٠,٢٦٤)\,\left(\frac{١}{٤٥} + \frac{١}{٤٦}\right)\right\}}}$$

$$= \frac{٠,٨٣٣ \quad - \quad ٠،٦٤١}{٠,٠٩٢} = \; = \; -٢,٠٨٧$$

منطقة الرفض ص > ط (٠,٩٨) = ٢,٠٥

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بأن العلاج الجديد أكثر فعالية .

٣٠-٢-٣ إختبار ييتز كا٢ :

هذا الإختبار يعد حالة خاصة من إختبار كا٢ والذي قدمه بيرسون عام ١٩٠٠ ، وقد أدخل ييتز Yates عليه تحسيناً عام ١٩٣٤ . ويستخدم الإختبار لمقارنة النسبة فى مجتمعين ، وذلك من عينتين مستقلتين ، كما هو الحال في إختبار فيشر الحقيقي ، غير أن إختبار كا٢ يقتصر على حالة إختبار الفرض الغير موجه (إختبار من طرفين) .

الإفتراضات :

١- عدد الوحدات المشاهدة الكلي لا يقل عن ٥٠ .

٢- التكرار المتوقع في أي خلية لا يقل عن ٥ .

إن حالة البيانات يمكن عرضها في مصفوفة أو جدول ٢/٢ كما سبق في القسم (٤-٢-١-١) .

	١	٢	
الصفة ١	ك١١	ك٢١	ك٠١
الصفة ٢	ك١٢	ك٢٢	ك٠٢
	ك١٠	ك٢٠	ك٠٠ = ن

إحصاء الإختبار :

إحصاء الإختبار هو قيمة كا٢ وبالصيغة السابق عرضها في إختبار كا٢ بالقسم (٢-٣-١) وهذه الصيغة للحالة الخاصة بجدول ٢×٢ تصبح كما يلي :

$$\text{كا}^{٢} = \frac{\text{ن}\,(\text{ك}_{١١}\,\text{ك}_{٢٢} - \text{ك}_{٢١}\,\text{ك}_{١٢})^{٢}}{\text{ك}_{١٠}\ .\ \text{ك}_{٢٠}\ .\ \text{ك}_{٠١}\ \text{ك}_{٠٢}} \qquad (٣٠-٣٧)$$

وقد أدخل ييتز Yates عام ١٩٣٤ تحسناً على هذه الصيغة بإضافة معامل تصحيح الإستمرارية لزيادة دقة التقريب لتصبح الصيغة: *

$$\text{كا}^{٢} = \frac{\text{ن}\,(\,|\text{ك}_{١١}\,\text{ك}_{٢١} - \text{ك}_{٢١}\,\text{ك}_{١٢}| - \text{ن}/٢)^{٢}}{\text{ك}_{١٠}\ .\ \text{ك}_{٢٠}\ .\ \text{ك}_{٠١}\ \text{ك}_{٠٢}} \qquad (٣٠-٣٨)$$

ويمكن أيضاً عرضها في الصورة العامة كما يلي:

$$\text{كا}^{٢} = \text{مجـ}\ \frac{(\,|\text{ك} - \bar{\text{ك}}| - ١/٢\,)^{٢}}{\bar{\text{ك}}} \qquad (٣٠-٣٩)$$

حيث ك هو التكرار المتوقع:

$$\bar{\text{ك}}_{\text{رل}} = \frac{\text{ك}_{\text{ر.}}\ \text{ك}_{\text{.ل}}}{\text{ن}} \qquad (٣٠-٤٠)$$

هو التكرار المتوقع بالخلية بالصف ر والعمود ل

وبصفة عامة ، ينصح بإستخدام معامل التصحيح ، على أنـه إذا كـان حجـم المشاهدات كبيراً فإن هذا المعامل يكون تأثيره قليل ، وفي هذه الحالـة يمكـن تجاهله.

توزيع المعاينة :

الإحصاء كا٢ السابق عرضه يتبع توزيع كا٢ بدرجة حرية واحدة.

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية م نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة كا٢ المحسوبة أكبر من قيمة كا (١ – مـ) والتي تستخرج من جدول توزيع كا٢ جدول ٥ بالجداول الإحصائية الملحقة.

تطبيق (٣٠-١٨):

٣٢مريضاً تلقوا المعالجة أ ، ١٦ منهم تم شفائهم و ٢٨ مريض أخرين تلقوا المعالجة ب شفى منهم ٨ . هل يعد العلاجين بنفس الكفادة ، المطلوب إستخدام إختبار كا٢ بمستوى معنوية ٠,٠١ .

الحل :

نعرض البيانات في صورة جدول ٢× ٢ لتسهيل إستخدام الصيغة (٣٠ – ٣٨)

ف٠ : ق١ = ق٢

ف١ : ق١ ≠ ق٢

المريض / المعالجة	شفى	لم يشفى	
أ	١٦	١٦	٣٢
ب	٨	٢٠	٢٨
	٢٤	٣٦	٦٠

كا٢ = ٦٠ (İ ١٦ X ٢٠ ١٦ X ٨ İ - ٦٠ / ٢)٢ ÷ (٢٤) (٣٦) (٣٢) (٢٨) = ٢،٠٣

من جدول ٥ نجد أن كا٢ ، (٠,٩٩) = ٦,٦٣٥

لا نستطيع رفض فرض العدم.

تطبيق (٣٠-١٩):

المطلوب إختبار الفرض الوارد بالتطبيق (٣٠-١٦) بإستخدام إختبار كا٢.

الاجابة	متعلم	غير متعلم	
موافق	٥٥ ٥٨،٢	٢١ ١٧،٨	٧٦
غير موافق	٢٠ ١٦،٨	٢ ٥،٢	٢٢
	٧٥	٢٣	٩٨

الحل :

الجدول أعلاه يعرض التكرارات الفعلية وقد تم تدوين التكرارات المتوقعة في نفس الخلية ، بإستخدام الصيغة (٣٠ - ٤٠).

نقوم بحساب الإحصاء ص بإستخدام الصيغة (٣٠ - ٣٩) ، وقد تم تجاهل معامل التصحيح نظراً لأن حجم المشاهدات كبير

$$ص = \frac{(٥٥ - ٥٨,٢)^{٢}}{٥٨,٢} + \cdots + \frac{(٢ - ٥,٢)^{٢}}{٥,٢} = ٣,٣٣$$

وحيث أن ص = ٣,٣٣ < كا (٠,٩٥) = ٣,٨٤

فإننا لا نرفض فرض العدم

لاحظ أنها نفس النتيجة التي تم التوصل إليها بإستخدام الإختبار الطبيعى (تطبيق ٣٠-١٦)

٣٠-٣ مقارنة نسبتان : بيانات مرتبطة

الإختبارات المقدمة بالفصل السابق تشترط أن المشاهدات مستقلة ، سواء بين العينات أو بداخلها ، وتوجد حالات لا يتوفر فيها هذه الشروط ، منها ما يتعلق بدراسات التغير بصفة عامة كالتغير في المواقف أو الإتجاهات أو السلوك أو الحالة الصحية أو الإقتصادية ..... إلخ.

وفي هذا الفصل نعرض الإختبارات المستخدمة فى هذا المجال :

١- إختبار مكنمار (١٩٤٧).

٢- إختبار جارت (١٩٦٩).

٣٠-٣-١ إختبار مكنمار McNmar

قدمه مكنمار McNmar عام ١٩٤٧ يستخدم لإختبار الفرض بتساوي نسبتين مرتبطتين أو بالنسبة للمشاهدات التي تتضمن تغير من حالة لأخرى خاصة في التصميمات القبلية البعدية Before - After حيث يكون

كل شخص ضابط لنفسه فإنه يستخدم لإختبار أن إحتمال التغيــر مــن الحالــة الأولى للحالة الثانية متساوياً لإحتمال التغير من الحالة الثانية للحالة الأولــى – ويمكن توضيح الحالة بترتيب البيانات في جدول ٢×٢ وللملائمة سيتم عرضه مرة بالتكرارات المشاهدة وعرضه مرة أخرى بعد تحويل هذه التكرارات إلــى نسب أو إحتمالات.

بعد / قبل	موافق	غير موافق	
موافق	ك١١	ك٢١	ك٠١
غير موافق	ك١٢	ك٢٢	ك٠٢
	ك١٠	ك٢٠	ك٠٠

بعد / قيل	موافق	غير موافق	
موافق	ح١١	ح٢١	ح٠١
غير موافق	ح١٢	ح٢٢	ح٠٢
	ح١٠	ح٢٠	ح٠٠

ويمكن عرض فرض العدم بإعتباره إختبار لتساوي النسب الهامشية المرتبطــة بمعنى أن نسب الموافقة متساوية (قبل وبعد) أي:

ف٠ : ح١٠ = ح٠١ (٣٠ – ٤١)

وهذا يماثل الفرض التالي بإعتباره إختبار لفــرض التماثــل فــي إحتمــالات التغير.

ف٠ : ح٢١ = ح١٢ (٣٠-٤٢)

وذلك بطرح ح١١ المشترك في كلا الطرفين . ويعني فرض التماثل أن إحتمال التغير إلى موقف الموافقة يساوي إحتمال التغير إلى موقف عدم الموافقة ، ولذا فإنه يمكن تصور بالمجموع ك٢١ + ك١٢ = ن على أنـــه يمثـــل محـــاولات مستقلة عددها (ن) ، وأن إحتمال التغير من الموافقة إلى عدم الموافقـــة (أو العكس) يساوي (٢/١) . وبإعتبار فرض العدم صحيحاً ، فـــإن التكـــرارات بخلايا التغير (ك٢١ ، ك١٢) تمثل إحصاءات تتبع توزيع ذي الحدين – بعدد محاولات قدره (ن) وإحتمال تغير قدره ٢/١ . ويكون الحل بتطبيق إختبـــار ذي الحدين وقد تم عرضه تفصيلاً في القسم (٤-١-٢) . ويلاحظ أنـــه فـــي حالة الإختبار من جانبين ، نضاعف مستوى المعنوية الحقيقى .

وإذا كان عدد المشاهدات كبيراً ، حيث يكون

ك٢١ ≥ ١٠ ، ك١٢ ≥ ١٠ (٣٠-٤٣)

فإنه يمكن إستخدام الإختبار الطبيعي أو إختبار كا٢ حيث تعطى نتائج مقاربـــة لإختبار ذي الحدين الحقيقي .

٣٠-٣-١-١ تقريب إختبار كا٢

بالشروط السابق ذكرها (٤-٤٣) يمكن إستخدام الإحصاء :

$$كا^{٢} = \frac{(ك_{١٢} - ك_{٢١} \pm ١)^{٢}}{ك_{١٢} + ك_{٢١}} \qquad (٣٠-٤٤)$$

وهو يتبع كا٢ بدرجة حرية واحدة .

ويتم إختيار إشارة معامل التصحيح ($\pm$١) بحيث تخفض المسافة ك١٢ – ك٢١ فإذا كانت موجبة نجعله سالباً والعكس.

قاعدة القرار :

إذا كان مستوى المعنوية مـــ فإننا نرفض فرض العدم.

أ – في حالة الإختبار غير الموجه:

كا٢ > كا (١– مـــ) (٣٠-٤٥)

أو إذا كان ح < مـــ (٣٠-٤٦)

حيث ح مستوى المعنوية الحقيقي

ب – في حالة الإختبار الموجه إذا كان

كا٢ > كا (١ – ٢ مـــ) (٣٠-٤٧)

أو ح < مـــ/٢ (٣٠-٤٨)

ويلاحظ أنه في الحالة الأخيرة تم إستخدام نصف مستوى المعنوية حيث أننا نختبر فرضاً من طرف واحد غير أن جداول كا٢ تعطي قيم بطرفين.

٣٠-٣-١-٢ تقريب الإختبار الطبيعي

بالشروط السابق ذكرها (٣٠-٤٣) يمكن إستخدام الإحصاء:

$$ط = \frac{ك١٢ - ك٢١ \pm ١}{\sqrt{ك١٢ + ك٢١}} \qquad (٣٠-٤٩)$$

ويتم إختيار الإشارة بحيث تخفض المسافة بين س١٢ ، س٢١.

وهذا الإحصاء يتبع التوزيع الطبيعي المعياري . ويجب ملاحظة أن كا٢ = ط٢.

تطبيق (٣٠-٢٠):

علاج جديد يراد إختباره لوجود إدعاء بأنه أفضل من القديم ، تم إجراء تجربة بحيث يطبق نوعي العلاج على كل مريض ، والجدول التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ٠,٠١ .

حالة المرضى بعد العلاج

العلاج الجديد / العلاج القديم	تحسن	لم يتحسن	
تحسن	٢١	٢	٢٣
لم يتحسن	٨	١٩	٢٧
	٢٩	٢١	٥٠

الحل :

ف٠ : ح٢١ = ح١٢

ف١ : ح٢١ ≤ ح١٢

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن التقريب شروطه غير متوفرة (٣٠-٤٣)

ن = ٨ + ٢ = ١٠ ، ق = ٠,٥

من جدول (٨) نوجد مستوى المعنوية الحقيقي (ح).

ح = ح١٠،٠,٥(٢) = ٠,٠٥٥

وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الإسمي ٠,٠١ لا نستطيع رفض فــرض العدم .

تطبيق (٣٠-٢١):

بمناسبة إنتخابات الرئاسة في إحدى الدول . تم إعداد الجدول التالي من عينة عشوائية مكونة من مائة شخص ، ويعرض الجدول إختيارات كل مــنهم قبل وبعد عمل المناظرة التليفزيونية بين الرئيسين المرشحين . بمستوى معنوية ٠,٠٥ . المطلوب إختبار الفرض بأن المجتمع لم يتغير رأيه بالمناظرة.

الإختيارات قبل وبعد المناظرة

بعد / قبل	وفدى	وطنى
وفدى	٦٣	١٥
وطنى	٥	١٢

الحل :

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن شروط التقريب غير متوفرة.

ف$_{٠}$: ح$_{٢١}$ = ح$_{١٢}$

ف$_{١}$: ح$_{٢١}$ ≠ ح$_{١٢}$

ن = ٥ + ١٥ = ٢٠

مستوى المعنوية الحقيقي ح = ح$_{٢٠،٠,٠٥}$(٥) = ٠,٠٢٠٧

وحيث أن الإختبار غير موجه ، نرفض فرض العدم وذلك لأن.

ح = ٠,٠٢٠٧ < مــ/٢ = ٠,٠٢٥

تطبيق (٣٠-٢٢):

في دراسة لإستطلاع رأي المشاهدين لبرامج التليفزيون قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية لمعرفة مدى موافقتهم على برنامج معين في فترتين مختلفتين . والمطلوب بمستوى معنوية ٠,٠٥ . إختبار ما إذا كان هناك تغير لصالح الموافقة على البرنامج وذلك بإستخدام :

أ - إختبار ذي الحدين .

ب - الإختبار الطبيعي .

جـ - إختبار كا٢ .

الزمن (٢) / الزمن (١)	موافق	غير موافق	
موافق	٣٠	٦	٣٦
غير موافق	١٨	٢٤	٤٢
	٤٨	٣٠	٧٨

الحل :

ف٠ : ح٢١ = ح١٢

ف١ : ح٢١ > ح١٢

أ - بإستخدام إختبار ذي الحدين : ن = ٦ + ١٨ = ٢٤

ح = ح٢٤،٠,٠٥(٦) = ٠,٠١١٣

ولذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يتضمن بوجود تغير

لصالح الموافقة على البرنامج.

ب - بإستخدام التوزيع الطبيعي

$$\text{ص} = \frac{\text{ك}_{١٢} - \text{ك}_{٢١} \pm ١}{\sqrt{\text{ك}_{١٢} + \text{ك}_{٢١}}}$$

$$= \frac{١٨ - ٦ - ١}{\sqrt{١٨ + ٦}} = ٢،٢٤٥$$

$$\text{ط}\,(٠,٩٥) = ١,٦٤٥$$

نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل وهو وجود تغير لصالح الموافقة على البرنامج.

جـ - بإستخدام توزيع كا٢

$$\text{ص} = \frac{(\text{ك}_{١٢} = \text{ك}_{٢١} \pm ١)^{٢}}{\text{ك}_{١٢} + \text{ك}_{٢١}}$$

$$= \frac{(١٨ - ٦ - ١)^{٢}}{٨١ + ٦} = ٥،٠٤$$

$$\text{كا}^{٢}_{١} \quad (١ - ٢\ \text{مـ}) = \text{كا}^{٢}\ (٠,٩٠) = ٢,٧٠٦$$

بمستوى ٠,٠٥ نرفض ف٠.

تطبيق (٣٠-٢٣):

في مقارنة لنوعين من العلاج تم تجربتهما على عينة من المرضى بحيث يطبق كلا العلاجين على كل مريض في مناسبتين مختلفتين . والجدول التالي يلخص أثر العلاج على الغثيان كأحد الأعراض الجانبية للعلاج . والمطلــوب إختبـــار فرض تساوي معدل الغثيان في كل من نوعي العلاج بمستوى معنوية ٠,٠٥.

حالات الغثيان

العلاج (أ) / العلاج (ب)	يوجد	لا يوجد	
يوجد	٩	٣	١٢
لا يوجد	١٢	٧٦	٨٨
	٢١	٧٩	١٠٠

الحل :

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن شروط إستخدام الإختبارات التقريبية غري متوفرة (٣٠-٤٣)

ن = ١٢ + ٣ = ١٥

من جدول توزيع ذي الحدين (٨) نوجد مستوى المعنوية الحقيقي.

ح٠,٠٥،١٥(٣) = ٠,٠١٧٦

وحيث أن الإختبار في طرفين يكون مستوى المعنوية الحقيقـــي ضـــعف هـــذا

الإحتمال أي ٠,٠٣٥ .

وحيث أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من مستوى المعنوية الإسمي ٠,٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل أي يوجد إختلاف في معدلات الغثيان في كل من نوعي العلاج.

٢-٣-٤ إختبار جارت Gart

قدم جارت Gart, J.J عام ١٩٦٩ إختبار أصلى لمقارنة نسبتين لعينتين مرتبطتين في حالة وجود أهمية للترتيب داخل الأزواج. Pairs ولذا يطلق عليه إختبار جارت لتأثير الترتيب Gart's test for order effects .

وفي هذا الإختبار يتم صياغة نموذج على هيئة جدول أو مصفوفة ٢ × ٢ ويعتمد في حله على إختبار فيشر الأصلى.

لإيضاح ذلك نرجع للتطبيق (٤-٢٣) حيث تم إستخدام إختبار مكنمار ، بقصد إختبار مدى تساوي فاعلية العلاجين أ ، ب . غير أنه في هذه الحالة نريد بحث عامل آخر جديد ، قد يكون له أثر جوهري على الغثيان ، وهو ترتيب تعاطي العلاجين . وهذا العامل يمثل معلومات هامة تم تجاهلها في إختبار مكنمار ، أو بعبارة أخرى فإن إختبار مكنمار يقدم تقييماً جزئياً للموقف ، حيث أن نتيجة الإختبار كانت " وجود إختلاف في الغثيان في كل من نوعي العلاج "

الحالة الآن هى أن المريض يتعاطى كلا النوعين من العلاج (معاملات) بترتيب معين والرمز (أ ، ب) يعني تعاطي العلاج أ أولاً ثم العلاج ب . وتعتمد الإجراءات على عرض جدولين ٢×٢ بإستخدام أزواج المشاهدات التي لها إستجابات مختلفة.

الجدول الأول : جدول إختبار الترتيب.

الجدول الثاني : جدول إختبار المعاملات.

وسنوضح طبيعة كل جدول في التطبيق التالي :

تطبيق (٣٠-٢٤):

البيانات الواردة في الجدول التالي ، تم إعدادها من دراسة الحالة الوارد بالتطبيق (٤-٢٣) . المطلوب إختبار الفروض التالية بمستوى معنوية ٠,٠٥.

١- عدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين.

٢- عدم وجود فرق بين العلاجين

جدول إختبار الترتيب

ترتيب العلاج / الغثيان مصاحب	(أ ، ب)	(ب ، أ)	
للعلاج أ	٧	٥	١٢
للعلاج ب	١	٢	٣
	٨	٧	١٥

الحل:

١- نطبق إختبار فيشر علي الجدول أعلاه . من جدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٥٦٩ وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الرسمي ٠,٠٥ فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين.

٢- لإختبار الفرض الثاني نقوم بإعادة عرض الجدول بالـصورة المـضوحة أدناه، مع تطبيق إختبار فيشر . من جدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي ٠,٠٤١ . وحيث أنه أقل من ٠,٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل فـرض وجـود فرق بين العلاجين (معدل الغثيان أكبر في أ).

جدول إختبار المعاملات

ترتيب العلاج / الغثيان مصاحب	(أ ، ب)	(ب ، أ)	
للعلاج الأول	٧	٢	٩
للعلاج الثانى	١	٥	٦
	٨	٧	١٥

تطبيق (٣٠-٢٥):

في التجربة الواردة بالتطبيق (٤-٢٣) الخاصة بمقارنة نوعي العلاج أ ، ب وأثرها على الغثيان ، نفرض أن نتائج التجربة كانت كما يلي:

ترتيب العلاج / الفثيان مصاحب	(أ ، ب)	(ب ، أ)	
للعلاج أ	٢	١٠	١٢
للعلاج ب	٣	٠	٢
	٥	١٠	١٥

والمطلوب إختبار الفروض التالية بمستوى معنوية ٠,٠٥.

١- عدم وجود فرق بين العلاجين.

ب - عدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين.

الحل:

تطبيق إختبار فيشر الحقيقي على الجدول المعطى يمكن إختبار الفـرض (٢) . بالرجوع لجدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي ٠,٠٢٢ وحيث أنه أقـل من ٠,٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود معدلات غثيان أكبـر مـع العلاج الثاني عنه مع العلاج الأول.

وبإعادة ترتيب البيانات لإختبار الفرض (١) نحصل على الجدول التالي وبالرجوع لجدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٠٩٥ وحيث أنه أكبر من ٠,٠٥ لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود فـرق بين العلاجين.

ترتيب العلاج / الغثيان مصاحب	(أ ، ب)	(ب ، أ)	
للعلاج الأول	٢	٠	٢
للعلاج الثانى	٣	١٠	١٣
	٥	١٠	١٥

٣٠-٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مستقلة

٣٠-٤-١ إختبار فرض قيم لعدة نسب

توجد حالات بحثية كثيرة يكون فيها للمتغير عده قيم أو صفات وهذه الحالة تتبع توزيع أعم من توزيع ذي الحدين binomial يطلق عليه التوزيع متعدد الحدود Multinomial ، ويكون الفرض المطلوب إختباره هو :

ف٠ : ق ر = ق ر٠ ر = ١ ، ٢ ، .... ، م

ف١ : ليست كل النسب في المجتمع تساوي النسب المحددة.

حيث مجـ ق ر = مجـ ق ر٠ = ١

إن الإختبار الحقيقي معقد ، وغالباً يستخدم كا٢ كتقريب.

الفئات	التكرار المشاهد	التكرار المتوقع
١ | م	ك١ | ك م	ك١ | ك م
	ن	ن

إحصاء الإختبار

$$\text{كا}^2 = \text{مجـ} \frac{(\text{ك} - \bar{\text{ك}})^2}{\bar{\text{ك}}} \qquad (٣٠-٥٠)$$

حيث ك ر = ن ق ر٠ (٣٠-٥١)

توزيع المعاينة

الإحصاء كا٢ يتبع توزيع ك٢ بدرجات حرية م − ١ .

تطبيق (٣٠-٢٦)

سحبت عينة عشوائية حجمها ١٢٠ أسرة من مجتمع الأسر ذات الثلاثة أبناء ، فيما يلي توزيع عدد الذكور .

عدد الذكور	٠	١	٢	٣
عدد الأسر (التكرار)	٢١	٣٧	٤٤	١٨

هل تؤيد هذه العينة نظرية علم الوراثة والتي تقضي بأن إحتمـال ولادة ذكـر تساوي إحتمال ولادة أنثى وأن الحدثين مستقلان عن بعضهما.

الحل :

الإختبار المناسب هو إختبار كا٢ . للحصول على التكرارات المتوقعـة تبعـاً للنظرية ، يجب الحصول على التوزيع الإحتمالي لعدد الذكور في الأسـر ذات الثلاثة أبناء . إن عدد الذكور يتبع توزيع ذي الحدين حيث ن = ٣ ، ق = ٠,٥ وبالرجوع لجدول توزيع ذي الحدين (جـدول ٨) نحـصل علـى التوزيـع الإحتمالي : *

٨/١ ، ٨/٣ ، ٨/٣ ، ٨/١

ف٠ : ق٠ = ٨/١ ، ق١ = ٨/٣ ، ق٢ = ٨/٣ ، ق٣ = ٨/١

التكرار المشاهد	٢١	٣٧	٤٤	١٨
التكرار المتوقع	١٥	٤٥	٤٥	١٥

بإستخدام الصيغة (٣٠ – ٥٠)

كا٢ = ٤,٤٤٤

بالرجوع لجدول (٥) كا٢ (٠,٩٥) = ٧,٨١٥

لا نستطيع رفض فرض العدم ، ونقبل النظرية.

٣٠-٤-٢ إختبار فرض تساوي عدة نسب

بفرض وجود عدد م من المجتمعات ، وكل وحدة في المجتمع تأخذ إحدى قيمتين : (نجاح – فشل (أي أن المجتمع ثنائي . ويمكن عرض الحالة فيما يلي:

المجتمع	١	٢	......	م	المجموع
عدد حالات النجاح	ك١١	ك٢١		ك١م	أ
عدد حالات الفشل	ك١٢	ك٢٢		ك٢م	د – أ
مجموع	ن١			م	ن
نسبة النجاح	ق١= س١/ ن١			قم	ق = أ/ن

فرض العدم : ق١ = ق٢ = ... = قم

الفرض البديل : النسب أعلاه غير متساوية.

إحصاء الإختبار

$$\text{كا}^{2} = \text{مجـ} \frac{(\bar{\text{ك}} - \text{ك})^{2}}{\bar{\text{ك}}} \qquad (٣٠-٥٢)$$

حيث ك هى التكرارات الفعلية ، ك هى التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة:

$$\bar{\text{ك}}_{\text{ر ل}} = \frac{\text{ك}_{\text{ر.}}\ \text{ك}_{\text{.ل}}}{\text{ن}} \qquad (٣٠-٥٣)$$

توزيع المعاينة

الإحصاء كا٢ أعلاه ، يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية م − ١.

ملحوظة : يتطلب إختبار كا٢ كما سبق ذكره في العديد من المناسبات أن لا يقل التكرار المتوقع في أي خلية عن ٥.

تطبيق (٣٠-٢٧)

في إحدى تجارب بحوث السرطان ، تم تقسيم مجموعة من فئران التجارب المصابة بالمرض إلى أربعة مجموعات بصورة عشوائية ، وتم علاج كل مجموعة منها بجرعات مختلفة من الإشعاع . والجدول التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار فرض تساوي معدلات الشفاء في المجموعات المختلفة بمستوى معنوية ٠,٠١.

جرعات الإشعاع (RADS)	٢٠٠٠	٣٠٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠	مجموع
عدد حالات الشفاء	١٠	٣٢	٣٧	٣٢	١١١
حالات عدم الشفاء	٣٢	٩	٢	٨	٥١
العدد الكلي	٤٢	٤١	٣٩	٤٠	١٦٢

الحل:

ف٠ : ق١ = ق٢ = ق٣ = ق٤

كا٢ = ٥٥,٦٤٨ بإستخدام الصيغة (٣٠-٥٢).

من جدول (٥) كا٢ (٠,٩٩) = ١١,٣٤٥

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بمعنى أن إحتمالات الشفاء غير متساوية في الجرعات . لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠.٠٠١.

٣٠-٥ مقارنة عدة نسب : بيانات مرتبطة

في كثير من الحالات يكون للمتغير أكثر من قيمتين ، فمثلاً في حالة مقارنة أنواع العلاج قد تكون نتيجة التطبيق (تحسن ، لا تغير ، أسوأ) ومتغير آخر مثلاً معدل إستهلاك السجائر قد يكون [صفر ، ١ - ١٠ ، ١١ - ٢٠ ، ٢١ فأكثر).

ويفرض فيما يلي الإختبارات المناسبة لهذه الحالات:

١- إختبار بوكر ١٩٤٨.

٢- إختبار ستيوارت ١٩٥٥.

٣- إختبار كوكران ١٩٥٠.

٣٠-٥-١ إختبار بوكر:

قدم بوكر Bowker عام ١٩٤٨ إختباراً يعد إمتداداً (من ناحية تعدد المستويات multilevel) لإختبار مكنمار لمقارنة النسب المرتبطة في النمـــوذج متعـــدد المستويات (م × د . multilevel model) إن الهدف من إختبار مكنمار في النموذج ٢ × ٢ هو إختبار الفروض التالية:

١- إختبار فرق متساوي النسب الهامشية المرتبطة (٣٠ - ٤١).

٢- إختبار فرض تماثل إحتمالات التغير (٣٠ - ٤٢).

ويعتبر إختبار بوكر إمتداداً لهذا الإختبار الثاني ، وفيما يلي عــرض للجـــدول التكراري يليه عرض للإحتمالات في المجتمع (م = د).

الزمن (٢)

	المستوى	١	٢	ل	د	
	١	ك١١	ك٢١	ك١ل	ك١د	ك١٠
	٢					
الزمن (١)						
	ر	ك ر١		ك ر ل	ك رد	ك ر٠
	م	ك م١		ك م ل	ك م د	ك م٠
		ك١٠	ك٢٠	ك٠ل	ك٠د	ن

المستوى	١	٢	ل	د	
١	ح١١	ح٢١	ح١ل	ح١د	ح١٠
٢					
الزمن (١)					
ر	ح ر١		ح ر ل	ح ر د	ح ر٠
م	ح م١		ح م ل	ح م د	ح م٠
	ح٠١	ح٠٢	ح٠ل	ح٠د	ن

فرض العدم

ف٠ : ح ر ل = ح ل ر   ر > ل

ف١ : ليست كل الإحتمالات أعلاه متساوية

إحصاء الإختبار

$$\text{كا}^2 = \underset{\text{ر} \pm \text{ل}}{\text{مجـ}} \frac{(\text{ش} - \text{ت})^2}{\text{ت}} \qquad (٣٠-٥٤)$$

$$= \underset{\text{ر} \neq \text{ل}}{\text{مجـ}} \frac{(\text{ك}_{\text{رل}} - \text{ن ح}_{\text{رل}})^2}{\text{ن ح}_{\text{رل}}} \qquad (٣٠-٥٥)$$

وغالباً لا تكون إحتمالات المجتمع حرل معلومة . وقد اقترح بوكر المقدرات التالية لها .

$$\text{ح}_{\text{رل}} = \frac{(\text{ك}_{\text{رل}} + \text{ك}_{\text{لر}})}{\text{٢ ن}} \qquad (٣٠-٥٦)$$

وبذلك يصبح الإحصاء:

$$\text{كا}^{٢} = \sum_{\text{ر} < \text{ل}} \frac{(\text{ك}_{\text{رل}} - \text{ك}_{\text{لر}})^{٢}}{\text{ك}_{\text{رل}} + \text{ك}_{\text{لر}}} \qquad (٣٠-٥٧)$$

توزيع المعاينة

الإحصاء كا٢ الموضح في الصيغة (٣٠-٥٧) يؤول إلى توزيع كا٢ بدرجات حرية د.ح حيث :

$$\text{د ح} = = (\text{م}/٢) = (\text{د}/٢) \qquad (٣٠-٥٨)$$

ملحوظة : في حالة م = د = ٢ فإن إحصاء بوكر يكون مماثلاً لإختبار مكنمار (كا٢) غير المصحح.

تطبيق (٣٠-٢٨):

في دراسة لتطور الأحوال الإقتصادية بالدولة ، تم إعداد التوزيع التالي من عينة لعدد من المشروعات الإقتصادية القائمة في فترتين زمنيتين مختلفتين، مع بيان الشكل القانوني للمشروع في كل فترة . والمطلوب إختبار فرض تساوي إحتمالات التغيربين القطاعات بمستوى معنوية ١%٪

الشكل القانوني للمشروع

١٩٩٠ / ١٩٧٠	حكومى	عام	مشترك	خاص	
قطاع حكومى	٨	٩	٨	٥	٣٠
قطاع عام	٢	١٨	٢٠	٠	٥٠
قطاع مشترك	٢	٢	١١	٥	٢٠
قطاع خاص	٠	٢	٣	٣٥	٤٠
	١٢	٣١	٤٢	٥٥	١٣٠

الحل :

فرض العدم ف٠ : ح ر ل = ح ل ر   ر > ل

ف١ : ح ر ل ≠ حل ر

إستخدم الصيغة (٣٠ – ٥٧)

$$كا^{٢} = \frac{(٩ +٢)^{٢}}{٩ + ٢} \quad \frac{(٨ + ٢)^{٢}}{٨ + ٢} \quad \frac{(٥ + ٠)^{٢}}{٥ + ٠}$$

$$كا^{٢} = \frac{(٢٠ - ٢)^{٢}}{٢٠ + ٢} \quad \frac{(١٠ - ٢)^{٢}}{١٠ + ٢} \quad \frac{(٥ - ٣)^{٢}}{٥ + ٣} = ٣٣،٦١٥$$

باستخدام الصيغة (٤ – ٥٨) ر . ح = $\left(\frac{٤}{٢} \right)$ = ١٢

من جدول (٥) $كا^{٢}_{١٢}$ (٠,٩٩) = ٢٦,٢١٧

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض بأن إحتمال التغير من قطاع ر إلـــى

قطاع ل لا يساوي إحتمال التغير بالعكس . لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيـــي أقل من ٠,٠٠١.

تطبيق (٣٠-٢٩):

في دراسة للحراك الإجتماعي في أحد المجتمعات ، تم إعداد التوزيـــع التالي من عينة حجمها ٢٠٠ شخص والبيان يعرض طبقة كـــل شـــخص فـــي فترتين مختلفتين . والمطلوب إختبار فرض تساوي إحتمالات التغير بين الطقات بمستوى معنوية ٠١.

الطبقة الإجتماعية

١٩٩٠ / ١٩٧٠	مرتفعة	متوسطة	منخفضة	
مرتفعة	٢٨	١١	٠	٣٩
متوسطة	٢٩	٣٧	٦	٧٢
منخفضة	٣١	١٨	٤٠	٨٩
	٨٨	٦٦	٤٦	٢٠٠

الحل:

$$\text{كا}^{2} = \frac{(٢٩ - ١١)^{2}}{٢٩ + ١١} \quad \frac{(٣١ - ٠)^{2}}{٣١ + ٠} \quad \frac{(١٨ - ٦)^{2}}{١٨ + ٦} = ٤٧،١$$

$$\text{درجات الحرية} = \binom{٣}{٢} = ٣$$

$$\text{كا}^{2}_{٣}\,(٠,٩٩) = ١١,١٤٥$$

نرفض فرض تماثل احتمالات التغير بين الطبقات.

٣٠-٥-٢ اختبار ستيوارت

قدمه ستيوارت Stuart عام ١٩٥٥ لإختبار فـرض تجـانس النـسب الهامشية المرتبطة . ويعد إمتداداً (من ناحية تعدد المـستويات (multilevel لإختبار مكنمار . وللملائمة نعرض البيانات فى جدولين ، أحـدهما تكـراري والآخر إحتمالي وبصورة مماثلة لما سبق عرضه في إختبار بوكر (٣٠ - ٥ - ١).

فرض العدم:

ف : ح ر٠ = ح٠ر

ويمكن عرضه على الصورة:

ف٠ : ح ر٠ - ح٠ر = صفر

أو ف٠ : در = ك ر٠ - ك٠ر = صفر (٣٠-٥٩)

إحصاء الإختبار

يوجد عدة إحصاءات لإختبار الفرض السابق . غير أنها معقـدة نوعـاً مـا - وكإجراء أسهل - في حال الجدول ٣×٣ قدمه فلايـس وإفـرت Fleiss and Everittعام ١٩٧١ وهو كما يلي:

$$\bar{\text{ك}}^{٢}_{٢١}\ \text{د} + \bar{\text{ك}}^{٢}_{٣٢}\ \text{د} + \bar{\text{ك}}^{٢}_{٣١}\ \text{د}$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{\text{٣ \quad ١ \quad ٢}}{\text{٢}(\bar{\text{ك}}_{٢١}\,\bar{\text{ك}}_{٣١} + \bar{\text{ك}}_{٢١}\,\bar{\text{ك}}_{٣٢} + \bar{\text{ك}}_{٣١}\,\bar{\text{ك}}_{٣٢})} \qquad (٣٠-٦٠)$$

$$\text{حيث } \bar{\text{ك}}_{\text{رل}} = \frac{\text{ك}_{\text{رل}} + \text{ك}_{\text{لر}}}{٢} \qquad (٣٠-٦١)$$

هى التكرارات المتوقعة:

توزيع المعاينة

الإحصاء أعلاه يتبع توزيع كا٢ بعدد من درجات الحرية قدره إثنان.

قاعدة القرار

بمسنوى معنوية مـــ نرفض فرض العدم إذا كان:

كا٢ > كا (١- مـــ) $\qquad$ (٣٠-٦٢)

المقارنات المتعددة

في حالة رفض فرض العدم ، فإن الخطوة التالية في التحليل تكون في إيجـــاد الفئات التي تؤدي إلى الفروق المعنوية . ويمكن إجراء ذلك عن طريق ضـــغط الجدول الأصلي في جدول ٢×٢ وتطبيق إختبار مكنمار ، وقد سبق عرضه في القسم (٣٠-٣-١)

تطبيق (٣٠-٣٠):

تم عرض مائة مريض على إثنان مـــن الأطبـــاء بـــصورة مـــستقلة ، والجدول التالي يعرض نتائج تشخيص كل منهما والمطلـــوب إختبـــار فـــرض تساوي إحتمالات التشخيص بمستوى معنوية ٠,٠١.

تشخيص المرض

الطبيب (ب) / الطبيب (أ)	فصام	اضطرابات	أخرى	
فصام	٣٥	٥	٠	٤٠
اضطرابات نفسية	١٥	٢٠	٥	٤٠
أخرى	١٠	٥	٥	٢٠
	٦٠	٣٠	١٠	١٠٠

الحل :

نحسب التكرارات المتوقعة ك رل (٣٠ - ٦١)

نحسب الفروق در (٣٠ - ٥٩)

$\text{د}_{١} = ٤٠ - ٦٠ = ٢٠$ $\quad \text{د}_{٢} = ١٠$ $\quad \text{د}_{٣} = ١٠$

نحسب الإحصاء (٣٠ - ٦٠)

$$\bar{\text{ك}}_{٢١} = \frac{٥ + ١٥}{٢} \qquad \bar{\text{ك}}_{٣١} = ٥ \qquad \bar{\text{ك}}_{٣٢} = ٥$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{١٠\,(١٠)^{٢} + ٥\,(-٢٠)^{٢} + ٥(١٠)^{٢}}{٢(١٠ \times ٥ + ١٠ \times ٥ + ٥ \times ٥)} = ١٤$$

$\text{كا} \quad (٠,٩٩) = ٩,٢١٠$

نرفض تساوي إحتمالات التشخيص

لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١ .

تطبيق (٣٠-٣١):

في دراسة الحراك الإحتماعي الموضحة في التطبيــق (٣٠-٢٩) . المطلوب بمستوى معنوية ١ % إختبار فرض تساوي الإحتمالات الهامــشية ، أي إحتمال الطبقة متساو في الفترتين.

الحل :

نحسب التكرارات المتوقعة (٣٠ - ٦١)

ك٢١ = ٢٠ ، ك٣١ = ١٥,٥ ، ك٣٢ = ١٢

نحسب الفروق در (٣٠ - ٥٩)

د١ = ٤٩ ، د٢ = ٦٠ ، د٣ = - ٤٣

نحسب الإحصاء (٣٠ - ٦٠)

$$\text{كا}^{٢} = \frac{٢٠\,(-٤٣)^{٢} + ١٢\,(٤٩)^{٢} + ١٥،٥\,(-٦)^{٢}}{٢\,(٢٠ \times ١٥،٥ + ٢٠ \times ١٢ + ١٥،٥ \times ١٢)} = \frac{٦٦٣٥٠}{٧٣٦}$$

كا (٠,٩٩) = ٩,٢١٠

نرفض فرض تساوي الإحتمالات الهامشية لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقــي أقل من ٠,٠٠١.

٣٠-٥-٣ إختبار كوكران

قدمه كوكران Cochran عام ١٩٥٠ ويعتبر إمتداداً (من ناحية تعــدد المتغيرات (multivariable لإختبار مكنمار - ويستخدم لإختبار ما إذا كانت عدة مجموعات - مرتبطــة أو متنــاظرة) matched ثــلاث فــأكثر) مــن

التكرارات أو النسب – تختلف معنوياً مع بعضها . والتناظر قد يكون أساسه خواص معينة للوحدات المختلفة أو على أساس إستخدام نفس الوحدات تحت ظروف أو معاملات مختلفة . ومن الأمثلة على ذلك:

١- تقييم فعالية عدة أنواع من العلاج (معاملات) – عن طريق تجربة كل منها على المريض.

٢- إختبار ما إذا كانت أسئلة أو بنود إختبار (المجموعات أو المعاملات) مختلفة من ناحية الصعوبة.

٣- قد يكون لدينا بند واحد ونود مقارنة إستجابات عدة أشخاص تحت عدة ظروف ، مثلاً بصدد الإنتهابات نقوم بسؤال كل شخص في الشريحة Panel المختارة من المنتخبين أيهما يفضل من الإثنان المرشحان – وذلك في عدة أوقات مختلفة : قبل الحملة الإنتخابية ، أثناء الحملة الإنتخابية ، قبل التصويت مباشرة ، بعد إعلان النتيجة . ويحدد إختبار كوكران ما إذا كانت هذه الظروف المختلفة لها تأثير على الإختيار.

وفيما يلي نعرض البيانات الخاصة بالحالة محل البحث والرموز المتعلقة بها وإجراءات الإختبار.

الوحدات \ المعاملات	١	٢	ل	د	
١	س١١	س٢١	س١ل	س١د	س٠١
٢					
ر	س ر١		س رل	س رد	س ر٠
م	س م١			س م د	س م٠
مجموع	س١٠		س٠ل	س٠د	س٠٠
النسبة	ق١		ق ل	ق د	ق

فرض العدم :

ف٠ : إحتمال النجاح واحد من كل المعاملات أو المعاملات تأثيرها متماثل .

إحصاء الإختبار

$$ص = (ك-١) \times \frac{ك \text{ مجـ } س^{٢}_{١٠} - س^{٢}_{٠٠}}{ك \text{ } س_{٠٠} - \text{مجـ } س^{٢}_{ر٠}} \qquad (٣٠-٦٣)$$

توزيع المعاينة:

ص يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية ك − ١.

قاعدة القرار

بمستوى معنوية مـــ نرفض فرض العدم إذا كان

$$ص > كا^{٢}_{ك-١} \quad (١- مـ) \qquad (٣٠-٦٤)$$

تطبيق (٣٠-٣٢):

في مقارنة لثلاثة أنواع من العلاج تم تطبيقها علـــى مجموعـــة مـــن المرضى ، حيث يتقاضى كل مريض كل الأنواع ولكن فـــي فتـــرات مختلفـــة مناسبة بحيث لا يكون للترتيب أي أثر . والجدول التالي يعرض النتـــائج فـــي صورة القيم ١ ، صفر لحالة ما إذا كان العلاج فعال أم غير فعال . والمطلوب إختبار فرض تساوي فعالية الأنواع الثلاثة بمستوى معنوية ٠,٠٥.

المريض	العلاج أ	العلاج ب	العلاج ج	س ر٠	س٢ ر٠
١	١	٠	١	٢	٤
٢	١	١	٠	٢	٤
٣	١	١	٠	٢	٤
٤	١	١	١	٣	٩
٥	١	٠	١	٢	٤
٦	٠	٠	٠	٠	٠
٧	١	٠	١	٢	٤
٨	١	١	١	٣	٩
٩	٠	١	٠	١	١
١٠	١	١	٠	٢	٤
١١	١	٠	١	٢	٤
١٢	١	١	١	٣	٩
س٠ل	١٠	٧	٧	٢٤	٦٥
س٢ ل٠	١٠٠	٤٩	٤٩	١٩٨	

$$\text{ص} = (٣-١) \times \frac{٣\,(١٩٨) - ٢٤^{٢}}{٣\,(٢٤) - ٥٦} = ٢،٢٥$$

$$\text{كا}^{٢}_{٢}\ (٠,٩٥) = ٥,٩٩١$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن أنواع العــلاج الثلاثــة على نفس الدرجة من الفعالية.

تطبيق (٣٠-٣٣):

لتحديد أفضل طريقة لعرض الدروس قام أحد المدرسين بعضر الثلاث طرق المتاحة على عينة من الطلبة . وقد تم جمع البيانات عن كل طريقة [فهم (١) ، لم يفهم (٠)] والبيان التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار مــا إذا كان هناك فرق بين الطرق بمستوى معنوية ٠,٠٥.

الطالب	الطريقة			س ر.	س٢ ر.
	أ	ب	ج		
١	٠	٠	٠	٠	٠
٢	١	٠	١	٢	٤
٣	١	٠	١	٢	٤
٤	١	٠	١	٢	٤
٥	١	٠	٠	١	١
٦	١	١	١	٣	٩
٧	١	٠	١	٢	٤
٨	٠	٠	١	١	١
٩	٠	٠	٠	٠	٠
١٠	١	١	١	٣	٩
١١	١	١	١	٣	٩
١٢	١	٠	١	٢	٤
١٣	١	٠	١	٢	٤
١٤	١	٠	٠	١	١
١٥	١	٠	١	٢	٤
١٦	٠	٠	١	١	١
١٧	٠	٠	٠	٠	٠
١٨	١	٠	١	٢	٤
س.ل	١٣	٣	١٣	٢٩	٦٣
س٢ ل.	١٦٩	٩	١٦٩	٣٤٧	

$$ص = (٣-١) \times \frac{٣\ (٣٤٧) - ٨٤١}{٣\ (٢٩) - ٦٣} = ١٦،٦٦٧$$

$كا^{٢}_{٢}\ (٠,٩٩) = ٩,٢١٠$

نرفض فرض العدم ، ونقبل وجود إختلاف بين الطرق.

ملحوظة : مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١.

الفصل ٣١

الاستقراء عن التشتت

Dispersion

٣١-١ الإستقراء عن التباين

٣١-١-١ اختبار الفرض حول تباين المجتمع

٣١-١-٢ تقدير تباين المجتمع

٣١-٢ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مستقلة

٣١-٢-١ اختبار – ف F

٣١-٢-٢ اختبار مود Mood

٣١-٣ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مرتبطة

٣١-٤ مقارنة التشتت في عدة مجتمعات

٣١-٤-١ إختبار هارتلي Hartley

٣١-٤-٢ إختبار كوكران (C) Cochran'c

٣١-٤-٣ إختبار بارتلت Bartlett

الفصل الواحد والثلاثون

الإستقراء حول التشتت

التشتت يعد الخواص الهامة التي تكون دائماً محل إهتمام الباحث ، وعلى سبيل المثال فإن مشكلة التدريس لفصل متجانس في القدرات تختلف عنه في فصل آخر به خلافات كبيرة من الطلاب ، حتى ولو كان الفصلان متساويان في متوسط هذه القدرات.

كما أن هناك العديد من الأساليب الإحصائية لا يجوز تطبيقها إلا بعد توافر شروط معينة عن التباين أو التباينات في المجتمع محل الدراسة . ويتطلب الأمر إختبار مدى توفر هذه الشروط قبل تطبيق مثل هذه الأساليب ، مثال ذلك إختبار ت ، وإختبارات تحليل التباين.

ونعرض في الفصول القادمة مجموعة من أساليب الإستقراء الهامة تحت التقسيمات التالية:

-الإستقراء حول تباين المجتمع.

-مقارنة التشتت في مجتمعين.

-مقارنة التشتت في عدة مجتمعات.

٣١-١ الإستقراء عن التباين

٣١-١-١ إختبار الفرض حول تباين المجتمع

توجد حالات كثيرة يكون فيها الإهتمام نحو إختبار قيمة معينة لتباين المجتمع ، كحالات مراقبة جودة الإنتاج حيث يكون الإهتمام بأن تكون المنتجات متجانسة من ناحية المواصفات [طول - عرض - قطر - وزن - ....] ولا يسمح فيها بأن يزيد التباين عن قيمة معينة.

فرض العدم:

ف. : $\sigma^2 = \sigma^2$

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة $\sigma^2 \geq \sigma^2$ أو $\sigma^2 \leq \sigma^2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه.

الفرض البديل

وهو يأخذ أحد الصور التالية :

أ - ف١ : $\sigma^2 < \sigma^2$

ب - ف١ : $\sigma^2 > \sigma^2$

جـ - ف١ : $\sigma^2 \neq \sigma^2$

إحصاء الإختبار:

$$ص = \frac{(ن-١)ء^2}{\sigma^2} \qquad (٣١-١)$$

حيث ن حجم العينة ، ء^2 تقدير العينة لتباين المجتمع (٢٨-٦).

توزيع المعاينة

بإفتراض أن المعاينة عشوائية وأن توزيع المجتمع طبيعي فإن الإحصاء (٣١-١) يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية ن - ١ حيث ن حجم العينة.

قاعدة القرار

بمستوى معنوية مـــ نرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض وهى تختلف حسب الفرض البديل كما يلي:

أ - ص > كا٢ (١ - مـــ) ن-١ (٣١-٢)

ب - ص < كا٢ (مـــ) (٣١-٣)
ن-١

جـــ - ص > كا٢ (١- مـــ/٢) (٣١-٤)
ن-١

أو ص < كا٢ (مـــ/٢) (٣١-٥)
ن-١

تطبيق (٣١-١):

ماكينة تنتج إحدى قطع الغيار بقطر قدره ٢/١ بوصة ويتبع التوزيـــع الطبيعي تباينه ٠,٠٠٠٤٢ يوجد إدعاء من أحد المنتجين بتقديم ماكينات جديـــدة تنتج بنفس المواصفات ولكن تشتت أقل . وقد تقرر شراؤها في حالة التحقق من صحة الفرض بمستوى معنوية ٥ % بأن التباين أقل . تم إنتاج عينة حجمهـــا ٢٥ وحدة بإستخدام الماكينات الجديدة وقد وجد أن تباين العينة قدره ٠,٠٠٠٢٨ فما هو القرار بشأن شراء الآلات.

الحل:

$ف_{٠} : \sigma^{٢} = ٠,٠٠٠٤٢$

$ف_{١} : \sigma^{٢} = ٠,٠٠٠٤٢$

بإستخدام الصيغة (٣٠-١)

$$\text{ص} = \frac{(٢٥-١)\ (٠,٠٠٠٢٨)}{٠,٠٠٠٤٢} = ١٦$$

$كا^{٢}_{٢٤}\ (٠,٠٥) = ١٣,٨٤٨$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، وبالتالي فإن القرار هــو عــدم شــراء الماكينات الجديدة.

٣١-١-٢ تقدير تباين المجتمع

كما سبق عرضه ، فإن الإحصاء (٣٠-١) بشروط عينة يتبع توزيــع كــا٢ بدرجات حرية ن - ١ . وعلى ذلك فإنه يمكن تقــدير تبــاين المجتمــع (أو إنحرافه المعياري) بمستوى ثقة ١ - مـــ بإستخدام الصيغة:

$$ح\ [\ كا^{٢}_{ن-١}\ (١-مـ/٢) < \frac{(ن-١\ )٢}{\sigma^{٢}} < كا^{٢}\ (مـ/٢)\ ] = ١-مـ \qquad (٣١-٦)$$

ومن ذلك يمكن الحصول على الصيغة التالية:

$$\text{ح}\left\{ \frac{\text{ء}^{2}\,(\text{ن}-1)}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\,(\text{مـ}/2)} < \sigma^{2} < \frac{\text{ء}^{2}\,(\text{ن}-1)}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\,(1-\text{مـ}/2)} \right\} = 1-\text{م} \qquad (31-7)$$

وبأخذ الجدر التربيعي في الصيغة أعلاه ، نحصل علـــى تقـــدير للإنحـــراف المعياري بفترة ثقة ١ – مـــ كما يلي:

$$\text{ح}\left\{ \sqrt{\frac{\text{ء}^{2}\,(\text{ن}-1)}{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\,(\text{مـ}/2)}} < \sigma^{2} < \right.$$

$$= \frac{\text{ء}^{2}\,(\text{ن}-1)}{\sqrt{\text{كا}^{2}_{\text{ن}-1}\,(1-\text{مـ}/\text{ن})\}}} + 1 - \text{مـ} = 1 - \text{مـ} \qquad (31-8)$$

تطبيق (٣١-٢)

سحبت عينة عشوائية حجمها ٢٥ وكان أفضل تقدير للتباين هـــو ٧٥ .

أوجد ٩٥ % فترة ثقة لتقدير كل من تباين المجتمع وإنحرافه المعياري.

الحل:

حدي الثقة : من الصيغة (٣٠-٧)

$$\frac{٢٤ (٧٥)}{كا^{٢} (٠،٠٢٥)} \le \sigma \le \frac{٢٤ (٧٥)}{كا^{٢} (٠،٩٧٥)}$$

٢٤ ٢٤

$$\frac{١٨٠٠}{١٢،٤٠} \le \sigma^{٢} \le \frac{١٨٠٠}{٣٩،٣٦}$$

$$45.7 \le 2\sigma \le 145.2$$

حدي الثقة للإنحراف المعياري (٣٠-٨)

$$٦,٧٦ \le 2\sigma \le ١٢,٠٥$$

٣١-٢ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مستقلة

٣١-٢-١ إختبار - ف F

توجد حالات بحثية يشترط أسلوب حلها ضرورة تساوي تبايني المجتمع محل الدراسة ، كما في حالة إختبار ت - فيشر (٢٨-٣-٢).

وهذا القسم يعرض إجراءات إختبار ف ويسمى أحياناً نسبة التباين - والغرض منه إختبار تساوي تباينين $\sigma^{٢}_{١}$ ، $\sigma^{٢}_{٢}$ من مجتمعين ١ ، ٢ يتبعان التوزيع الطبيعي، وذلك من عينتين مستقلتين حجمها ن١ ، ن٢ على الترتيب.

فرض العدم:

$ف_{1}$ $\sigma^{2}_{1} = \sigma^{2}_{1}$

أو $[\sigma^{2}_{1} / \sigma^{2}_{1} = 1]$

وهذا يكافئ إستخدام الصيغة $\sigma^{2}_{1} \geq \sigma^{2}_{2}$ أو $\sigma^{2}_{1} \leq \sigma^{2}_{2}$ على التـــوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه.

الفرض البديل

أ - $ف_{1}$ $\sigma^{2}_{1} > \sigma^{2}_{2}$

أو $[\sigma^{2}_{1} / \sigma^{2}_{2} > 1]$

ب - $ف_{1}$ $\sigma^{2}_{1} < \sigma^{2}_{2}$

أو $[\sigma^{2}_{1} / \sigma^{2}_{2} < 1]$

جـــ - $ف_{1}$ $\sigma^{2}_{1} \neq \sigma^{2}_{2}$

أو $[\sigma^{2}_{1} / \sigma^{2}_{2} \neq 1]$

إحصاء الإختبار

$$ص = \frac{ء^{2}_{1}}{ء^{2}_{2}} \qquad (٩-٣١)$$

حيث $ء^{2}_{1}$ ($ء^{2}_{2}$) هو تقدير العينة لتباين المجتمع σ^{2}_{1} (σ^{2}_{2}) ويحسب بالصيغة (٣-٦).

توزيع المعاينة

الإحصاء (٣١-٩) أعلاه يتبع توزيع* ف بدرجات حرية $ن_{١}$ - ١ ، $ن_{٢}$ - ١ .
والجداول الإحصائية المرفقة (جدول ٤) يعرض بعض القيم الحرجة.

قاعدة القرار

بمستوى معنوية م نرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الـــرفض وهى تختلف حسب الفرض البديل:

أ - ص > ف$_{ن_{١}-١ ، ن_{٢}-١}$(١ - م) (٣١-١٠)

ب - ص < ف$_{ن_{١}-١ ، ن_{٢}-١}$(١ - م) (٣١-١١)

جـ - ص > ف$_{ن_{١}-١ ، ن_{٢}-١}$(١ - م/٢) (٣١-١٢)

أو ص > ف$_{ن_{١}-١ ، ن_{٢}-١}$(١ - م/٢) (٣١-١٣)

ملاحظات : بعض القيم الغير موجودة بالجداول الإحصائية ، يمكن الحـــصول عليها من العلاقة.

ف$_{د_{١}، د_{٢}}$(د) = ١ / ف$_{د_{٢}، د_{١}}$(١-د) (٣١-١٤)

تطبيق (٣١-٣):

مجموعتان من الطلبة يدرسون مادة الإحصاء بطريقتين مختلفتين ، غير أن الإختبار واحد . سحبت عينة حجمها ٦١ من المجتمـــع الأول ، ١٢١ مـــن المجتمع الثاني فوجد أن تباين درجات الإختبار فـــي العينتـــين ١٠٠ ، ٢٢٥ ، على الترتيب والمطلوب إختبار فرض تساوي التشتت بين الطلبة مع الطريقتين، وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل:

ف. $\sigma^{2}_{1} = \sigma^{2}_{2}$

ف١ $\sigma^{2}_{1} \neq \sigma^{2}_{2}$

$$ص = \frac{١٠٠}{٢٢٥} = ٠,٤٤٤$$

من الجداول الإحصائية جدول ٤ نجد أن:

ف١٢٠،٦٠(٠,٩٧٥) = ١,٥٣

ف١٢٠،٦٠(٠,٠٢٥)= ١/ف٦٠،١٢٠(٠,٩٧٥)

من الصيغة (٣١-١٤)

= ١/ ١,٥٨ = ٠,٦٣٣

منطقة الرفض : ص > ١,٥٣ أو ص < ٠,٦٣٣

وحيث أن ص تقع في منطقة الرفض - نرفض فرض تساوي التشتت في الطريقتين.

تطبيق (٣١-٤):

في دراسة لمقارنة كفاءة نوعين من طرق التخدير على أساس الوقت اللازم لتخدير المرضى ، تم تطبيق كل نوع على عينة عشوائية حجمها ١٣ مريضاً وكان تباين النسبة الأولى ٦٤ والثانية ١٦ والمطلوب إختبار فرض أن التشتت بالعينة الأولى أكبر من الثانية بمستوى معنوية ٥. %

الحل:

ف. $\sigma^{2}_{1} = \sigma^{2}_{2}$

ف١ $\sigma^{2}_{1} > \sigma^{2}_{2}$

$$ص = \frac{ع_1^2}{ع_2^2} = \frac{64}{16} = 4$$

ف١٢،١٢(٠,٩٥) = ٢,٦٩

نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل.

٣١-٢-٢ إختبار مود Mood

قدمه مود Mood عام ١٩٥٤ لإختبار تساوي التشتت في مجتمعين.

الإفتراضات

- 1عينتان عشوائيتان س١ ، س٢ ، ...... سن ، ص١ ، ص٢ ، ..... صن ، من المجتمعان ١ ، ٢ على التوالي ، ن١ < ن٢.
- 2العينتان مستقلتان.
- 3توزيعا المجتمعان مستمراً.
- 4مستوى القياس ترتيبي.
- 5المجتمعان متماثلان (فيما عدا تساوي التشتت).

فرض العدم:

ف. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

والمقصود بالرمز هنا إعتباره مقياس عام للتشتت وليس الإنحراف المعيـــاري فقط.

وهذا الفرض يرادف إستخدام الصيغة $\sigma^1 \geq \sigma^2$ أو $\sigma^1 \leq \sigma^2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه.

الفرض البديل : واحد مما يلي:

أ - ف١ : $\sigma_1 < \sigma_2$

ب - ف١ : $\sigma_1 > \sigma_2$

جـ - ف١ : $\sigma_1 \neq \sigma_2$

إحصاء الإختبار

$$\text{ص} = \sum_{\text{ل}=1}^{\text{ن}_1} \left(\text{ر}_\text{ل} - \frac{\text{ن} + 1}{2}\right)^2 \qquad (15-31)$$

حيث رل هى رتبة المشاهدة رقم ل في قيم س (العينة الصغيرة) وذلك في مجموعة الرتب المشتركة لكلا المتغيران ، ن = ن١ + ن٢.

وتوجد جداول خاصة لهذا الإحصاء. وإذا كانت حجوم العينات كبيرة (ن٢ ≤ ٢٠) يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي وذلك للإحصاء:

$$\text{ط} = \frac{\text{ص} - \bar{\text{ص}}}{\sigma_\text{ص}} \qquad (16-31)$$

حيث:

$$\bar{\text{ص}} = \text{ن}_1 \left(\text{ن}^2 - 1\right) / 12 \qquad (17-31)$$

$$\sigma^2_\text{ص} = \text{ن}_1\text{ن}_2 \left(\text{ن}+1\right)\left(\text{ن}^2-4\right) / 180 \qquad (18-31)$$

القيم المكررة:

عندما يكون ن١ صغيرة ، فإن التكرارات تؤثر على قيمة ص ولكن إذا كانــت الحجوم ن١ ، ن كبيرة مع وجود عدد قليل من التكرارات فإنه يمكن حذف القيم المكررة.

تطبيق (٣١-٥)

في دراسة للمرضى بإحدى المستشفيات تم تسجيل البيانات التالية وهى من عينتان من الرجال والنساء المرضى بمرض معين والبيانات تمثــل فتــرة العلاج بالمستشفى والمطلوب إختبار فرض تساوي التشتت في فتــرة العــلاج بمستوى معنوية ١ ٪

نساء	٣٠	١٣	١٤	٢٢	٢٤	٧	١٩	٥	٢٠	٩	
رجال	٢٥	١١	٦	٨	١٢	٢٨	١٠	١٧	٢٣	١٦	٢٧

الحل:

نرتب فترة العاج لكل المرضى ترتيباً تصاعدياً ونعطي لكل منها رتبة ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... وفيما يلي الرتب لكل مجموعة.

نساء	١	١٠	١١	١٦	١٨	٤	١٤	٢	١٥	٦	
رجال	١٩	٨	٣	٥	٩	٢١	٧	١٣	١٧	١٢	٢٠

ص =(١-١١)^{٢}+(١٠-١١)^{٢}+ ....+(٦-١١)^{٢} = ٣٥٥ (٣١-١٥)

ص = ١٠(٢١^{٢} - ١)/١٢ = ٣٦٦,٦٦٧ (٣١-١٧)

$\sigma^{٢}_{ص}$ = ١٠ (١١) (٢١+١) (٢١^{٢}-٤)/١٨٠ = ٥٨٧٥,٢٢٢ (٣١-١٨)

ص = ٥٨٧٥,٢٢٢ = ٧٦,٦٥٠

$$ط = \frac{٣٥٥-٣٦٦,٦٧}{٧٦,٦٥٠} = - ٠,١٥٢ \qquad (٣١-١٦)$$

منطقة الرفض ١,٩٦ < ط < - ١,٩٦

إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، والذي يقضي بتساوي تشتت فترة العلاج بين النساء والرجال.

٣١-٣ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مرتبطة

توجد حالات بحثية تكون فيها البيانات محل المقارنة مرتبطة ، ومن الأمثلة على ذلك حالة المجموعات المتناظرة matched وحالة إستخدام العينة الواحدة والحصول منها على قيمتين في مناسبتين مختلفتين ، وكما سبق تفصيله في القسم (٢٨-٢-١).

في هذه الحالة يكون هناك إرتباط بين التباينين ، وبالتالي لا نستطيع تطبيق إختبار - ف ، وفيما يلي إجراءات الإختبار المناسب لهذه الحالة ، وهى تشابه الحالة المعروضة في إختبار ف بالإضافة إلى كون البيانات مرتبطة ، وأن حجم العينة (ن) في المجموعتين.

الفروض:

كما هى في إختبار ف.

إحصاء الإختبار:

$$\text{ص} = \frac{(\text{ع}_{1}^{2} - \text{ع}_{2}^{2})\sqrt{\text{ن}-2}}{\text{ع}_{1}^{2}\,\text{ع}_{2}\sqrt{1-\text{ر}^{2}}} \qquad (31-19)$$

حيث:

ر معامل إرتباط بدون بين المتغيــرين ، ويحــسب بالــصيغة (١-٦) ، ع_{1}^{2} ، ع_{2}^{2}تقديراً التباين في المجتمعان.

والصيغة أعلاه ترادف تماماً الصيغة السهلة التالية:

$$\text{ص} = \frac{(\text{مجـ س}_{1}^{2} - \text{مجـ س}_{1}^{2})\sqrt{\text{ن}-\text{م}}}{2\sqrt{\text{مجـ س}_{1}^{2}\ \text{مجـ س}_{1}^{2} - (\text{مجـ س}_{1}\text{س}_{2})^{2}}} \qquad (31-20)$$

حيث تمثل س إنحرافات القيم من متوسطها الحسابي.

توزيع المعاينة

الإحصاء (٣١ - ١٩) يتبع التوزيع ت بدرجات حرية ن - ٢.

تطبيق (٣١-٦):

في دراسة تحليلية لنتائج الإختبارات تم سحب عينة من ١٣ طالب وتم تسجيل معدلهم التراكمي مقارناً بمعدلهم في العام السابق . وتم إعداد المؤشرات التالية:

	العام الأول	العام الثاني
المتوسط	٥١	٤٢
التباين	١٦٥	٣٦
معامل الارتباط	٠,٤٧	

والمطلوب إختبار فرض تساوي التشتت بين الطلاب في العامين بمستوى معنوية ١٪

الحل:

$$\text{ص} = \frac{(\text{١٦٥}-\text{٣٦})\sqrt{\text{١٣}-\text{٢}}}{\text{٢}\sqrt{\text{١٦٥}}\sqrt{\text{٣٦}}\sqrt{\text{١}-(\text{٠,٤٧})^{\text{٢}}}} = \text{٣,١٤٥}$$

$\text{ت}_{\text{١١}}(\text{٠,٩٩٥}) = \text{٣,١٠٦}$

نرفض فرض تساوي التشتت بين الطلبة في العامين.

ملحوظة : إن تطبيق إختبار ف على هذه الحالة يعطي نتيجة مخالفة للنتيجة أعلاه ، وبالتالي لا يعتبر صحيحاً حيث أنه يفترض أن الدرجات مستقلة في العامين ، وكما يتضح مما يلي:

$$\text{ص} = \frac{\text{ع}_{\text{١}}^{\text{٢}}}{\text{ع}_{\text{١}}^{\text{٢}}} = \frac{\text{١٦٥}}{\text{٣٦}} = \text{٤,٥٨} \qquad (\text{٣١}-\text{٩})$$

$\text{ف}_{\text{١٢،١٢}}(\text{٠,٩٩٥}) = \text{٤,٩١}$

وبالتالي نقبل فرض تساوي التشتت.

٣١-٤ مقارنة التشتت في عدة مجتمعات

في هذا الفصل نقدم عدد من الإختبارات الخاصـــة بمقارنـــة التـــشتت (التباين) في عدة مجتمعات . وهذه الإختبارات يطلق عليها إختبارات تجانس التباينات Homogenity أو إختبـــارات عـــدم التجـــانس . Heterogeneity والفرض المطلوب إختباره هو:

$$ف_. \; \sigma_{١}^{٢} = \sigma_{٢}^{٢} = \dots\dots\dots\dots = \sigma_{م}^{٢} = \sigma_{٢}^{٢}$$

ويوجد عدد كبير من الإختبارات تستخدم لهذا الغرض منها ما يلى :

- 1إختبار هارتلي. 1950 Hartley
- 2إختبار كوكران. 1941 Cochran
- 3إختبار بارتلت. 1937 Bartlett
- 4إختبار بوكس. 1953 Box
- 5إختبار ليفين. 1960 Levene
- 6 إختبار 1958 Jacknife

ونعرض فيما يلي الإختبارات الثلاث الأولى ، وهى شائعة الإستخدام ، غير أنها حساسة إزاء شرط التوزيع الطبيعي وفي حالة عـــدم تـــوفر شـــرط التوزيع الطبيعي يفضل إستخدام الإختبارات الأخرى.

٣١-٤-١ إختبار هارتلي

قدمه هارتلي Hartley عام ١٩٥٠ ويسمى أيضاً إختبار فالكبري.Fmax

إحصاء الإختبار:

$$ص = \frac{ع_{ر}^{٢}}{ع_{ل}^{٢}} \qquad (٣١-٢١)$$

حيث:

عـــ أكبر تباين في المجموعات

عـــ أقل تباين في المجموعات

توزيع المعاينة

الإحصاء عالية لا يتبع توزيع ف العادي ، بل يتبع توزيع خاص يسمى توزيع إحصاء هارتلي أو توزيع ف الكبرى (فأ) بدرجات حرية م ، ن حيث م عدد المجموعات ، ن عدد المشاهدات بكل مجموعة.

وتوجد جداول خاصة لهذا التوزيع ، وكنموذج لها (جدول – ٢٠) بالجـــداول الإحصائية المرفقة:

قاعدة القرار:

بمستوى معنوية مـــ نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان:

ص > فأ (م ، ن)(مـــ)

تطبيق (٣١-٧):

في دراسة مقارنة لثلاث أنواع من التغذية لتسمين الأغنام تم تخصيص ٩ من الأغنام لكل منها عشوائياً وسجلت الزيادة في الوزن . والمطلوب إختبار فرض تساوي التباينات بمستوى معنوية ١ % إذا علم أن تباين العينات المختلفة كان كما يلي ٥ ، ٨ ، ١٠.

الحل:

$$ص = \frac{١٠}{٥} = ٢$$

وفي جدول (٢٠) ومراعاة م = ٣ ، ن = ٩ ، مــ = ٠,٠١.

نجد أن فأ(٣،٩)(٠,٠١) = ٨,٥

أي لا يوجد دليل على وجود إختلاف في التباين بين أنواع التغذية.

٣١-٤-٢ إختبار كوكران (C) Cochran'c

يسمى Cochran'c Test تمييزا له عن إختبار كوكران لمقارنة النسب المرتبطة (القسم ٣٠-٥-٣)

وقد قدمه كوكران Cochran عام ١٩٤١ ، وهو معد لمعالجة الحالات التي يكون فيها أحد التباينات أكبر بكثير من التباينات الأخرى إذ أن هذه الحالة يكون لها تأثير سلبي على صلاحية تحليل التباين.

إحصاء الإختبار:

$$ص = \frac{ع^٢_ر}{مجـ ع^٢_ر} \qquad (٣١-٢٢)$$

حيث عــ هو أكبر تباين في المجموعات

توزيع المعاينة:

الإحصاء ص بعاليه يتبع توزيع خاص يسمى توزيع إحصاء كوكران (كم،ن) – ولهذا التوزيع جداول لتسهيل الحصول على القيم الحرجة ، انظر جدول – ٢١ بالجداول الإحصائية المرفقة ، وهى تعـــرض المئينـــات ٩٥ ، ٩٩ ، ولحالـــة تساوي درجات الحرية (د) للتباينات في كل المجموعات.

قاعدة القرار:

بمستوى معنوية مـــ نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان:

ص > كم،ن،د(١ – مـــ)

تطبيق (٣١-٨)

استخدم إختبار كوكران لإجابة المطلوب في التطبيق (٣١ -٧).

الحل:

ص = ١٠ / (١٠+٨+٥) = ٠,٤٣٥

من جدول ٢١ ، ك٣،٨،٣(٠,٩٩) = ٠,٦٣٣٣

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تساوي التباينات في المجموعات الثلاث.

٣١-٤-٣ إختبار بارتلت Bartlett

قدمه بارتلت Bartlett عام ١٩٣٧ ، ويطلق عليه أيضاً إختبار كا٢ – لتجانس التباينات.

إحصاء الإختبار

ص = ص / ت (٣١-٢٣)

حيث:

ص الإحصاء المصحح Corrected Statistic

ص الإحصاء غير المصحح

ص = ٢,٣٠٢٦ (لو عـــ$^{-٢}$ مجـــ د – مجـــ د لو عـــ^{٢})   (٣١-٢٤)

عـــ$^{-٢}$ = مجـــ د عـــ^{٢} / مجـــ د

(٣١-٢٥)

لو تعني اللوغاريتم للأساس ١٠

ت = ١ + (مجـــ ١/د – ١/مجـــ د) / ٣ (م – ١)   (٣١-٢٦)

والمقدار (ت) هو معامل التصحيح ويقترب من الواحد الصحيح ويمكن تجاهله إلا في الحالات التالية:

- 1عندما تقع قيمة الإحصاء غير المصحح أعلى بقليل من القيمة الحرجة.
- 2عندما يراد الحصول على تقدير دقيق عن مستوي المعنوية الحقيقي.

وفي حالة تساوي حجوم العينات في المجموعات تصبح المقـــادير ص ، ع٢ ، ت كما يلي:

ص = ٢,٣٠٢٦ د (م لو عـــ$^{-٢}$ – مجـــ لو عـــ^{٢})   (٣١-٢٧)

عـــ$^{-٢}$ = مجـــ عـــ^{٢} / م   (٣١-٢٨)

ت = ١ + (م + ١) / ٣ دم   (٣١-٢٩)

توزيع المعاينة

الإحصاء ص أعلاه يتبع توزيع كا^{٢}$_{ر}$ بدرجات حرية م – ١.

قاعدة القرار

بمستوى معنوية مـــ نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان:

ص > كا٢ م-١   (١- مــ)

تطبيق (٣١-٩):

في أحد البحوث الزراعية تم إجراء تجربة لإنتاج الأرز تحـت ثـلاث معاملات مختلفة لدرجة الحرارة وكان حجم العينة المستخدم في كل معاملة ٢٠ وقد تم قياس الناتج ويتمثل في إرتفاع النبات بالسنتيمتر . والمطلـوب إختبـار فرض تساوي التباينات بمستوى معنوية ٥ % علماً بأن التباين المحسوب مـن العينات كان على التوالي ١١,٥ ، ١٧,٧ ، ١٠,١.

الحل:

درجات الحرية د = ٢٠ - ١ متساوية في كل المجموعات ، لذا نستخدم الصيغ (٣١-٢٧) إلى (٣١-٢٩)

عَــ-٢ = (١١,٥ + ١٧,٧ + ١٠,١) / ٣ = ١٣,١

ص = ٢,٣٠٢٦(١٩)[٣ لو ١٣,١-(لو ١١,٥+لو ١٧,٧+ لو ١٠,١)]

٢,٣٠٢٦ (١٩) [٣ (١,١١٧) - (٠,٠٦١١) + ١,٢٤٨ + ١,٠٤)]

وبالرجوع لجدول - ٥ بالجداول الإحصائية المرفقة نجد أن كـا$^{٢}_{٢}$ (٠,٩٥) = ٥,٩٩١ وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم (التباينات متساوية).

تطبيق (٣١-١٠):

في تجربة لمقارنة أربعة طرق لتدريب العمال ، تم الحـصول علـى البيانات التالية وهى تمثل إنتاج العمال في كل عينة . والمطلوب إختبار فرض تجانس التباينات في المجموعات بمستوى معنوية ٥ ٪

المجموعة (١)	٦٠	٦٩	٧٨	٥٢	٦٣	٤٥	٥٠	٣٥
المجموعة (٢)	٤٦	٤٢	٣٣	٤٧	٥٠			
المجموعة (٣)	٣٩	٤٢	٥١	٥٧	٧٥			
المجموعة (٤)	٤٩	٤٨	٦٧	٧٥	٥٣	٣٣		

الحل:

المجموعة	د	عـ^{٢}	د عـ^{٢}	لو عـ^{٢}	د لو عـ^{٢}	١/د
١	٧	١٩٠,٠	١٣٣٠,٠٠	٢,٢٧٨٧٥	١٥,٩٥١٢٥	٠,١٤٢٨
٢	٤	٤٣,٣	١٧٣,٢	١,٦٣٦٤٩	٦,٥٤٥٩٦	٠,٢٥٠
٣	٤	٢٠٥,٢	٨٢٠,٨	٢,٣١٢١٨	٩,٢٤٨٧٢	٠,٢٥
٤	٥	٢٢٢,٦	١١١٣,٠	٢,٣٤٧٥٣	١١,٧٣٧٦٥	٠,٢
	٢٠		٣٤٣٧		٤٣,٤٨٣٥٨	٠,٨٤٢٨

عـ-٢ = ٣٤٣٧ / ٢٠ = ١٧١,٨٥

ص = ٢,٣٠٢٦ (لو ١٧١,٨٥ مجـ د - ٤٣,٤٨٣٥٨)

= ٢,٣٠٢٦ (٢,٢٣٥١٥) (٢٠) - ٤٣,٤٨٣٥٨) = ٢,٨٠٨

من جدول ٥ نجد أن : كا^{٢}$_{٣}$ (٠,٩٥) = ٧,٨١٥

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تساوي التباينات.

ملحوظة : بهذه النتائج لا يوجد مبرر لإستخدام معامل التصحيح (٥-٢٦) غير أننا سنجري التصحيح لإستكمال خطوات الحساب في الحالات التي تتطلب ذلك.

ت = ١ + (٠,٨٤٢٨ - ١ / ٢٠) / ٣ (٤ - ١) = ١,٠٨٨

ص = ٢,٨٠٨ / ١,٠٨٨ = ٢,٥٨١

الفصل ٣٢

الاستقراء عن الارتباط

Correlation

٣٢-١ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد

٣٢-١-١ الارتباط بين متغيران كميان (معامل بيرسون)

٣٢-١-١-١ اختبار فرض عدم وجود ارتباط

اختبار بيرسون

اختبار – ت

٣٢-١-١-٢ اختبار فرض قيمة معينة ر =ر٠

٣٢-١-١-٣ تقدير معامل ارتباط بيرسون

٣٢-١-٢ الارتباط بين متغيران ترتيبان (معامل سبيرمان(

٣٢-١-٢-١ اختبار سبيرمان

٣٢-١-٢-٢ اختبار – ت

٣٢-١-٣ الارتباط بين متغيران ترتيبان (معامل جاما(

٣٢-١-٣-١ اختبار جاما

٣٢-١-٣-٢ تقدير معامل ارتباط جاما

٣٢-١-٤ الارتباط بين متغيران اسميان (معامل كرامير(

٣٢-١-٤-١ اختبار كا٢

٣٢-١-٤-٢ اختبار بينز كا٢

٣٢-١-٤-٣ اختبار فيشر
٣٢-١-٥ الارتباط بين متغيران إسميان (معامل لامدا(
٣٢-١-٦ الارتباط بين متغيران (ظروف متنوعة)
٣٢-١-٦-١ معامل الارتباط الرباعي Tetrachoric
٣٢-١-٦-٢ معامل ارتباط السلسلتان Biserial
٣٢-١-٦- ٣معامل ارتباط السلسلتان الثنائي Point biserial
٣٢-١-٦-٤ معامل ارتباط السلاسل المتعددة Multiserial
٣٢-١-٦-٥ نسبة الارتباط Correlation Ratio
٣٢-١-٦-٦ معامل ارتباط ثيتا Theta Coefficient Ø
٣٢-٢ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد (عدة متغيرات)
٣٢-٢-١ الارتباط المتعدد Multiple Correlation
٣٢-٢-٢ معامل كندال للاتفاق Kendall's Concordance Coefficient
٣٢-٣ مقارنة معاملي ارتباط
٣٢-٣-١ اختبار تجانس معاملين (بيرسون)
٣٢-٣-٢ اختبار تجانس معاملين (جاما)
٣٢-٤ مقارنة عدة معاملات ارتباط

الفصل الثاني والثلاثون

الاستقراء عن الارتباط

Correlation

نعرض في هذا الباب مجموعة من أساليب الإستقراء حول معــاملات الإرتباط وهى مقسمة تبعاً لما يلي:

1 - الهدف من الإستقراء : إختبار فرض أو تقدير.

2 - مستوى القياس للمتغيرات.

3 - عدد المعاملات محل الإستقراء.

٣٢-١ الإستقراء حول معامل إرتباط وحيد

٣٢-١-١ الإرتباط بين متغيران كميان

نعرض فيما يلي إجراءات إختبار الفرض حول معامل إرتباط المجتمع (ر) ويلي ذلك إجراءات تقدير معامل الإرتباط في المجتمع.

٣٢-١-١-١ اختبار فرض عدم وجود ارتباط

إختبار بيرسون

هذا الإختبار موجه لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط وهذا الفرض يكون محل إهتمام الكثير من الباحثين خاصة في البحوث الإستكــشافية

أو الإستطلاعية . ويعتبر هو الإختبار الأصلي Exact حيث يستخدم توزيع معامل إرتباط بيرسون.

الإفتراضات:

- 1عينة عشوائية من الأزواج (س ، ص).
- 2المتغيران (س ، ص) يتبعان التوزيع الطبيعي الثنائي bivariate normal .

الفروض:

ف٠ : ر = صفر

ف١ : (أ) ر > صفر أو

(ب) ر < صفر أو

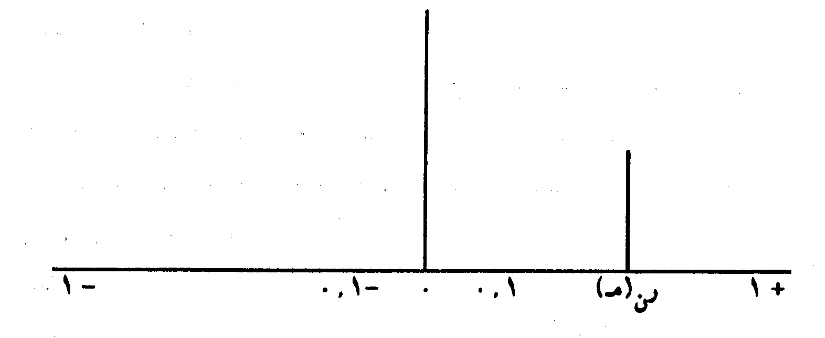
(جـ) ر ≠ صفر

إحصاء الإختبار

ص = ر (٣٢-١)

وهو معامل إرتباط* بيرسون (ر) المحسوب من العينة كما هو موضح بالصيغة(٣١-١)توزيع المعاينة:

الإحصاء (ر) له توزيع معاينة خاص يسمى توزيع معامل إرتباط بيرسون وبإعتبار الفرض بأنه معامل الإرتباط في المجتمع ر = صفر يكون هذا التوزيع متماثلاً ويبدو شكله كما يلي ، وذلك لحجم عينة معين (ن).



وهذا التوزيع له جداول خاصة (جدول - ١٥) بالجداول الإحصائية المرفقة - وهو يعرض القيم الحرجة عند مستويات المعنوية (هـــ) ٠,٠٥ ، ٠٢٥. ، ٠,٠٠٥.

قاعدة القرار:

بإعتبار أن مستوى المعنوية (مــ) ، نرفض فرض العدم حسب القواعد التاليـــة وهى تختلف تبعاً للفرض البديل:

(أ) نرفض إذا كان : ر > رن (مــ)

(ب) نرفض إذا كان : ر < -رن (مــ)

(ج) نرفض إذا كان : | ر | > رن (مــ/٢)

والصيغة الأخيرة تكافئ الرفض في حالة:

ر > رن (مــ/٢)

أو ر < - رن (مــ/٢)

تطبيق (٣٢-١)

في دراسة للعلاقة بين الأجر والإنتاج قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من العمال حجمها ٣٠ ووجد أن معامل إرتباط بيرسون ٠,٣٢ والمطلوب إختبار الفرض بعدم وجود إرتباط بين المتغيرين في المجتمع وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥.

الحل:

ف٠ : ر = صفر

ف١ : ر ≠ صفر

من جدول ١٥ نجد أن ر٣٠(٠,٠٢٥) = ٠,٣٦١

وحيث أن ر = ٠,٣٢ إذن لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط بين المتغيرين.

تطبيق (٣٢-٢)

بإستخدام البيانات الواردة في التطبيق السابق ، المطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط – إذا كان الباحث يفترض وجود إرتباط طردي.

الحل:

ف٠ : ر = صفر ، ف١ : ر > صفر

الإختبار في هذه الحالة يعتبر في جانب واحد ، – بالرجوع لجدول – ١٥ نجد أن ر٣٠(٠,٠٥) = ٠,٣٠٦.

وحيث أن ر المحسوبة من العينة ٠,٣٢ لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يقضي بوجود معامل إرتباط طردي ين الأجر والإنتاج.

إختبار ت:

يمكن أيضاً إختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط بالإجراءات التالية:

إحصاء الإختبار:

$$ص = ر \sqrt{\frac{ن-٢}{١-ر^{٢}}} \qquad (٢-٣٢)$$

توزيع المعاينة:

الإحصاء أعلاه يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن – ٢ وذلك بـــإفتراض أن س ، ص يتبعان التوزيع الطبيعي وأن ر = صفر.

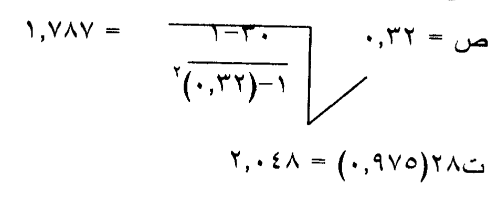
قاعدة القرار:

نفس الإجراءات المستخدمة مع إختبار – ت والسابق عرضه في القسم (٢٨-١-٢-٢).

تطبيق (٣٢-٣):

المطلوب استخدام إختبار – ت – لإختبار الفرض الـــوارد بـــالتطبيق (٣٢-١).

الحل:



$$ص = ٠,٣٢ \sqrt{\frac{٣٠-٢}{١-(٠,٣٢)^{٢}}} = ١,٧٨٧$$

$$ت_{٢٨}(٠,٩٧٥) = ٢,٠٤٨$$

لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط بـين الأجـر والإنتاج.

٣٢-١-١-٢ *إختبار الفرض حول قيمة معامل الإرتباط*

في حالة رفض فرض العدم ر = صفر فإن الإهتمام يتجه نحو فـرض قيمـة معينة ر٠ لمعامل الإرتباط . وفي هذه الحالة فإن توزيع (ر) لا يكون متمـاثلاً ويتم تحويله بإستخدام تحويل فيشر. Fisher's transforation

الفروض:

ف٠ : ر = ر٠

ف١ : ر > ر٠ أو

ر < ر٠ أو

ر − ر٠

إحصاء الإختبار

$$\text{ص} = \sqrt{\text{ن} - ٣}\left(\frac{١}{٢}\ \text{لو}\ \frac{١+\text{ر}}{١-\text{ر}} - \frac{١}{٢}\ \text{لو}\ \frac{١+\text{ر}_٠}{١-\text{ر}_٠}\right) \qquad (٣٢-٣)$$

حيث لو هو اللوغاريتم الطبيعـي أساسـه ٢,٧١٨٣ ، ر ، ر٠ هـى معامـل الإرتباط المحسوب من العينة والمعامل المفترض على الترتيب ويمكن إختصار الصيغة أعلاه لتصبح.

$$\text{ص} = ١,١٥١٣\sqrt{\text{ن} - ٣}\ \text{لو}\left(\frac{١+\text{ر}}{١-\text{ر}} \cdot \frac{١-\text{ر}_٠}{١+\text{ر}_٠}\right) \qquad (٣٢-٤)$$

حيث لو ترمز للوغاريتم المعتاد أساسه ١٠.

توزيع المعاينة:

الإحصاء أعلاه يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

قاعدة القرار:

نفس الإجراءات المستخدمة مع الإختبار الطبيعي والسابق عرضه في القسم (٢٨-١-٢-١).

تطبيق (٣٢-٤):

تدعي إحدى دور النشر بوجود إرتباط طردي قدره ٠,٦ على الأقل بين سعر الكتاب وعدد صفحاته . ولتأييد ذلك قامت بسحب عينة من ٢٨ كتاب ووجدت أن معامل الإرتباط ٠,٧ . والمطلوب إختبار فرض دور النشر بمستوى معنوية ٠,٠٥.

الحل:

ف٠ : ر = ٠,٦

ف١ : ر > ٠,٦

$$\text{ص} = ١,١٥١٣ \sqrt{٢٨ - ٣} \; \text{لو} \; \frac{١+٠,٧}{١-٠,٧} \left(\frac{١-٠,٦}{١+٠,٦} \right) = ٠,٨٧١$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٩٥) = ١,٦٥

لا نستطيع رفض الفرض العدم.

٣٢-١-١-٣ *تقدير معامل إرتباط بيرسون*

يعتبر معامل إرتباط بيرسون المحسوب من العينة تقديراً بقيمة لمعامل الإرتباط بالمجتمع . وللحصول على تقدير بفترة بدرجة ثقة ١- مـ نستخدم الصيغة التالية ، وهى تعطي حدي الثقة (ر٢ ، ر١) لمعامل الإرتباط في المجتمع.

(ر١ ، ر٢) = ف$^{-1}$ (ف(ر) ± ط (١- مـ/٢) / $\sqrt{\text{ن} - ٣}$) (٣٢-٥)

حيث : ف (س) هو مقدار تحويل فيشر للقيمة س ،

ف-١ هى الدالة العكسية للدالة ف ،

ف(س) = ١,١٥١٣ لو $\frac{\text{١+س}}{\text{١-س}}$ (٣٢-٦)

حيث لو هو اللوغاريتم المعتاد ، أساسه ١٠

وهذه القيم يمكن الحصول عليها مباشرة من جدول - ١٤ (تحويل فيشر).

تطبيق (٣٢-٥)

عينة عشوائية حجمها ١٢ سحبت من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي ، وبحساب معامل الإرتباط وجد أنه ٠,٦ والمطلوب تقدير معامل الإرتباط في المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ ٪.

الحل:

نستخدم الصيغة (٣٢-٥)

حدي الثقة = ف$^{-1}$ (ف(٠٦) ١ ط (٠,٩٧٥) / $\sqrt{\text{١٢ - ٣}}$)

=ف$^{-1}$ (٠,٦٩٣١ ١ ١,٩٦ / ٣)

=ف$^{-1}$ (٠,٦٩٣١ ١ ٠,٦٥٣)

=ف$^{-1}$ (١,٣٤٦ ، ٠,٠٤٠)

= (٠,٨٨ ، ٠,٠٤)

تطبيق (٣٢-٦)

بإستخدام البيانات الواردة بالتطبيق السابق ، المطلوب تقدير معامل الإرتباط ف المجتمع بمستوى ثقة ٩٥ % إذا كان حجم العينة ٣٩.

الحل:

حدي الثقة = ف$^{-1}$ (ف(٠,٦) ١ ١,٩٦ / $\sqrt{٣٩-٣}$)

=ف$^{-1}$ (٠,٩٦٣ ١ ٠,٣٢٧)

=ف$^{-1}$ (١,٠٢٠ ، ٠,٣٦٦)

= (٠,٧٧ ، ٠,٣٥)

٣٢-١-٢ الإرتباط بين متغيران ترتيبان (معامل سبيرمان):

٣٢-١-٢-١ اختبار سبيرمان:

قدمه سبيرمان عام ١٩٠٤ لإختبار فرض الإستقلال بين متغيرين.

الإفتراضات:

1 - عينة عشوائية حجمها ن من القيم لمتغير ثنائي (س ، ص).

2 - مستوى القياس ترتيبي.

الفروض:

نفس الفروض الواردة في إختبار بيرسون (٣٢-١-١-١).

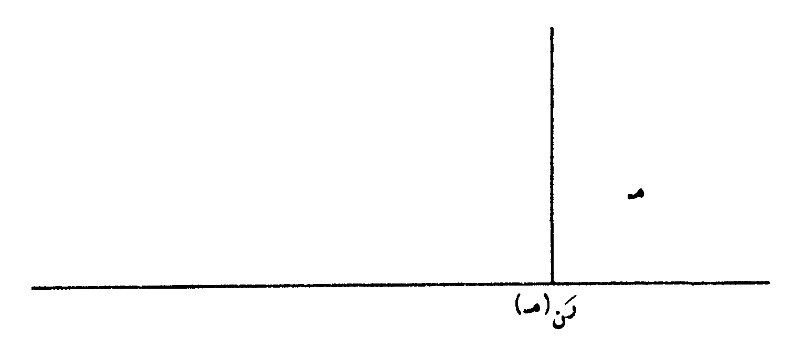
إحصاء الإختبار

ص = ر/ (٣٢-٧)

وهو معامل إرتباط* سبيرمان المحسوب من العينة ، كما هو وارد في الصيغة (٣٢-١).

توزيع المعاينة:

الإحصاء (ر/) أعلاه يتبع توزيع خاص (جدول - ١٦) يسمى توزيع معامل إرتباط سبيرمان.



قاعدة القرار

نفس الإجراءات الموضحة في إختبار بيرسون ، بإستخدام ر بدلاً من ر.

القيود:

في حالة وجود قيود Ties أو قيم مكررة فإنه يلزم إستخدام معامل للتصحيح* ، ويمكن إهماله في حالة ما إذا كانت القيود قليلة.

إختبار ت:

يمكن إستخدام إختبار – ت السابق تقديمه في القسم (٣٢-١-١-١) لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط وذلك بإستخدام ر بدلاً من ر ، وهذا الإختبار يعطي نتائج تقريبية ذلك لأن إفتراض التوزيع الطبيعي المطلوب في إختبار ت لا يتحقق بالنسبة للرتب ، وعلى أي حال فإن التقريب يكون كافياً إذا كان حجم العينة أكبر من ١٠.

تطبيق (٣٢-٧):

في دراسة لأحوال الأسرة في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين بسحب عينة من عشرة أسر ، وبحساب معامل إرتباط سبيرمان بين الحالة التعليمية للزوج والزوجة وجد أنه ٠,٨٣ والمطلوب إختبار فرض الباحث بوجود إرتباط طردي بين المتغيرين وذلك بمستوى معنوية ٥ ٪

الحل:

ف٠ : ر/ = صفر

ف١ : ر / > صفر

من جدول – ١٦ نجد أن ر/١٠ (٠٥.) = ٠,٥٥٢

وحيث أن ر المحسوبة ٠,٨٣ ، نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود إرتباط طردي بين الحالة التعليمية للزوج والزوجة.

تطبيق (٣٢-٨):

المطلوب حل السؤال السابق بإستخدام إختبار – ت.

الحل:

بإستخدام الصيغة (٦-٢) مع وضع ر بدلاً من ر.

$$ص = ٠,٨٣ \sqrt{\frac{١٠-٢}{١-(٠,٨٣)^{٢}}} = ٤,٢٠٩$$

من جدول - ٣ ، ت٨(٠,٩٥) = ١,٨٦٠

وحيث أن قيمة ص أكبر من ١,٨٦٠ نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل.

٣٢-١-٣ الإرتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل جاما):

معامل جاما تم عرضه بإختصار* في الباب الأول.

٣٢-١-٣-١ إختبار جاما:

يستخدم لإختبار الفرض بأن معامل الإرتباط في المجتمع يساوي قيمة معينة.

الإفتراضات:

1 - عينة عشوائية بسيطة.

2 - مستوى القياس ترتيبي.

الفروض:

ف٠ : جا = جا٠

ف١ : جا > جا٠ أو

جا < جا٠ أو

جا ≠ جا٠.

إختبار الإختبار:

$$\text{ص} = (\text{جا} - \text{جا}_{\cdot}) \sqrt{\frac{\text{أ+خ}}{\text{ن}\,(١-\text{جا}^{٢})}} \qquad (٣٢-٨)$$

وهذه الصيغة قدمها العالمان جودمان وكروسكال عام ١٩٦٣.

توزيع المعاينة

الإحصاء أعلاه يتبع تقريباً التوزيع الطبيعي المعياري ، ويكون التقريب كافياً إذا كان حجم العينة:

$$\text{ن} \leq ١٠ \qquad (٣٢-٩)$$

قاعدة القرار

تستخدم إجراءات مماثلة لما يتبع في الإختبار الطبيعي (راجع القسم ٢٨-١-٢-١).

تطبيق (٣٢-٩):

اختبر فرض وجود إرتباط عكسي بين معدل الجريمة ومستوى العقوبة، وذلك بمستوى معنوية ١ % بإستخدام التوزيع التالي:

معدل الجريمة / مستوى العقوبة	مرتفع	منخفض	متوسط
شديد	٤	١٣	٢
متوسط	١٠	٩	٦
خفيف	٣٠	٧	٤

الحل:

ف٠ : جا ≤ صفر

ف١ : جا < صفر

أ = ٢٨٨ ، خـــ = ١٢١٦

$$\text{جا} = \frac{\text{٢٨٨ -١٢١٦}}{\text{٢٨٨- ١٢١٦}} = - \text{٠,٦٢}$$

$$\text{ص} = (- \text{٠,٦٢} - \text{٠}) \sqrt{\frac{\text{٢٨٨+١٢١٦}}{\text{٨٥ [١- (-٠,٦٢)}^{\text{٢}}\text{]}}} = \text{٣,٣٢٤}$$

من جدول التوزيع الطبيعـــي ، ط (٠,٠١) = - ط (٠,٩٩) = - ٢,٣٣ ، وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يقضي بوجود إرتبـــاط عكسي بين معدل الجريمة ومستوى العقوبة.

٣١-١-٣-٢ تقدير معامل إرتباط جاما

يمكن تقدير فترة ثقة لمعامل إرتباط جاما في المجتمع بدرجة ثقـــة ١- مـــ ، ويكون حدي الثقة (جا١ ، جا٢) كما يلي:

(جا١ ، جا٢) : جا ١ لσ جا (٣٢-١٠)

$$\text{حيث}\sigma\text{جا} = \sqrt{\frac{\text{ن (١-جا}^{\text{٢}}\text{)}}{\text{أ+خـــ}}} \qquad \text{(٣٢-١١)}$$

ل معامل الثبات ، نحصل عليه من التوزيع الطبيعي وهو يعتمد علـــى درجـــة الثقة.

تطبيق (٣٢-١٠):

أوجد فترة ثقة ٩٥ % لمعامل إرتباط جاما بإستخدام البيانات الواردة في التطبيق (٣٢-٩).

الحل:

$$\sigma_{\text{جا}} = \sqrt{\frac{85\,[\,1-(0.62)^2\,]}{1216+288}} = 0.186$$

$$\text{حدي الثقة} = -0.62 \pm 1.96(0.186)$$

$$= -0.62 \pm 0.365$$

$$= (-0.255 - 0.985)$$

٣٢-١-٤ الإرتباط بين متغيران إسميان (معامل كرامير):

لإختبار معنوية معامل إرتباط كرامير يستخدم إختبار كا٢.

وينطبق ذلك أيضاً علي الكثير من معاملات الإرتباط التي تستخدم لنفس الفرض مثل معامل التوافق لبيرسون Contingency Coefficicet ومعامل فاي Phi ومعامل تشبرو Tschuprow.

٣٢-١-٤-١ إختبار كا٢

قدمه عالم الإحصاء بيرســـون .Peorson,K عـــام ١٩٠٠ ويـــستخدم لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط ، وقد سبق عرض هذا الإختبار

في مناسبات مختلفة من هذا الكتاب ، ويمكن الرجوع للقسم (٢-٣-١) لمزيد من الإيضاح ولمتابعة الصيغ والرموز المستخدمة.

الإفتراضات:

1 - مستوى القياس إسمي.

2 - المعاينة عشوائية بسيطة.

3 - المشاهدات مستقلة عن بعضها.

لا توجد قيود على حجم التكرارات المشاهدة ، بينما يشترط أن لا تكون التكرارات المتوقعة صغيرة ، والرأي الغالب هو أن لا يقل التكرار المشاهد عن ٥ ، وفي حالة وجود تكرارات متوقعة صغيرة يمكن دمج الفئات مع بعضها حتى تزيد التكرارات المتوقعة إلى الحجم المطلوب.

تطبيق (٣٢-١١)

في دراسة تجريبية لأنواع العلاج المختلفة وتأثيرها على حالة المريض تم إعداد التوزيع التالي . والمطلوب إختبار الفرض بعدم وجود إرتباط بين العلاج والنتيجة بمستوى معنوية ١ ٪

العلاج / النتيجة	أ	ب	جـ	
تحسن	٤٧	٥٢	٣٢	١٣١
لم يتغير	٢٩	٢٢	٣٣	٨٤
أسوأ	٦	٣	١٦	٢٥
	٨٥	٧٧	٨١	٢٤٠

الحل:

توجد التكرارات المتوقعة بإستخدام الصيغة (٣١-١٣) وهـــى كمـــا يلي:

٤٤,٨	٤٢	٤٤,٢
٢٨,٧	٢٧	٢٨,٤
٨,٥	٨	٨,٤

نوجد قيمة كا٢ بإستخدام الصيغة (٣٢-١٢).

$$\text{كا}^{٢} = \frac{(٤٧ - ٤٤,٨)^{٢}}{٤٤,٨} + \ldots\ldots + \frac{(١٦ - ٨,٤)^{٢}}{٨,٤} = ١٨,٢٧$$

من جدول ٥ وبدرجات حرية ٢ × ٢ = ٤ نجد أن $\text{كا}^{٢}_{٤}$ (٠,٩٩) = ١٣,٢٨ وبذلك نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط.

٣٢-١-٤-٢ إختبار ييتز - كا٢

في حالة الجداول التكرارية ٢ × ٢ يمكن حساب $\text{كا}^{٢}$ بإستخدام الصيغة (٤-٣٧) . ويلاحظ أننا لا نستطيع دمج الفئات فـــي حالـــة مـــا إذا كانـــت التكرارات المتوقعة صغيرة . ويمكن التخلص من هذه المشكلة بزيـــادة حجـــم العينة وفي حالة عدم إمكان ذلك نستخدم تصحيح ييتز Yates ، حيث أدخل عام ١٩٣٤ تحسيناً على صيغة $\text{كا}^{٢}$ بإضافة معامل تصحيح الإستمرارية ، وقد سبق عرضه في (٢٩-٣٨) أو (٢٩-٣٩) وبهذا التصحيح يكون التقريب جيداً ، غير

أن ذلك يشترط أن يكون عدد المشاهدات كبيراً (٥٠ فأكثر).

تطبيق (٣٢-١٢):

في دراسة للعلاقة بين اليد المستخدمة في الكتابة (اليمنى أو اليسرى) والعين الأقوى إبصادراً (اليمنى أو اليسرى) تم سحب عينة عشوائية من ٦٠ شخص ، ونظمت البيانات كما في الجدول التيالي . والمطلوب إختبار فرض وجود إرتباط بين التغيرين بمستوى معنوية ٥ ٪

العين / اليد	اليمنى	اليسرى	
اليمنى	١٦	١٢	٣٨
اليسرى	٨	٢٤	٣٢
	٢٤	٣٦	٦٠

الحل:

بإستخدام الصيغة (٢٩-٣٨).

$$\text{كا}^{٢} = \frac{٦٠\ (\ |\ ١٦\times٢٤-٨\times١٢\ |\ -\ ٦٠/٢\ )^{٢}}{٢٤\times٣٦\times٣٨\times٣٢} = ٣,٨$$

من جدول ٥ نجد أن $\text{كا}_{١}^{٢}$ (٠,٩٥) = ٣,٨٤

وبذلك لا نستطيع رفض فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط بين اليد المستخدمة في الكتابة والعين الأكثر إبصاراً.

لاحظ أن تطبيق إختبار $كا^2$ بدون تصحيح ييتز يعطي نتيجة مخالفة لذلك ، ولذا ينصح بإستخدام تصحيح ييتز في الجداول ٢ × ٢ بصفة دائمة طالما أن عدد المشاهدات أكبر من ٥٠.

٣٢-١-٤-٣ *إختبار فيشر*

إذا كان عدد المشاهدات أقل من ٥٠ فإن تصحيح ييتز لا يعطي نتائج دقيقة . وهنا يجب إستخدام إختبار فيشر الأصلي Fisher's exact Test وقد سبق عرضه بالقسم (٢٩-٢-١).

٣٢-١-٥ الإرتباط بين متغيران إسميان (معامل لامدا)

معامل إرتباط لامدا (λ) *يوضح الدرجة التي يمكن بها تقدير المتغير التابع (ص) من المتغير المستقل أو المقدر (س) ، ويستخدم معامل الإرتباط في العينة ($ل_{ص س}$) حسب الصيغة (١-١٦) كإحصاء عند إختبارات الفروض حول معامل إرتباط المجتمع (λ) ، إذا كان حجم العينة كبيراً (٥٠ فأكثر).

إختبار الفرض : $ف_0$: λ = صفر

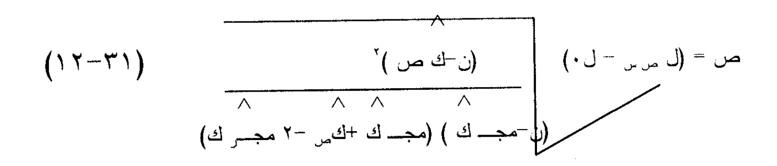
نقبل $ف_0$ إذا كانت قيمة ل = صفر ونرفض إذا كانت قيمة ل − صفر.

إختبار الفرض : $ف_0$: λ = ١

نقبل $ف_0$ إذا كانت ل = ١ ونرفض إذا كانت ل − ١.

إختبار الفرض : λ = $ل_0$

لإختبار الفرض λ = $ل_0$ حيث ١ > ل > ٠ نستخدم الإحصاء التالي وهو يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.



حيث مجـــ ك تمثل مجموع تكرارات الفئات المنوالية المتواجدة بالــصف (أو العمود الذي يمثل الفئة المنوالية للمتغير ص.

تطبيق (٣٢-١٣):

في دراسة لأحوال العمل ، قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التالي وهو يعرض العلاقة بين التخصص العلمي والتخصص الوظيفي ، والمطلوب إختبار الفرض بأن معامل إرتباط لامدا في المجتمع هو ٠,٥ وذلك بمستوى معنوية ١٪

التخصص العلمي والتخصص الوظيفي

التخصص الوظيفي / التخصص العلمي	إداري	اجتماعي	هندسي	أخرى	
إدارة	٣٦٠	٤٠	٠	٠	٤٠٠
علوم اجتماعية	١٩٠	٢٠	٤٠	٥٠	٣٠٠
قانون	١٢٥	٥	٠	٠	١٣٠
هندسة	٤	١٣٠	٠	٦	١٤٠
أخرى	٢١	٥	٠	٤	٣٠
	٧٠٠	٢٠٠	٤٠	٦٠	١٠٠٠

الحل:

$$ك_{ص س} = \frac{\text{مجـ}\ \hat{ك} - \hat{ك}\ ص}{ن - \hat{ك}\ ص} \quad \text{من} \ (١-١٦)$$

$$\text{مجـ}\ \hat{ك} = ٣٦٠ + ١٣٠ + ٤٠ + ٥٠ = ٥٨٠$$

$$ل_{ص س} = \frac{٥٨٠ - ٤٠٠}{١٠٠٠ - ٤٠٠} = ٠,٣٠$$

إختبار الفرض = $ل_{ص س} = ٠,٥٠$

$$ص = (٠,٣ - ٠,٥) \sqrt{\frac{(١٠٠٠-٤٠٠)٣}{(١٠٠٠-٥٨٠)\ [٥٨٠+٤٠-٢\ (٣٦٠)]}} = - ٨,٩$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٠٠٥) = - ط (٠,٩٩٥)

=-٢,٥٨ وبذلك نرفض فرض العدم وإعتبار أن معامل الإرتباط في المجتمع أقل من ٠,٥.

٣٢-١-٦ الإرتباط بين متغيران (ظروف متنوعة):

٣٢-١-٦-١ معامل الإرتباط الرباعي:

يستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين كل منهما ثنائي ويتضمن صـــفة الإستمرار ويتبع التوزيع الطبيعي ويتم حسابه من جدول ٢ × ٢:

أ	ب
جـ	د

بالصيغة التالية والسابق عرضها بالفصل الأول* (١-١٧).

$$\text{ر}_{+} = \text{جتا} \frac{180}{1 + \sqrt{\text{أد} / \text{جـب}}}$$

وتعد هذه الصيغة تقريب للصيغة الأصلية إذا كان حجم العينة كبيراً ، كمـا أن التقسيم لكلا المتغيران يجب أن يكون قريباً من ٠,٥٠.

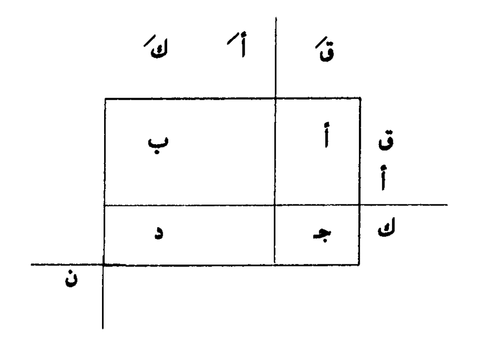
لإختبار الفرض ر+ = صفر فإننا نستخدم الإحصاء.

$$\text{ص} = \frac{\text{ر}_{+} - \text{ر}_{+}}{\sigma_{\text{ر}_{+}}} \qquad (١٣-٣٢)$$

وهو يقترب من التوزيع الطبيعي بزيادة حجم العينة . حيثs ر+ هـو الخطأ المعياري لمعامل الإرتباط الرباعي ، وصيغته معقدة جداً ويمكن إستخدام الصيغة التقريبية التالية:

$$\text{ع}_{\text{ر}_{+}} = \frac{\sqrt{\text{ق ق} / \text{ك ك} /}}{\text{أ أ} / \sqrt{\text{ن}}} \qquad (١٤-٣٢)$$

ويمكن توضيح الرموز بالشكل التالي:



حيث:

ق نسبة التكرارات (أ+ب) للتكرار الكلي (ن)

ق/ نسبة التكرارات (أ+جـ) للتكرار الكلي (ن)

ك = ١ – ق

ك/ = ١ – ق/

أ = إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق ، ك.

أ/ = إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق/ ، ك/.

تطبيق (٣٢-١٤):

في إحدى الدراسات ، تضمنت إستمارة البحث السؤالين التاليين:

سؤال (١) هل تستمتع بتعارفك بمعظم الناس ؟

سؤال (٢) هل تفضل العمل مع الآخرين أكثر من أن تعمل منفرداً ؟

وقد تم تنظيم إجابات العينة في التوزيع التالي:

سؤال (٢) \ سؤال (١)	نعم	لا	
نعم	٣٧٤	١٦٧	٥٤١
لا	١٨٦	٢٠٣	٣٨٩
	٥٦٠	٣٧٠	٩٣٠

المطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين المتغيرين محل القياس بمستوى معنوية ١٪

الحل:

ف٠ : لا يوجد إرتباط بين المتغيرين.

ف١ : يوجد إرتباط.

الحل:

ق = $\frac{٥٤١}{٩٣٠}$ = ٠,٥٨٢ ك = ٠,٤١٨

ق/ = $\frac{٥٦٠}{٩٣٠}$ = ٠,٦٠٢ ك/= ٠,٣٩٨

ومن جدول التوزيع الطبيعي نجد أن أ = ٠,٣٩٠ ، أ = ٠,٣٨٦

ر+ = جتا $\frac{١٨٠}{\sqrt{١ + \text{أ د/ جـ ب}}}$

$$= \text{جتا} \frac{180}{1 + \sqrt{(374)(203)/(167)(186)}}$$

$$= \text{جتا } 70{,}24^\circ = 0{,}338$$

$$\text{ع}_{\text{ر}+} = \frac{\text{ق ق}/\text{ ك ك}/}{\text{أ أ}/\sqrt{\text{ن}}}$$

$$= \frac{\sqrt{(0{,}582)\ (0{,}602)(0{,}418)(0{,}398)}}{(0{,}39)\ (0{,}386)\ \sqrt{930}} = 0{,}053$$

$$\text{ص} = \frac{0{,}338}{0{,}053} = 6{,}377$$

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد أكبـــر مـــن ط (٠,٩٩٥) = ٢,٥٨ ، لـــذا نرفض فرض العدم.

٣٢-١-٦-٢ معامل إرتباط السلسلتان *Biserial*

يستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين إحدهما كمي والآخـــر إســـمي – ويفترض أنه مستمر أصلاً ويتبع التوزيع الطبيعي.

وقد سبق عرض صيغة هذا المعامل في الباب الأول* (صيغة ١-١٨).
وإذا كان حجم العينة كبير ، وكلا من ق ، ك ليست صغيرة ، أي ق ، ك ≤ ٠,١ فإن الإحصاء.

$$\text{ص} = \frac{\text{ر}'' - \text{ر}''}{\sigma\ \text{ر}''} \qquad (\text{٣٢-١٥})$$

يقترب من التوزيع الطبيعي ، حيث
ر" هو معامل إرتباط السلسلتان في المجتمع.

$$\sigma\ \text{ر}'' = \frac{\sqrt{\text{ق ك} / \text{أ}} - \text{ر}''}{\sqrt{\text{ن}}} \qquad (\text{٣٢-١٦})$$

تطبيق (٣٢-١٥):

في بحث لإيجاد العلاقة بين مستوى القلق ومستوى التحصيل تم الحصول على البيانات التالية حيث تم التعبير عن مستوى القلق بقيمتان فقط (كبير ، صغير).
والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين مستوى القلق ومستوى التحصيل بمستوى معنوية ٥. %

مستوى التحصيل	مستوى القلق
٨٧	كبير
٧٦	كبير
٧٣	كبير
٨٢	كبير
٨٤	كبير
٨٦	كبير

مستوى التحصيل	مستوى القلق
١٠٠	صغير
٩٧	صغير
٧٨	صغير
١٠٠	صغير
٦٦	صغير
٩٥	صغير
٨٠	صغير
٩٩	صغير
١٠٠	صغير

الحل:

ف٠ : ر″ = صفر ، ف١ : ر″ ≠ صفر

نعتبر أن (١ ، ٠) تعبر عن مستوى القلق (كبير ، صغير).

$\overline{ص}_1 = ٨١,٣٣٣$ $\overline{ص} = ٨٦,٨٦٦$

ق = ٦/١٥ = ٠,٤   ك = ٠,٦

أ = ٣٨٦   σص = ١٠,٧٦٣

ومن الصيغة (١-١٨)

$$ر'' = \frac{\overline{ص}_1 - \overline{ص}}{\sigma ص} \times \frac{ق}{أ}$$

$$= \frac{٨١,٣٣٣ - ٨٦,٨٦٦}{١٠,٧٦٣} \times \frac{٠,٤}{٠,٣٨٦} = ٠,٥٣٣$$

وبإستخدام الصيغة (٣١-١٦)

$$\sigma ر'' = \frac{\sqrt{٠,٤ \times ٠,٦} \;/\; ٠,٣٨٦ - ٠}{\sqrt{١٥}} = ٠,٣٢٨$$

$$ص = \frac{٠,٥٣٣ - ٠}{٠,٣٢٨} = ١,٦٢٥$$

ومن التوزيع الطبيعي : ط (٠,٩٧٥) = ١,٩٦

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم.

تطبيق (٣٢-١٦):

في دراسة للعلاقة بين التدريب والإنتاجية تم إعداد التوزيع التالي وهو يعرض الإنتاج لمجموعتين من العمال ، الأولى مدربة ، والثانية غير مدربة

(لم تستكمل برنامج التدريب) والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين التدريب والإنتاجية بمستوى معنوية ١ ٪

الإنتاج	المجموعة المدربة ك	المجموعة غير المدربة	المجموع ك
٦٠–٥٥	١	١٦	١٧
٦٥–٦٠	٠	٢١	٢١
٧٠–٦٥	١	١٩	٢٠
٧٥–٧٠	٦	٢٧	٣٣
٨٠–٧٥	٦	١٩	٢٥
٨٥–٨٠	٢	١٦	١٨
٩٠–٨٥	٥	٦	١١
	٢١	١٢٤	١٤٥

الحل : $\bar{\text{ص}}_{١} = ٧٧$ $\bar{\text{ص}} = ٧١,٣٥$

ق = ٠,١٤٥   ك = ٠,٨٥٥   σص = ٨,٨٠

أ = ٠,٢٢٨

$$\text{ر}'' = \frac{\bar{\text{ص}}_{١} - \bar{\text{ص}}}{\sigma\text{ص}} \times \frac{\text{ق}}{\text{أ}} = \frac{٧٧ - ٧١,٣٥}{٨,٨} \times \frac{٠,١٤٥}{٠,٢٢٨} = ٠,٤١$$

$$\sigma\text{ر}'' = \frac{\sqrt{٠,١٤٥ \times ٠,٨٥٥} \,/\, ٠,٢٢٨}{\sqrt{١٤٥}} = ٠,١٢٨$$

$$ص = \frac{٠,٤١}{٠,١٢٨} = ٣,٢٠٣$$

من جدول التوزيع الطبيعي : ط (٠,٩٩٥) = ٢,٥٨

وبذلك نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط بين التدريب والإنتاجية.

٣٢-١-٦-٣ معامل إرتباط السلسلتان الثنائي Point biserial:

قدمه العالمان ريتشارد سون وستالنكر Richarardson and Stalnakerعام ١٩٣٣ لقياس الإرتباط عندما يكون أحد المتغيران كمي والآخر إسمي وثنائي أصيل ، مثل الجنس (ذكر ، أنثى) ، الحالة الزواجية (متزوج - غير متزوج).

ويقدر هذا المعامل * من العينة بإستخدام الصيغة:

$$ر''٠ = \frac{\overline{ص} - \overline{ص}}{ع_ ص} \sqrt{ق١ ق٠} \qquad (١٧-٣٢)$$

حيث:

ص١ المتوسط الحسابي للمتغير ص١ وهو المناظر للقيمة(١)للمتغير الثنائي

$\overline{ص}$ ٠ المتوسط الحسابي للمتغير ص٠ وهو المناظر للقيمة(٠)للمتغير الثنائي

ق١ نسبة مفردات المتغير ص١

ق٠ نسبة مفردات المتغير ص٠

عـــ ص تقدير تباين المتغير ص في العينة.

ولإختبار الفرض بأن معامل الإرتباط يساوي صفر ، نـــستخدم إختبـــار – ت حيث يكون الإحصاء:

$$\text{ص} = \text{ر}''_{\text{٠}} \sqrt{\frac{\text{ن} - \text{١}}{\text{١} - \text{ر}''^{\text{٢}}}} \qquad (\text{١٨-٣٢})$$

يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن – ٢.

تطبيق (٣٢-١٧):

البيان التالي يعرض العلاقة بين الإنتاج والتدريب لعينة مـــن العمـــال (خصص الرقم ١ للعامل المدرب والرقم ٠ للعامل غير المدرب).

والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين الإنتاج والتدريب في المجتمـــع بمستوى معنوية ٥. %

الإنتاج	٢٦	٢٨	٢٤	٢٢	٢٤	٣٠	٢٥	٢١	٢٥	٢٠
التدريب	٠	١	٠	٠	١	١	٠	٠	١	٠

الحل:

الإنتاج للعمالة المدربة(ص١)	٢٨	٢٤	٣٠	٢٥		
الإنتاج للعمالة غير المدربة(ص٠)	٢٦	٢٤	٢٢	٢٥	٢١	٢٠

$$\text{ر}''_{\text{٠}} = \frac{\bar{\text{ص}} - \bar{\text{ص}}}{\text{عـــ ص}} \sqrt{\text{ق}_{\text{١}}\,\text{ق}_{\text{٠}}}$$

$$= \frac{\text{٢٦,٧٥}-\text{٢٣}}{\text{٣,٠٦٤}} \sqrt{(\text{٠,٤})(\text{٠,٦})} = \text{٠,٥٩٨}$$

$$\text{ص} = \text{ر}''_{\text{٠}} \sqrt{\frac{\text{ن}-\text{٢}}{\text{١}-\text{ر}''^{\text{٢}}}} = \text{٠,٥٩٨} \sqrt{\frac{\text{١٠}-\text{٢}}{\text{١}-(\text{٠,٥٩٨})^{\text{٢}}}} = \text{٢,١١}$$

وبإستخدام جدول – ت نجد أن $\text{ت}_{\text{٨}}$ (٠,٩٧٥) = ٢,٣٠٦

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقض بعدم وجـود إرتبـاط بـين الإنتاج والتدريب.

٣٢-١-٦-٤ *معامل إرتباط السلاسل* المتعددة Multiserial:*

قدمه جاسبين Jaspen عام ١٩٤٦ لقياس الإرتباط بين متغيـر كمـي وآخر ترتيبي . ويفترض أن المتغير الترتيبي يتـضمن الإسـتمرارية ويتبـع التوزيع الطبيعي.

وصيغة معامل الإرتباط ر# هى:

$$\text{ر\#} = \frac{\text{مجـ} [\bar{\text{ف}}\ \text{مجـ س}]}{\sqrt{\text{مجـ س}^{\text{٢}}\ \text{مجـ ن}\ \bar{\text{ف}}^{\text{٢}}}} \qquad (\text{٣٢-١٩})$$

$$\text{حيث : ف} = \frac{\underline{\text{أ}} - \bar{\text{أ}}}{\text{ق}} \qquad (\text{٣٢-٢٠})$$

$\underline{\text{أ}}$ إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأدنى للفئة.

$\bar{\text{أ}}$ إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأعلى للفئة.

ق نسبة الحالات في الفئة.

ولإختبار فرض عدم وجود إرتباط ر# = صفر

نستخدم الإحصاء:

$$ص = \frac{ر\#\sqrt{ن-٢}}{\sqrt{١-ر\#^{٢}}} \qquad (٣٢-٢١)$$

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن − ٢

تطبيق (٣٢-١٨):

فيما يلي درجات عينة من الطلاب في الإختبار النهائي وفي أعمال السنة ، وكان القياس في الإختبار الأول كمي أما في أعمال السنة كان القياس ترتيبي . والمطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين درجات الإختبارين بمستوى معنوية ٠,٠١.

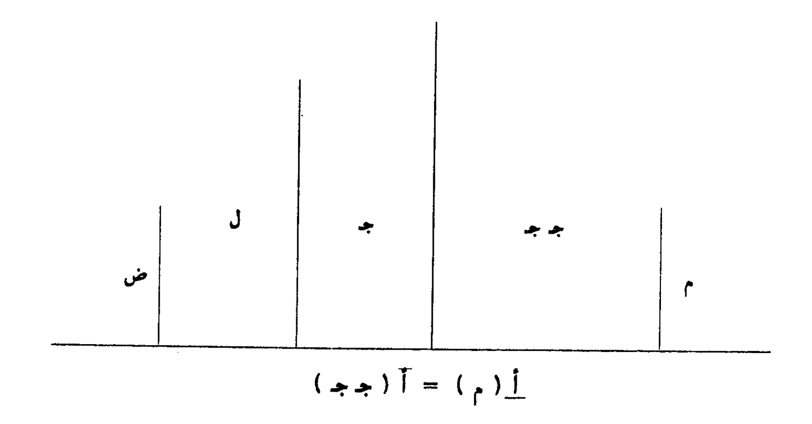
أعمال السنة	م	م	م	ججـ	ججـ	ججـ	ججـ	جـ	جـ	جـ	جـ	جـ	ل	ل	ض
الاختبار النهائي	١٩	١٨	٢٢	١٩	٢٠	١٨	١٨	١٦	١٥	١٢	١٣	١٦	٦	٨	٥

الحل:

ف٠ : ر# = صفر

ف١ : ر# ≠ صفر

ص	س	ر	س	س^٢
م	١٩	١	٤	١٦
م	١٨	٢	٣	٩
م	٢٢	٣	٧	٤٩
جـجـ	١٩	١	٤	١٦
جـجـ	٢٠	٢	٥	٢٥
جـجـ	١٨	٣	٣	٩
جـجـ	١٨	٤	٣	٩
جـ	١٦	١	١	١
جـ	١٥	٢	٠	٠
جـ	١٢	٣	٣	٩
جـ	١٣	٤	٢-	٤
جـ	١٦	٥	١	١
ل	٦	١	٩-	٨١
ل	٨	٢	٧-	٤٩
ض	٥	١	١٠-	١٠٠
	٢٢٥			٣٧٨



أ (م) = آ (جـ جـ)

ل	مجس	ن	ق	أ	آ	ف	ف ۲	ف مجس	ن ف ۲
م	١٤	٣	٠,٢٠٠	٠,٢٨٠٠	٠,٠٠٠٠	١,٤	١,٩٦	١٩,٦	٥,٨٨
ججـ	١٥	٤	٠,٢٦٧	٠,٣٩٧٤	٠,٢٨٠٠	٠,٤٤	٠,١٩٤	٦,٦	٠,٧٨٠
جـ	٣٠	٥	٠,٣٣٣	٠,٢٨٠٠	٠,٣٩٧٤	٠,٣٥-	٠,١٢٢	١,٠٥	٠,٦١
ل	١٦٠	٢	٠,١٣٣	٠,١٢٦٨	٠,٢٨٠٠	١,١٥-	١,٣٢	١٨,٤٠	٢,٦٤
ض	١٠	١	٠,٠٦٧	٠,٠٠٠٠	٠,١٢٦٨	١,٨٩-	٣,٥٧	١٨,٩٠	٣,٥٧
		١٥						٦٤,٥٥	١٣,٤٨

$$ر\# = \frac{٦٤,٥٥}{\sqrt{(٣٧٨)(١٣,٤٨)}} = ٠,٩٠$$

$$ص = \frac{٠,٩٠\sqrt{١٥-٢}}{\sqrt{١-(٩)^{٢}}} = ٧,٤٤$$

ومن جدول (٣) نجد أن $ت_{١٣}$ (٠,٩٧٥)=٣,٠١٢ وبذلك نرفض فرض العدم.

٣٢-١-٦-٥ نسب الإرتباط:

قدم نسبة الإرتباط عالم الإحصاء بيرسون .Pearson, K عام ١٩٠٥ ، وهى تستخدم لقياس الإرتباط في حالة العلاقة غير الخطية* ، وتحسب نسبة الإرتباط (η) في المجتمع من الصيغة التالية:

$$\eta^{٢} = \frac{\sigma^{٢}_{ص} - \sigma^{٢}_{ص\,س}}{\sigma^{٢}_{ص}} \qquad (٣٢-٢٢)$$

وتقدر من العينة بإستخدام الصيغة.

$$ي^{٢} = \frac{ع^{٢}_{ص} - ع^{٢}_{ص\,س}}{ع^{٢}_{ص}} \qquad (٣٢-٢٣)$$

ويتم حساب نسبة الإرتباط ي بصيغ مختلفة حسب طبيعة البيانات.

البيانات الخام:

قد تكون البيانات مقدمة على هيئة مصفوفة بها عدد (م) من الأعمدة تمثل قيم المتغير المستقل س ، وكل قيمة منها تعرض قيم ص المختلفة ، وفي هذه الحالة نقوم بحساب $ع^{٢}_{ص}$ وتمثل تقدير تباين المتغير ص من العينة ، وذلك حسب الصيغة (٣-٦) ، ويتم حساب $ع^{٢}_{ص\,س}$ بالصيغة

$$ع^{٢}_{ص\,س} = مجـ\,(ن_{ر} - ١)\,ع^{٢}_{ص\,س\,ر} \,/\, ن - م \qquad (٣٢-٢٤)$$

حيث $ع^{٢}_{ص\,س}$ تمثل تباين العينة لقيم ص بالعمود المخصص للقيمة سر ويستخدم في ذلك الصيغة (٣٢-٦).

بيانات تحليل التباين:

إذا كانت الحالة تمثل تجربة يستخدم فيها تحليل التباين فإنه يمكن إستخدام صيغة

أخرى أكثر ملائمة . ففي حالة التصميم كامل العشوائية ، نستخدم الصيغة التالية:

راجع الرموز بجدول تحليل التباين بالقسم (٣-٥-١).

$$\text{ى}^{2} = \frac{\text{عـ}^{2}_{\text{ك}} - \text{عـ}^{2}_{\text{خ}}}{\text{عـ}^{2}_{\text{ك}}} \qquad (\text{٣٢-٢٥})$$

حيث : $\text{عـ}^{2}_{\text{ك}} = \text{ك} / \text{ن} - ١$ (٣٢-٢٦)

وتمثل تقدير لتباين المجتمع بإستخدام كل قيم ص.

ويمكن أيضاً إستخدام الصيغ التالية:

$$\text{ى}^{2} = \frac{\text{م} - (\text{م} - ١)\ \text{عـ}^{2}_{\text{خ}}}{\text{ك}} \qquad (\text{٣٢-٢٧})$$

$$\text{ى}^{2} = \frac{(\text{ف} - ١)\ (\text{م} - ١)}{\text{ف}\ (\text{م} - ١) + (\text{ن} - \text{م})} \qquad (\text{٣٢-٢٨})$$

حيث ف هى النسبة الأخيرة

وهذه الصيغة الأخيرة من المفيد إستخدامها في حالة التقارير المنشورة حيث تكون النسبه ف الأخيرة معروضة دون التفاصيل الأخرى كمجموع المربعات ومتوسط المربعات.

الإفتراضات:

١- عينة عشوائية بسيطة.

٢- متغير فتري والآخر إسمي

إختبار الفرض:

ف٠ : ي = صفر

ف١ : ي > صفر

ويلاحظ أن الإختبار موجه ذلك أن نسبة الإرتباط لا تكون سالبة.

في حالة إستخدام بيانات تحليل التباين ، فإن نسبة الإرتباط ى تكـــون معنويـــة عندما تكون النسبة ف معنوية كما سبق إيضاحه (القسم ٣-٥-١).

في حالة إستخدام البيانات الخام ، نستخدم الإحصاء:

$$ص = \frac{ي^٢(ن-١) + (م-١)}{(١-ي^٢)\ (م-١)} \qquad (٢٩-٣٢)$$

وهو يتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (ن - م).

تطبيق (٣٢-١٩)

بإستخدام البيانات الواردة بالتطبيق (٢٨-٣٧).

المطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين طرق التدريب والإنتاج بمستوى معنوية ٥ % وذلك:

أ - بإستخدام بيانات تحليل التباين.

ب - بإستخدام البيانات الخام.

الحل:

أ - بالرجوع إلى حل التطبيق (٢٨-٣٧) ، وجدول تحليل التباين نجـــد أن

النتيجة معنوية – ولذا فإن النتيجة هنا أيضاً تكون معنوية ، بمعنى أننا نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود إرتباط.

ب – ويمكن أيضاً إستخدام الصيغة الخاصة بالبيانات الخام.

الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة جـ
٤	٣	٢
٦	٤	٤
٥	٥	٣
٥	٤	٣
٠،٦٦٧	٠،٦٦٧	٠،٦٦٧

ع$^{٢}_{\text{ص س ز}}$

ع$^{٢}_{\text{ص}}$ = ١,٢٧٢

ع$^{٢}_{\text{ص س}}$ = ٣(٠,٦٦٧)+٣(٠,٦٦٧)+٣(٠,٦٦٧)/(١٢-٣)= ٠,٦٦٧

ى٢ = (١،٢٧٢ − ٠،٦٦٧) / ١،٢٧٢ = ٠،٤٧٦

ص = (٠،٤٧٦ (١٢-٣) +(٣-١)) / ((١- ٠،٤٧٦) (٣-١)) = ٦

وهى مماثلة لنفس النتيجة في (أ).

٣٢-١-٦-٦ معامل ثيتا *Theta Coefficient*

هذا المعامل قدمه فريمان Freeman عام ١٩٦٥ ويستخدم لقياس قـوة الإرتباط بين متغير إسمي وآخر ترتيبى . ومقدار هذا المعامل مبنى على أساس مدى تلقى الوحدات فى مستوى (فئة) معين من المتغير الإسـمى - تقـديراً أعلى للمتغير الترتيبى - عنه فى مستوى آخر من المتغير الإسمى. *

ولغرض حساب معامل ثيتا ، نبدأ بإعطاء كل مستوى من المتغير الإسمى رقم معين إختياري ولنتصور المستويان ر ، ل حيث ر > ل . ويتم حساب معامـل ثيتا باستخدام الصيغة التالية:

$$\theta = \frac{\text{مجـ } |\text{أ}_{\text{رل}} - \text{ب}_{\text{رل}}|}{\text{مجـ } \text{ن}_{\text{ر}} - \text{ن}_{\text{ل}}} \qquad (٣٠-٣٢)$$

حيث:

أ رل عدد المرات التي تكون فيها وحده في المستوى ر أعلـى مـن بعـض الوحدات في المستوى ل.

ب رل عدد المرات التي تكون فيها وحده في المـستوى ر أقـل مـن بعـض الوحدات في المستوى ل.

ن ر عدد وحدات المستوى ر (تكرار المستوى ر)

ن ل عدد وحدات المستوى ل.

ملاحظات:

(1) θهو حرف يوناني وينطق ثيتا. Theta

(2)معامل ثيتا يقع بين صفر وواحد ، ويكون صفراً في حالـة عـدم وجـود ارتباط وواحد في حالة الارتباط التام.

تطبيق (٣٢-٢٠):

المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجى (القيم مرتبة تصاعديا).

الجنس	القدرة على التهجى	١	٢	٣	٤	٥	
١	ذكر	١		١		١	٣
٢	انثى		١		١		٢

الحل : عدد المرات التي يكون فيها الذكر أفضل من الأنثى:

أ٢١ = ٠ + ١ + ٢ = ٣

عدد المرات التي تكون فيها الأنثى أفضل من الذكر:

ب٢١ = ٢ + ١ = ٣

$$\theta = \frac{\text{مجـ } |\text{أ}_{21} - \text{ب}_{21}|}{\text{مجـ } \text{ن}_1 \; \text{ن}_2}$$

$$= \frac{|3-3|}{3(2)} = \frac{\text{صفر}}{6} = \text{صفر}$$

تطبيق (٣٢-٢١):

بفرض أن التوزيع التكرارى للتطبيق السابق كان كما هــو موضـــح أدنـــاه ، المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجى.

	القدرة على التهجى / الجنس	١	٢	٣	٤	٥	
١	ذكر	١	١	١			٣
٢	أنثى				١	١	٢

الحل : أ٢١ = صفر

ب٢١ = ٢ + ٢ + ٢ = ٦

$$\theta = \frac{|٠ - ٦|}{٦} = ١$$

تطبيق (٣٢ – ٢٢):

عيادة للإرشاد الطبى للأطفال تستقبل الحالات الأتية : الإكتئاب ، السرقة ، الشرود ، الكذب ، وبعد الفحص يتم إعطائهم رتب حسب تشخيص العلاج بدءاً من ١ للضعيف ، ٥ للجيد . باستخدام التوزيع التكرارى التالى المطلوب قياس الإرتباط بين الأعراض والتشخيص.

	الأعراض / التشخيص	٥	٤	٣	٢	١	
١	شرود	٧	٣	١	١	٢	١٤
٢	كذب	٢	٤	٤	٦	٥	١٩
٣	سرقة	٢	٥	٨	٢	٣	٢٠
٤	اكتئاب	١	٠	٣	٢	٦	١٢

الحل:

أ٢١ = ٧ (٢+٤+٦+٥) + ٣ (٤+٦+٥) + (٦+٥) + (٥) = ١٨٠

ب٢١ = ٢(٦+٤+٢+٢) + ١(٤+٢+١) + ١(٢+٢) + ٣(٢) = ١٨٠

وبالمثل يمكن حساب المقادير الأخرى ، ويمكن تلخيص النتائج في الجدول التالي:

ر ل	أرل	برل	|أ-ب|	نر نل
٢١	١٨٠	٦٤	١٣٤	٢٦٦
٣١	١٧٣	٦٢	١١١	٢٨٠
٤١	١٢٤	٢٠	١٠٤	١٦٨
٣٢	١٠٠	٢٠٧	١٠٧	٣٨٠
٤٢	١١٢	٦٠	٥٢	٢٢٨
٤٣	١٥٣	٣٩	١١٤	٢٤٠
			٦٢٢	١٥٦٢

$$\theta = \frac{٦٢٢}{١٥٦٢} = ٠,٤٠$$

اختبارات المعنوية:

تستخدم الاختبارات التالية:

(أ) اختبار ولكوكسون مان وتنى

يستخدم إذا كان المتغير الإسمي يحتوي على مستويين فقط وقد سبق عرضه في القسم (٣-٣-٤).

(ب) اختبار كروسكال واليز

يستخدم إذا كان المتغير الإسمي يحتوي على أكثر من مستويين وقد سبق عرضه في القسم (٣-٥-٢).

٣-٣٢ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد (عدة متغيرات)

٣٢-٢-١ الارتباط المتعدد

معامل الارتباط المتعدد يقيس قوة العلاقة بين متغير تابع (س١) وعدة متغيرات مستقلة . وصيغة المعامل هي كما يلي بفرض وجود متغيرين مستقلين س٢ ، س٣.

$$ر_{٣٢.١} = \sqrt{\frac{ر_{٢١}^{٢} + ر_{٣١}^{٢} - ٢ر_{٢١}ر_{٣١}ر_{٣٢}}{١-ر_{٣٢}^{٢}}} \qquad (٣١-٣٢)$$

حيث رأب تعنى معامل ارتباط بيرسون بين سأ ، سب ومن الواضح أن هذا المعامل يستخدم في حالة المتغيرات الكمية وقيمة المعامل تنحصر بين صفر وواحد.

ولاختبار الفرض بأن معامل الارتباط المتعدد في المجتمع ر = صفر (ضد الفرض ر > صفر) نستخدم الاحصاء

$$ص = \frac{ر^{٢} / ك}{(١- ر^{٢}) \quad ن - ك - ١} \qquad (٣٢-٣٢)$$

حيث ك عدد المتغيرات المستقلة

وهذا الاحصاء يتبع توزيع ف بدرجات حرية ك ، ن - ك - ١

تطبيق (٣٢-٢٣)

في دراسة عن الجريمة والعوامل المؤثرة فيها ، تم حساب معامل ارتباط بيرسون بين كل متغيرين:

المتغيرين	معامل بيرسون
معدل الجريمة وحجم المجتمع	٠,٦
معدل الجريمة ومعدل البطالة	٠,٧
حجم المجتمع ومعدل البطالة	٠,٨

(أ) أوجد معامل الارتباط الكلي بين معدل الجريمة والمتغيرات الأخرى المؤثرة فيها.

(ب) اختبار فرض عدم وجود ارتباط بمستوى معنوية ١% بفــرض أن حجــم العينة المستخدمة في البحث ٢٣.

الحل:

نستخدم س١ ، س٢ ، س٣ للمتغيرات معدل الجريمة ، حجم المجتمع ، معــدل البطالة على الترتيب ، وبذلك يكون:

$ر_{٢١}$ = ٠,٦ ، $ر_{٣٢}$ = ٠,٨ ، $ر_{٣١}$ = ٠,٧

(أ) $ر_{٢١,٣٢}$ =

$$\text{(أ)}\ ر^{٢}_{١,٣٢} = \frac{(٠,٦)^{٢} + (٠,٧)^{٢} - ٢ (٠,٦)(٠,٧)(٠,٨)}{١ - (٠,٨)^{٢}} = ٠,٤٩$$

(ب) ف٠ : $ر^{٢}_{١,٣٢}$ = صفر ف١ : ر > صفر

(جـ) ص =

$$\text{(جـ)}\ ص = \frac{٠,٤٩ \ / \ ٢}{(١ - ٠,٤٩) \ / \ (٢٣ - ٢ - ١)} = ٩,٦٠٧$$

ومن جدول توزيع ف نجد أن $ف_{٢،٢٠}$ (٠,٩٩) = ٥,٨٥

لذا نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود ارتباط كلي بين الجريمة والعوامــل المذكورة وهي معدل البطالة وحجم المجتمع.

٣٢-٢-٢ معامل كندال للاتفاق

قدمه كندال عام ١٩٣٩ ويستخدم لقياس درجة الاتفاق بين عدة مجموعات من الرتب ، وهو يعد نافعاً بصفة خاصة في دراسات التحكيم ، لتوضيح درجة الاتفاق بين عدة محكمين في تقييمهم للأشياء أو الأشخاص مثلاً عند اختيارهم للوظائف أو الأشياء أو لتقييم المديرين أو المشرفين أو العمال أو اللاعبين .... الخ.

وقد سبق عرض صيغة معامل الاتفاق بالباب الأول (صيغة ١-١٠).

وفي حالة وجود قيود أي قيم مكررة فإننا نعطي كل منها رتبة تعادل متوسط رتب الوحدات المكررة . وإذا كانت نسبة القيم المقيدة قليلة فإن ذلك لا يستدعى إجراءات خاصة ، بينما إذا كانت النسبة كبيرة فإن الأمر يتطلب بعض التعديلات في الصيغ المستخدمة.

وفي حالة ما إذا كان عدد المحكمين إثنان فقط يمكن استخدام معامل سبيرمان.

الافتراضات

(1)البيانات تتكون من مجموعات كاملة من الصفوف عددها (ق) من المشاهدات (قياسات - تقديرات) الموجهة نحو عدد (م) من المجموعات (أفراد - أشياء. ...)

(2)مستوى القياس ترتيبي.

الفروض:

ف٠ : لا يوجد إتفاق بين الرتب في المجموعات.

ف١ : يوجد إتفاق بين الرتب.

إحصاء الاختبار:

توجد ثلاثة احصاءات يمكن استخدامها:

(1)الاختبار الأصلي : ويستخدم (و) معامل الاتفاق (١-١٠) ، ويكافئ ذلك استخدام (ع) تبعاً للصيغة (٢٨-٦٧) . وكما سبق ذكره مع اختبار فريدمان (٢٨-٦-٢) فإن هذا الإحصاء له توزيع خاص وجداول معده لتسهيل الوصول على القيم الحرجة بالجداول الاحصائية المرفقة (جدول ١٣ القسم الأول).

(2)تقريب توزيع فيشر : لجميع القيم الغير واردة بالجداول المشار إليها في (١) يمكن استخدام تقريب مبنى على توزيع فيشر Fisher's Z-distribution وتوجد جداول يمكن استخدامها مباشرة وهي تعطي قيم ع الحرجة عند مستويات معنوية ٥ % ، ١ % إذا كان عدد الصفوف (المحكمين) يقع بين ٣ إلى ٢٠ (الجدول ١٣ ، القسم الثاني).

تطبيق (٣٢-٢٤):

في مقابلة لمجموعة من المتقدمين لإحدى الوظائف ، حددت الشركة ثلاثة من المديرين لإجراء المقابلة ، وكان ترتيبهم للمتقدمين كما هو موضح والمطلوب حساب معامل الاتفاق ، واختبار الفرض بعدم وجود اتفاق بين المديرين بمستوى معنوية ٥. %

المتقدمين / المختبرين	أ	ب	جـ	د	هـ	و
المدير س	١	٦	٣	٢	٥	٤
المدير ص	١	٥	٦	٤	٢	٣
المدير ع	١	٣	٢	٥	٤	١

الحل:

مجموع الرتب ر = ٨ ، ١٤ ، ١١ ، ١١ ، ١١ ، ٨ ، $\bar{ر}$ = ١٠,٥

ع = مجـ $(ر - \bar{ر})^{٢}$ = $(٨ - ١٠,٥)^{٢}$ + $(١٤ - ١٠,٥)^{٢}$ +

....+ (٨−١٠,٥) = ٢٥,٥

$$\text{معامل الاتفاق (و)} = \frac{\text{ع}}{\frac{1}{2}\ \text{ق}^{٢}\ (\text{م}^{٣} - \text{م})} = \frac{٢٥,٥}{\frac{1}{2}\ (٣)^{٢}\ (٦^{٣} - ٦)}$$

$$= \frac{٢٥,٥}{١٥٩,٣٠} = ٠,١٦$$

وبالرجوع لجدول ١٣ الجزء الثاني ، وبمستوى معنوية ٠,٠٥ نجد أن قيمة ع الحرجة هي ١٠٣,٩ وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضى بعـــدم وجود اتفاق بين المديرين.

تطبيق (٣٢−٢٥):

تم عرض سبعة طرق للتدريس على ١٨ محكماً ، أعطى كل منهم رتباً لهذه الطرق . وقد وجد أن قيمة ع = ١٦٢٠ أوجد معامل الاتفاق مع اختبـــار معنويته بمستوى ١. %

الحل:

باستخدام الصيغة (١−١٠)

$$\text{و} = \frac{١٢\ (١٦٢٠)}{١٨^{٢}\ (٧^{٣} - ٧)} = ٠,١٧٩$$

لاختبار الفرض بعدم وجود اتفاق يمكن استخدام جدول - ١٣ الجزء الثـــاني ، عند مستوى معنوية ١% نجد أن:

عند ق = ١٥ تكون قيمة ع الحرجة ١١٢٩,٥

عند ق = ٢٠ تكون قيمة ع الحرجة ١٥٢١,٩

وحيث أن قيمة ع المشاهدة ١٦٢٠ ، لذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود اتفاق.

(س) تقريب كا٢

إذا كان عدد الأعمدة م > ٧ يمكن استخدام اختبار تقريبـــي ســـهل ، يـــستخدم الإحصاء ص السابق تعريفه بالصيغة (٣-٦٨) أو (٣-٦٩) ويمكن كتابته أيضاً على الصورة:

ص = ق (م - ١) و (٣٢-٣٣)

وهذا الاحصاء يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية م - ١

تطبيق (٣٢-٢٦):

تم عرض ١٣ شخص على ٢٨ محكماً وقد أعطى كل منهم رتبة لكـــل شخص وقد وجد أن قيمة ع = ١١٤٤٠ والمطلوب حـــساب معامـــل الإتفـــاق واختبار معنويته بمستوى معنوية١ %.

الحل : باستخدام الصيغة (١-١٠)

$$و = \frac{١٢ \; (١١٤٤٠)}{٢٨^{٢} \; (١٣^{٣} - ١٣)} = ٠,٠٨$$

ولاختبار الفرض نستخدم الصيغة (٣٢ – ٣٣):

ص = ٢٨ (١٣-١) (,٠٨) = ٢٦,٩

وبالرجوع لجدول كا٢ نجد أن $كا^{٢}_{١٢}$ (.٩٩) = ٢٦,٢١٧ وبذلك نرفض فرض عدم وجود ارتباط.

٣٢-٣ مقارنة معاملي ارتباط

٣٢-٣-١ اختبار تجانس معاملين (بيرسون)

لمقارنة معاملا ارتباط بيرسون في مجتمعين ، يتم تحويلهما حسب تحويل فيشر ثم نستخدم الاختبار الطبيعي.

الفروض:

$ف_٠$: $ر_١ = ر_٢$

$ف_١$: $ر_١ - ر_٢$

احصاء الاختبار

$$ص = \frac{ف_١ - ف_٢}{\sqrt{\frac{١}{ن_١-٣} + \frac{١}{ن_٢-٣}}} \qquad (٣٢-٣٤)$$

حيث : $ف_١$ ، $ف_٢$ هما تحويل فيشر لمعاملي الارتباط المحسوبة من العينة $ر_١$ ، $ر_٢$ ويتم التحويل من جدول ١٤ من الجداول الاحصائية المرفقة ، كما يمكن استخدام الصيغة التالية:

$$ف = \frac{١}{٢} لو \frac{١ + ر}{١ - ر} \qquad (٣٢-٣٥)$$

حيث لو تعنى اللوغاريتم الطبيعي ، أساسه (٢,٧١٨٣).

تطبيق (٣٢-٢٧):

في دراسة مقارنة بين الريف والحضر تم سحب عينتان عشوائيتان من الأسر ، وتم حساب معامل ارتباط بيرسون بين عدد سنوات التعليم لكل من الزوج والزوجة ، والمطلوب اختبار فرض تساوى معاملات الارتباط بمستوى معنوية ٥. %

المنطقة	حجم العينة	معامل ارتباط
الريف	٤٤	٠,٣١
الحضر	٤٢	٠,٥٤

الحل:

المنطقة	ن	ر	ف
الريف	٤٤	٠,٣١	٠,٣٢١
الحضر	٤٢	٠,٥٤	٠,٦٠٧

ف هي قيمة تحويل فيشر لمعامل الارتباط:

$$ف = \frac{١}{٢} \text{لو} \frac{١ + ر}{١ - ر}$$

بالنسبة للريف:

$$= \frac{١}{٢} \text{لو} \frac{١ + ٠،٣١}{١ - ٠،٣١} = \frac{١}{٢} \text{لو} ١،٨٩٨$$

$$= \frac{١}{٢} (٠،٦٤) = ٠،٣٢$$

وهكذا بالنسبة للحضر

$$ص = \frac{٠،٦٠٧ - ٠،٣٢١}{\sqrt{\frac{١}{٤١} + \frac{١}{٣٩}}}$$

$$= \frac{٠,٢٨٦}{\sqrt{٠,٠٢٤٤ + ٠,٠٢٥٦}} = ١,٢٧٩$$

من جدول التوزيع الطبيعي ط (٠,٩٧٥) = ١,٩٦ لذا لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بتساوى معاملات الارتباط.

٣٢-٣-٢ اختبار تجانس معاملين (جاما)

لاختبار فرض تساوى معاملى ارتباط جاما يجب أن يكون كلا الجدولين لهما نفس الفئات.

الفروض:

ف٠ : ج١ = ج٢

ف١ : ج١ ≠ ج٢ أو

ج١ > ج٢ أو

ج١ < ج٢

احصاء الاختبار

$$ص = \frac{جا١ - جا٢}{\sqrt{\sigma^2 جا١ + \sigma^2 جا٢}} \quad = \quad (٣٢-٣٦)$$

$$\text{حيث } \sigma ف = \frac{ن(١-جا^٢)}{أ + خـ} \quad (٣٢-٣٨)$$

وقد سبق عرضها بالصيغة (٣٢-١١)

توزيع المعاينة

الاحصاء ص عالية يتبع التوزيع الطبيعي المعياري إذا كانت حجوم العينـــات كبيرة.

٣٢-٤ مقارنة عدة معاملات ارتباط

لمقارنة عدة معاملات ارتباط لاختبار تجانـسهم ، نـستخدم الاختبـار التالى:

الافتراضات:

(1)عينات عشوائية بسيطة.

(2)كل عينة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبعيBivariate تnormal

(3)مستوى القياس فترى. Interval

الفرض:

ف٠ : ر١ = ر٢ = ر٣ = ... = م

ف١ : ف٠ غير صحيح

احصاء الاختبار

ص = مجـ (ن - ٣) (ف - فَ)٢ (٣٢-٣٧)

ف : تحويل فيشر لمعامل ارتباط بيرسون (ر)

ف : المتوسط الحسابي المرجح لقيم ف ويحسب من:

$$ف^{-} = \frac{مجـ ف (ن - ٣)}{مجـ (ن - ٣)} \quad (٣٢-٣٨)$$

توزيع المعاينة:

الاحصاء ص عاليه يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية م - ١

ملحوظة:

في حالة عدم رفض فرض العدم وقبول أن معاملات الارتباط متجانسة ، فــإن ذلك يبرر تقدير معامل الارتباط في المجتمع على أســاس تجميعــي Pooled estimateحيث يكون هذا التقدير أكثر دقة من أي مــن التقــديرات الفرديــة والناتجة من كل عينة على حده . ويكون التقدير بإعادة تحويــل ف باســتخدام الدالة العكسية لتحويل فيشر – وبذلك نحصل على التقدير المتجمع ر أي أن:

ر = ف $^{-1}$ (ف¯)   (٣٢-٣٩)

وقد سبق عرض صيغة دالة تحويل فيشر (٣٢-٦) كما يمكن استخدام جدول – ١٤ مباشرة للحصول على التحويل من ر إلى ف وبالعكس.

تطبيق (٣٢-٢٨)

في دراسة مقارنة لثلاث مجتمعات تم سحب عينة عشوائية من كل منها وفيما يلي بيان بأحد المؤشرات التي تم حسابها وهو معامل ارتبــاط بيرســون بــين مستوى التعليم ودرجة التحضر.

العينة	حجم العينة	معامل ارتباط
١	١٠٢	٠,٦٣
٢	١٠٢	٠,٧٨
٣	١٠٢	٠,٦٧

والمطلوب اختبار فرض تجانس معاملات الارتباط.

الحل : ف٠ : ر١ = ر٢ = ر٣

العينة	ن	ر	ف	ن-٣	ف-(ن-٣)	(ف-ف)٢	(ن-٣) (ف-ف)٢
١	١٠٢	٠،٦٣	٠،٧٤١٤	٩٩	٧٣،٣٩٩	٠،٠١٥	١،٤٨٥
٢	١٠٢	٠،٧٨	١،٠٤٥٤	٩٩	١٠٣،٤٩٥	٠،٠٣٢	٣،١٦٨
٣	١٠٢	٠،٦٧	٠،٨١٠٧	٩٩	٨٠،٢٥٩	٠،٠٠٣	٠،٢٩٧
				٢٩٧	٢٥٧،١٥٣		٤،٩٥

ف‾ = ٢٥٧,١٥٣ ÷ ٢٩٧ = ٠,٨٦٦

من جدول كا٢ نجد أن كا٢٢ (٠,٩٥) = ٥,٩٩١

وحيث أن قيمة الاحصاء المشاهد ص = ٤,٩٥ لذا لا نستطيع رفض فرض العدم.

الفصل ٣٣

الاستقراء عن التقدير

Prediction

٣٣-١ تمهيد

٣٣-٢ نموذج الانحدار الخطي البسيط

٣٣-٢-١ النموذج الإحصائي

٣٣-٢-٢ اختبار فرض الاستقلال

٣٣-٢-٣ اختبار الفرض حول معامل الإنحدار

٣٣-٢-٤ تقدير معامل الإنحدار في المجتمع

٣٣-٢-٥ اختبار الفرض حول أ

٣٣-٢-٦ تقدير أ

٣٣-٢-٧ تقدير متوسط قيمة المتغير التابع

٣٣-٢-٨ اختبار الفرض حول متوسط قيمة المتغير التابع

الفصل الثالث والثلاثون
الاستقراء عن التقدير
Prediction

٣٣-١ تمهيد

نماذج التقدير تستخدم لوصف شكل أو طبيعة العلاقة بين المتغيـــرات ، بهدف إمكان تقدير المتغيرات بدلالة المتغيرات الأخرى المرتبطة بها . وبـــذلك فإن هذه النماذج تعد الأساس فى إنشاء العديد من القوانين والنظريات . ويمكن تقسيم هذه النماذج إلى نوعين رئيسيين:

(1)نماذج الإنحدار Regression

(2)السلاسل الزمنية Time Series

وهذا الباب يعرض فقط نماذج الإنحدار ، وهذه تمكن من تحديد شـــكل العلاقة بين متغير ما ، يسمى المتغير التابع Dependent وبين متغير آخر أو أكثر وتسمى المتغيرات المستقلة . Independent وهذه العلاقة تعـــرض فـــي صيغ رياضية تسمى معادلات الإنحدار.

ونماذج الإنحدار متعددة ويمكن تصنيفها تبعاً للعديد من العوامل أهمها:

(1)عدد المتغيرات : وهناك تقسيم شائع:

أ - نماذج الإنحدار البسيط : في حالة بحث العلاقة بين متغيرين فقط.

ب - نماذج الإنحدار المتعدد : في حالة وجود أكثر من متغيرين.

(2)مستوى القياس للمتغيرات.

(3)شكل العلاقة بيسن المتغيرات : وكتقسيم رئيسي يتم التمييز بـين العلاقـة الخطية Linear والعلاقة غير الخطية. Non Linear.

ويقتصر العرض في هذا الباب على نموذج الانحدار البسيط Simple Linear regression model .

٣٣-٢ نموذج الانحدار الخطى البسيط

٣٣-٢-١ النموذج الإحصائي

(1)في نموذج الانحـدار الـبسيط نفتـرض أن المتغيـر التـابع(١) ص ر Dependent variable له علاقـة خطيـة مـع المتغيـر المـستقل س ر Independent على الصورة:

ص ر = أ + ب س ر + خ ر ، ر = ١ ، ٢ ، ... ن (٣٣-١)

(2)س١ ، س٢ ، ... سن قد تكون متغيرات عشوائية وقد تكون قيم ثابتة تحدد بمعرفة الباحث.

(3)خـ١ ، خـ٢ ، .... خـن متغير غيـر معـروف وغيـر مرئـى Unobservable ويفترض أن هذه الأخطاء مستقلة وتتبع التوزيـع الطبيعـي بمتوسط صفر وتباين غير معلوم $\sigma^{٢}_{خ}$.

(4)أ ، ب معالم المجتمع وهي غير معروفة.

٣٣-٢-٢ احتبار فرض الاستقلال

غالباً ما يثار اختبار فرض الاستقلال بين متغيران س ، ص . ويعتبر

المتغير ص مستقلاً عن س إذا كان توزيع ص لا يتغير مهما كانت قيمة س . وهذا يعني أن متوسط ص يكون هو نفسه لكل قيمة من قيم س ، ويعني ذلك ، في حالة الإنحدار الخطي أن ب = صفر.

الفروض:

ف٠ : ب = صفر

ف١ : ب < صفر أو

ب > صفر أو

ب ≠ صفر

أحصاء الاحتبار

في حالة توفر شروط النموذج فإن توزيع المعاينة للمقدر (ب) وهو معامل الانحدار المحسوب من العينة – يتبع التوزيع الطبيعي متوسطة (ب) وهو معامل الانحدار في المجتمع – وانحراف معيارى:

$$\sigma_{ب} = \frac{\sigma_{خـ}}{\sqrt{مجـ\,(س - \bar{س})^{2}}} \qquad (٢-٣٣)$$

حيث σ خـ الانحراف المعياري للخطأ العشوائي ويطلق عليه البعض : الخطأ المعياري للتقدير Standard error of estimate أو الانحراف المعياري للمتغير ص لقيم ثابتة للمتغير س Standard deviation of y for fixed x

وغالباً لا يكون $\sigma^{2}_{خـ}$ معلوماً ويتم تقديره من العينة باستخدام أي من الصيغ التالية:

$ع^2_{خـ} = مجـ (ص - ص^)^2 / ن - 2$ (33-3)

$=(ن - 1) (ع^2_{ص} - ب^2 ع^2_{س}) / ن - 2$ (33-4)

$= خـ / ن - 2$ (33-5)

حيث خــ كما سبق تعريفها في تحليل التباين (28-45) ، ويمكن أيضاً استخدام الصيغة:

$ع^2_{خـ} = (1 - ر^2) مجـ ص^2$ (33-6)

حيث ر معامل ارتباط بيرسون

ونقدر الانحراف المعيارى لمعامل الانحدار بواسطة:

$$ع_{ب} = \frac{ع_{خـ}}{\sqrt{مجـ (س - \bar{س})^2}}$$ (33-7)

$= ع_{خـ} / \sqrt{س} \quad ن - 1$ (33-8)

ولذا يكون إحصاء الاختبار:

$$ص = \frac{ب - ب}{ع_{ب}}$$ (33-9)

حيث ب معامل الإنحدار من العينة ويحسب من الـصيغة (1-23) وباعتبـار فرض العدم ب = صفر يصح الإحصاء.

$$ص = \frac{\sqrt{ب مجـ (س - \bar{س})^2 2}}{ع_{خـ}}$$ (33-10)

$$= \frac{\text{ب}\ \text{ع}_{\text{س}} \sqrt{\text{ن}-\text{١}}}{\text{ع}_{\text{خـ}}} \qquad (\text{٣٣-١١})$$

حيث عس الإنحراف المعيارى المقدر من العينة ويحسب من الصيغة (٣-٣١)

توزيع المعاينة

الإحصاء ص بعاليه يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن − ٢ ، وإذا كان $\sigma^{2}_{\text{خـ}}$ معلوماً فإن الإحصاء ص يتبع التوزيع الطبيعي.

تطبيق (٣٣-١)

البيان التالي يعرض العلاقة بين مصروفات الدعاية وإيرادات المبيعات:

مصروفات الدعاية (ألف)	١	٢	٣	٤	٥
إيرادات المبيعات (مليون)	١	١	٢	٢	٤

والمطلوب اختبار فرض الاستقلال بين مصروفات الدعاية والمبيعات بمستوى معنوية ٥٪

الحل : نعتبر س هو المتغير المستقل (مصروفات الدعاية) ، ص المتغير التابع (المبيعات).

ف٠ : ب = صفر

ف١ : ب − صفر

س	ص	س٢	ص٢	ص	(ص-ص^)٢
١	١	١	١	٠،٦	٠،١٦
٢	١	٤	١	١،٢	٠،٠٩
٣	٢	٩	٤	٢،٠	٠،٠٠
٤	٢	١٦	٤	٢،٧	٠،٤٩
٥	٤	٢٥	١٦	٣،٤	٠،٣٦
١٥	١٠	٥٥	٢٦		١،١

ء س = ١,٥٨١ (٣-٣١)

ب = ٠,٧ (١-٢٣)

أ = -١ (١-٢٤)

ص = أ + ب س (١-٢٢)

= -١+ ٠,٧ س

ء = ١,١ / ٣ = ٠,٣٦٧ (٣-٣٣)

ء خـــ = ٠,٦٠٥

ص = [٠,٧ (١,٥٨١) √٤] / ٠,٦٠٥ = ٣,٦٥٩ (٣٣-١١)

ومن جدول توزيع ت نجد أن ت٣ (٠,٩٧٥) = ٣,١٨٢

وبذلك نرفض فرض الاستقلال.

٣٣-٢-٣ اختبار الفروض حول معامل الانحدار

بصفة عامة لاختبار الفرض بأن معامل الانحدار يساوى قيمة معينة ، نستخدم الاحصاء الموضح بالصيغة (٣٣-٩) ويمكن عرضها أيضاً كما يلي:

$$\text{ص} = \frac{(\text{ب} - \text{ب})\ \text{ع}_{\text{س}} \sqrt{\text{ن} - ١}}{\text{ع}_{\text{خ}}} \qquad (٣٣\text{-}١٢)$$

وهذا الإحصاء يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن − ٢.

تطبيق (٣٣-٢)

يقوم أحد مراكز التحليل المالي بإحدى المؤسسات بدراسة بشأن تحديد تكلفة الوحدة المنتجة . ولهذا الفرض تم جمع البيانات التالية من عينة عشوائية وهي تعبر عن الانتاج الشهرى والتكاليف الكلية المناظرة لهذا الانتاج . والمطلوب اختبار الفرض بأن نصيب الوحدة من التكلفة المتغيرة (معامل الانحدار يزيد عن ٢٦٠ جنيهاً.

حجم الانتاج	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
التكاليف الكلية (ألف)	١٢	١٤	١٦	٢٠	٢٢	٢٥

الحل : ليكن س المتغير المستقل وهو حجم الإنتاج ، ص المتغير التابع وهو التكلفة الكلية.

ف٠ : ب = ٠,٢٦٠

ف١ : ب > ٠,٢٦٠

ع س = ١٨,٧٠٨ (٣-٣١)

ب = ٠,٢٦٥٧ (١-٢٣)

ع = (١ - ر٢) محـــ ص٢ = (١ - ٠,٩٩)(٢١٠٥) = ٢١,٠٥ (٣٣-٦)

$$ص = \frac{(٠,٢٦٥٧-٠,٢٦٠) \times ١٨,٧٠٨ \times \sqrt{٦-١}}{٤,٥٨٨} = ٠,٠٥٢$$

من الصيغة (٣٣-١٢)

وباستخراج جدول ت نجد أن ت٤ (٠,٩٧٥) = ٢,٧٧٦

وبذلك لانستطيع رفض فرض العدم والذي يعني أن التكلفة ٢٦٠ أو أقل.

٣٣-٢-٤ تقدير معامل الإنحدار في المجتمع

لتقدير معامل الإنحدار في المجتمع بفترة ثقة ١ - مــ نستخدم الحـــدود التالية:

(ب١ ، ب٢) = ب ± ت ن-٢ (١ - مــ / ٢) ع ب (٣٣-١٣)

حيث ب معامل الإنحدار من العينة ويحسب بالصيغة (١-٢٣)

ع ب الإنحراف المعياري للمعامل ب ويحسب بالصيغة (٣٣-٨)

ت ن-٢ معامل الثبات من توزيع ت بدرجات حرية ن-٢.

تطبيق (٣٣-٣)

المطلوب تقدير نصيب الوحدة المنتجة من التكاليف المتغيرة في التطبيق (٣٣-٢) وذلك بدرجة ثقة ٩٠٪

الحل:

باستخدام الصيغة (٣٢-١٣) والنتائج التي تم التوصل إليها عند حل التطبيق (٣٣-٢) فإن حدى الثقة لمعامل الإنحدار.

حدى الثقة = ٠,٢٦٥٧ ± ت٤ (٠,٩٥) عب

= ٠,٢٦٥٧ ± ٢,١٣٢ (٠,١٠٩٧)

= ٠,٢٦٥٧ ± ٠,٢٣٣٩

= (٠,٥ ، ٠,٠٣٢)

حيث عب = ء خـ / ء س $\sqrt{\text{ن}-1}$ (٣٣-٨)

= ٤,٥٨٨ / ١٨,٧٠٨ $\sqrt{5}$ = ٠,١٠٩٧

٣٣-٢-٥ اختبار الفرض حول أ:

لاختبار الفرض أ = أ٠ نستخدم الإحصاء:

$$\text{ص} = \frac{\text{أ} - \text{أ}_0}{\text{ء}_\text{أ}} \qquad (١٤-٣٣)$$

حيث أ = $\overline{\text{ص}}$ − ب $\overline{\text{س}}$ (١-٢٤)

$$\text{ء}_\text{أ} = \text{ء}_\text{خـ} \sqrt{\text{١/ن} + \bar{\text{س}}^{2} / \text{ء}^{2}_\text{خـ} (\text{ن}-1)} \qquad (١٥-٣٣)$$

حيث ء خـ سبق تعريفها في (٣٣-٣) - (٣٣-٦)

والإحصاء ص يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن – ٢.

٣٣-٢-٦ تقدير أ

لتقدير المعامل أ بفترة ثقة ١ – مــ نستخدم الصيغة:

(أ١ ، أ٢) = أ ± ت ن-٢ (١ – مــ / ٢) ء أ (٣٣-١٦)

حيث أ هو قيمة المعامل كما نحصل عليها من العينة بالصيغة:

(١-٢٤) ، ء أ الخطأ المعيارى للمعامل أ (٣٣-١٥)

٣٣-٢-٧ تقدير متوسط قيمة المتغير التابع

يعد تقدير متوسط قيمة التابع ، أو الاستجابة (ص) لقيمة معينة للمتغير المقدر أو المستقل (س٠) من أهم أهداف الباحــث فــي تحليــل الإنحــدار . والصيغة التالية تعرض حدود فترة الثقة ١- مــ لتقدير متوسط الاستجابة ص:

(ص١ ، ص٢) = ص ١ ت ن-٢ (١-مــ /٢) عص (٣٣-١٧)

حيث ص = أ + ب س٠ (٣٣-١٨)

ء ص = عخـ $\sqrt{\text{١/ن} + (\text{س٠} - \text{س})^{٢} / \text{ء}^{٢}_{\text{س}} \ (\text{ن}-١)}$ (٣٣-١٩)

حيث ء خــ سبق عرضها في (٣٣-٣) – (٣٣-٦)

تطبيق (٣٣-٤)

في التطبيق (٣٣ – ٢) الخاص بالعلاقة بين التكلفة وحجم الانتــاج ، المطلوب تقدير متوسط التكاليف الكلية لإنتاج حجمه ٣٣ وحده ، وذلك بدرجــة

ثقة ٩٥ ٪

الحل:

يراجع حل التطبيق (٣٣ - ٢)

ب = ٠,٢٦٥٧

أ = $\overline{ص}$ - ب $\overline{س}$

= ١٨,١٦٧-٠,٢٦٥٧ (٣٥) = ٨,٨٦٧

إذا كان حجم الانتاج ٣٣ وحدة فإن التكاليف الكلية تقدر كالآتي (٣٣ – ١٨)

ص^ = أ + ب س٠

= ٨,٨٦٧+ ٠,٢٦٥٧ (٣٣) = ١٧,٦٣٥

عص^ = ٤,٥٨٨ ١/٦ + (٣٣-٣٥)٢ / ٣٤٩,٩٨٩ (٥) = ١,٨٨٦

وباستخدام الصيغة (٣٢-١٧) تكون:

حدود الثقة = ١٧,٦٣٥ ± ٢,٧٧٦ (١,٨٨٦)

= ١٧,٦٣٥ ± ٥,٢٣٥

= (٢٢,٨٧ ، ١٢,٤).

٣٣-٢-٨ اختبار الفرض حول متوسط قيمة المتغير التابع:

لاختبار الفرض بأن القيمة المقدرة ص تساوى قيمة معينة ص نستخدم الإحصاء ص:

$$ص = \frac{ص^\wedge - ص}{ع\ ص^\wedge} \qquad (٣٣-٢٠)$$

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن-٢

حيث ء ص سبق تعريفها في (٣٣-١٩)

ص^ = أ + ب س كما سبق تعريفها بالصيغة (١-٢٢) وهي تكافئ:

ص^= $\overline{ص}$ +ب (س - $\overline{س}$) (٣٣-٢١)

الفصل ٣٤

الاستقراء حول البيانات

Data

٣٤-١ العشوائية

٣٤-١-١ الدفعات

٣٤-١-٢ اختبار الدفعات

٣٤-١-٣ الاختبار الطبيعي

٣٤-٢ القيم المتطرفة

٣٤-٢-١ اختبار ديكسون

الفصل الرابع والثلاثون

الاستقراء حول البيانات

Data

من البيانات نحصل على المعلومات ، وحتى تكون الأخيرة صــحيحة يجب أن تكون الأولى صالحة . وبحصر إهتمامنا نحو قضية الإســتقراء نجــد العديد من المتطلبات والشروط التي يجب توفرها في البيانـــات المقدمـــة لهــذا الغرض . مثل شرط التوزيع الطبيعي ، وتجانس التباينات ، والعلاقة الخطية ، ... الخ.

وقد عرضنا في هذا الكتاب الكثير من الأساليب الموجهه للتحقق مــن هذه الشروط.

ولا تزال البيانات في حاجة إلى تنقيح وتهذيب Revision فهناك العديد من الموضوعات التي يجب فحصها حتى تطرح البيانات ثماراً ناضجة صالحة، ومن أهم هذه الموضوعات:

-التحقق من العشوائيةRandomization

-القيم المتطرفةOutliers

-معالجة البيانات المفقودةMissing data

-البترTrimming

-التسويهWinsorizing

وفي هذا الباب نكتفى بمعالجة* الموضوعان الأول والثاني ، العشوائية والقيم المتطرفة.

٣٤-١ العشوائية

العشوائية مطلب أساسي في كل أساليب الإستقراء أيا كانت سواء تعلق الأمر بتقدير خصائص المجتمع أو اختبارات الفروض وسواء كانت الأساليب معلمية أو لامعلمية . فالمعاينة العشوائية تحقق لنا الموضوعية وتبعدنا عن الذاتية والتحيز ، وهي تقدم لنا عينة يمكن وصفها بأنها ممثلة للمجتمع وتصلح لتعميم النتائج على هذا المجتمع – وتمكن من قياس درجة الدقة في هذه النتائج – وأكثر من ذلك فهي تمكن من التحكم في هذه الدقة وزيادتها إلى الدرجة التي نرغبها – أما في حالة استخدام عينة غير عشوائية فلا نطمع في تحقيق شئ من ذلك.

ولاختبار العشوائية نستخدم الدفعات. Runs

٣٤-١-١ الدفعات Runs

بفرض أن هناك صف انتظار به عشرة أشخاص ، خمسة منهم ذكور (ذ) وخمسة أناث (ث) وبفرض أن ترتيبهم بالصف كان كما يلي:

أ ذ أ ذ أ ذ أ ذ أ ذ

بداهة لا يعد ذلك ترتيباً عشوائياً حيث أن هذا الترتيب يعرض تبديلاً أو خلطاً Mix كاملاً بين الجنسين.

لنفرض أن الترتيب كان كما يلي:

أ أ أ أ ذ ذ ذ ذ ذ

هذا أيضاً لا يعد ترتيباً عشوائياً حيث أنه يعرض تجمعـــاً أو عنقـــوداً Cluster لكل نوع على حده . وهذه الحالة تعرض تجمعاً أو عنقده كاملـــة . والحالتان أعلاه تعد من الحالات المتطرفة وإن كانا فـــي اتجـــاهين مختلفـــين فالأولى تعنى أن هناك خلطاً كاملاً بين النوعين – والثانية تعنى أن هناك عنقده كاملة . هذه الحالات المتطرفة لا تتسق مع فرض العشوائية والتـــي تتـــضمن استقلال الوحدات عن بعضها.

والدفعة Run تعرف على أنها تعاقب واحد أو أكثر مـــن الأشـــياء أو الرموز المتماثلة ، ويمكن بتحليل عدد الدفعات اختبار مـــا إذا كـــان الترتيـــب عشوائياً من عدمه . فالحالة الأولى بها عشرة دفعات والحالة الثانية بها دفعتان فقط . ومن ذلك يتضح أنه إذا كان عدد الدفعات متطرفاً في الصغر أو في الكبر فإن الترتيب لا يعد عشوائياً.

ومن التطبيقات في هذا المجال:

-عشوائية ظهور الرطوبة أو الجفاف في متسلسلة من الأيام.

-عشوائية شغل المقاعد في مطعم (مشغول – فارغ).

إن البيانات الأصيلة التي تكون محل الاختبار قد تكون في صورة ثنائية Dichotomyكما في الحالات التي سبق إيضاحها وقد تتكون من العديد مـــن القيم ، وهذه يمكن جعلها ثنائية باستخدام قاعدة للتقسيم ، كاستخدام الوسيط مثلاً

لمجموعة من القيم ثم إعطاء كل منهال إشارة لتقسيمها مثلاً:

+ لقيم أكبر من أو تساوى الوسيط.

- للقيم أصغر من الوسيط.

٣٤-١-٢ اختبار الدفعات Runs test

يستخدم لاختبار العشوائية.

الإفتراضات:

١- المعاينة عشوائية (إذا لم تكن المعاينة جزءاً من العملية المطلوب اختبار العشوائية بشأنها.

٢- البيانات المتاحة للتحليل تتكون من متسلسلة Sequence من المشاهدات ، مدونة حسب ترتيب حدوثها.

٣- من الممكن تقسيم البيانات تقسيماً ثنائياً إلى نوعين ، وليكن ن١ عدد المشاهدات من النوع الأول ، ن٢ عدد المشاهدات من النوع الثاني ، ن = حجم العينة الكلي.

الفرض : قد يكون من جانبين (غير موجه)

ف٠ : المتسلسلة عشوائية

ف١ : المتسلسلة غير عشوائية.

وقد يكون الفرض من جانب واحد (موجه)

ف٠ : المتسلسلة عشوائية

ف١ : المتسلسلة مختلطة Mixed أو

ف١ : المتسلسلة مُعنقدة. Clustered

احصاء الاختبار

د : وهو عدد الدفعات الكلي.

توزيع المعاينة

الإحصاء (د) له توزيع خاص – وجداول (جدول – ٢٣) والجدول مقسم إلى مجموعتين : المجموعة الأولى تعطي احتمال حدوث عدد من الدفعات قدره (د) أو أقل.

المجموعة الثانية : وتستخدم في حالة ن١ = ن٢ ولحجم أكبر من ١٠ ويلاحظ أن الأعمدة هنا مقسمه إلى قسمين:

-الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٠٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٥ تعطي عدد الدفعات د بحيث أن هذا العدد أو أقل منه يحدث باحتمال أقل من الاحتمال الموضح أعلى العمود.

-الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٩٥ ، ٠,٩٧٥ ، ٠,٩٩ ، ٠,٩٩٥ تعطي عدد الدفعات بحيث أن احتمال حدوث هذا العدد أو أكبر منه أقل من الاحتمالات ٠,٠٥ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠٥ على التوالي.

تطبيق (٣٤-١)

في مصنع لانتاج المواسير الصلب تم قياس قطر الماسورة في عينة من ٥٠ وحدة ، وقد وجد أن هناك ١٤ دفعة أكبر وأقل من الوسيط . والمطلوب اختبار الفرض بأن الماكينة تنتج مواسير تختلف أقطارها بصورة عشوائية.

الحل:

حيث أن نصف المشاهدات أكبر من الوسيط ونصفها الآخر أكبر منه ، فإن ن١ = ن٢ = ٢٥

وبالرجوع لجدول ٢٣ نجد أن:

$د_{٢٥،٢٥}$ (٠,٠٢٥) = ١٨

$د_{٢٥،٢٥}$ (٠,٩٧٥) = ٣٣

وحيث أن عدد الدفعات المشاهدة هو ١٤ ويقع في منطقة الرفض – لذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بأن الاختلافات في الأقطار عشوائية.

تطبيق (٣٤-٢)

أراد أحد الباحثين الاجتماعيين اختبار الفرض بأن الأطفال الصغار بالمدارس الابتدائية يميلون إلى التجمع حسب الجنس وقد لاحظ الباحث صف انتظار الطلبة أمام المقصف وكان تكوينه كما يلي (ذ للذكر ، أ للأنثى).

ذ ذ ذ أ أ أ أ ذ ذ أ أ أ أ أ ذ ذ ذ أ

والمطلوب اختبار فرض الباحث بمستوى معنوية ٥%

الحل:

$ف_٠$: تكوين الأطفال في الصف عشوائي.

$ف_١$: الأطفال يميلون إلى التجمع حسب الجنس.

من تكوين صف الانتظار نجد أن $ن_١$ = ٨ وهو عدد الذكور (اختياري) ، $ن_٢$ = ١٠.

عدد الدفعات د = ٦

من جدول ٢٣ وعند $ن_١$ = ٨ ، $ن_٢$ = ١٠ ، د = ٦

نجد أن ح (د ≤ ٦) = ٠,٠٤٨

ولذا نرفض فرض العدم ونقبل فرض الباحث.

٣٤-١-٣ الاختبار الطبيعي

إذا كانت ن١ ، ن٢ كلاهما أكبر من ١٠ فإن الاحصاء:

$$\text{ص} = \frac{\text{د} - \text{د}}{\sigma\ \text{د}} \qquad (٣٤-١)$$

يقترب من التوزيع الطبيعي المعياري ، حيث:

$$\text{د} = \frac{٢\ \text{ن}_١\ \text{ن}_٢}{\text{ن}_١ + \text{ن}_٢} + ١ \qquad (٣٤-٢)$$

$$\Sigma^٢ = \frac{٢\ \text{ن}_١\ \text{ن}_٢\ (٢\text{ن}_١\ \text{ن}_٢ - \text{ن}_١ - \text{ن}_٢)}{(\text{ن}_١ + \text{ن}_٢)^٢\ (\text{ن}_١ + \text{ن}_٢ - ١)} \qquad (٣٤-٣)$$

تطبيق (٣٤-٣)

قام أحد المحاسبين بسحب عينة من ٢٥ حسابا لمراجعتهـا ، وكانـت أرصدتها حسب ترتيب اختيارها (بالألف):

12	35	40	37	38	18	26
28	30	45	57	73	52	47
24	46	38	60	25	29	36
20	36	78	68			

والمطلوب اختبار ما إذا كانت العينة عشوائية بمستوى معنوية ٥. %

الحل:

١- إيجاد الوسيط:

12 18 20 24 25 26 28
29 30 35 36 36 37 38
38 40 45 46 47 52 57
60 68 73 78

الوسيط = ٣٧

٢- نعطي إشارة (+) للقيم الأكبر من الوسيط أو تساويه وإشارة (-) للقيم أقـــل من الوسيط.

- - + + + - -
- - + + + + +
- + + + - - -
- - + +

عدد الدفعات د = ٨ ، ن١ = ١٢ ، ن٢ = ١٣

$$\text{د} = \frac{٢\ (١٢)\ (١٣)}{١٢ + ١٣} + ١ = ١٣،٤٨$$

$$\Sigma ٢ = \frac{٢\ (١٢)\ (١٣)\ (٢\ (١٢)\ (١٣) - ١٢ - ١٣)}{(١٢ + ١٣)^{٢}\ (١٢ + ١٣ - ١)} = ٥،٩٧$$

σد= ٢,٤٤٣

$$\text{ص} = \frac{٨ - ١٣،٤٨}{٢،٤٤٣} = ٢،٢٤٣$$

وهو أقل من – ١,٩٦ ولذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بأن العينة عشوائية.

تطبيق (٣٤-٤)

في دراسة لدخل الأسرة تم اختيار ٢٥ أسرة ، وسجلت دخولها السنوية وكانت كما يلي (ألف جنيه):

	12	16	9	21	5	8
	15	13	9	14	18	17
	20	6	10	19	16	7
11	12	13	8	17	8	13

والمطلوب اختبار الفرض بأن العينة عشوائية بمستوى معنوية ٥. %

الحل:

الوسيط = ١٣

٢- الاشارات

	-	+	-	+	-	-
	+	+	-	+	+	+
	+	-	-	+	+	-
-	-	+	-	+	-	+

د = ١٦ ن١ = ١٢ ن٢ = ١٣

د = ١٣,٤٨

σد = ٢,٤٤٣

$$\text{ص} = \frac{١٦ - ١٣,٤٨}{٢,٤٤٣} = ١,٠٣١$$

وحيث أنه أقل من ١,٩٦ لا نستطيع رفض أن العينة عشوائية.

٣٤-٢ القيم المتطرفة

قبل البدء في تحليل بيانات العينة ، من المفيد التأكد من أن البيانات مقبولة ولا يوجد شك في بعضها باعتبارها متطرفة . هذه القيم المتطرفة قد يصادفها الباحث بعد جمعه للبيانات ، وعليه الحذر بشأنها قبل إجراء أية تحليلات إحصائية . وفي البداية على الباحث أن يقوم بمراجعة إجراءات الحصول على هذه القيم المتطرفة ، فقد يكون هناك أخطاء في إجراءات جمعها أو في قياسها...

فإذا ما تم إكتشاف سبب واضح ومقبول لذلك التطرف ، فإنه يمكن حذفها دون مخاطر . أما إذا لم يكتشف الباحث سبباً مقبولاً لذلك عليه اللجوء إلى الاختبارات الإحصائية . ويوجد عدة اختبارات إحصائية في هذا الصدد . إن القيمة المتطرفة يمكن استبعادها إذا تبين أن هناك احتمال ضئيل لانتمائها للمجموعة.

٣٤-٢-١ اختبار ديكسون

قدمه ديكسون Dixon عام ١٩٥٠ لاختبار القيم المتطرفة.

الفروض:

ف٠ : القيمة المتطرفة تنتمي للمجتمع.

ف١ : القيمة لا تنتمى للمجتمع.

إحصاء الاختبار

إحصاء الاختبار يتكون من نسبة الفرق بين القيمة المتطرفة وقيمة مجاورة إلى المدى (بين المشاهدات كلها أو بعد استبعاد قيمة أو قيمتان) . إن القيم المختارة لحساب هذه النسبة تختلف باختلاف حجم العينة ، وهي موضحه بالجدول ٢٢ والخاص بتوزيع إحصاء ديكسون والذي يعرض عدة مئينات لتوزيع المعاينة.

ملاحظات:

١- قيم س١ في الجدول يمكن أن تكون أكبر قيمة أو أصغر قيمة في العينة.

٢- قيم س قد تكون القيم المشاهدة الفردية أو المتوسطات لعينات متساوية الحجم.

٣- المئينات المعروضة بالجدول تفترض أن المشاهدات مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي.

تطبيق (٣٤-٥):

لمجموعة القيم ٣١٦ ، ١٤٧ ، ١٦٧ ، ١٥٩ المطلوب اختبار أن القيمة ٣١٦ تعد متطرفة بمستوى معنوية ٥٪

الحل:

نرتب القيم س١ ، س٢ ، س٣ ، س٤

٣١٦ ، ١٦٧ ، ١٥٩ ، ١٤٧

بالرجوع لجدول ٢٢ وعند ن = ٤ نجد أن الاحصاء يحسب من الصيغة:

$$ى = \frac{س_٢ - س_١}{س_ن - س_١}$$

$$= \frac{٣١٦ - ١٦٧}{٣١٦ - ١٤٧} = ٠،٨٨٢$$

وحيث أنها أكبر من القيمة الحرجة ٠,٧٦٥ نرفض فرض العدم والذي يقضي أن القيمة ٣١٦ لمجتمع الدراسة.

تطبيق (٣٤-٦):

لمقارنة نوعين من الأغذية ، قام أحد الباحثين بتغذية أزواج متناظرة Pairsمن الأرانب – وقد سجلت الزيادة في وزن كل منها . وفيما يلي بيان بالفروق بين الوحدات المتناظرة.

٣ ، -١٨ ، ٢، ٢، ٢، ٢، ٥ ،٤، ٩ ، ٦، ٦

وقد لوحظ أن هناك فرق كبير بين أحد الأزواج وهو (-١٨) مما يدعو للشك فيها . والمطلوب اختبار الفرض بأنها تعد قيمة متطرفة وذلك بمستوى معنوية ٥٪

الحل:

نرتب القيم س١ ، س٢ ، ...... س ن-١ ، سن

بالرجوع لجدول ٢٢ حيث ن = ١٠ نجد أن الإحصاء:

$$ى = \frac{س_2 - س_1}{س_{ن-1} - س_1}$$

$$= \frac{2 - (-18)}{6 - (-18)} = \frac{20}{24} = 0,833$$

وهي أكبر من القيمة الحرجة ٠,٤٧٧ ولذا نرفض فرض العدم ونقبل اعتبـــار هذه القيمة متطرفة ، وأنها لا تنتمي للمجتمع محل الدراسة ويمكن استبعادها.

الجزء الرابع

صنع القرارات

الفصل ٣٥ : نماذج صنع القرارات

الفصل الخامس والثلاثون

نماذج صنع القرارات

مقدمة

تعد وظيفة صنع القرارات أحدث وظائف علم الإحصاء وتتميز بوجود هدف (عائد ، ربح ، منفعة ، .....) يراد تحقيقه وذلك باختيار أحد البدائل المتاحة على أساس منطقي . ويجب ملاحظة أن صنع القرار يتميز عن صنع القرارات السابق عرضها كما في حالة التقدير واختبارات الفروض وغيرها ، حيث يوجد هدف يراد تحقيقه . نعرض هنا إطار مختصر لهذه الوظيفة ، حيث تعد خارج نطاق مستوى الكتاب .

إن عملية صنع القرار تستلزم تحديد النموذج الملائم والعناصر التي يلزم توفيرها وهى :

١ هدف محدد أوعده أهداف وغالبا ما يكون هدف اقتصادي (وقد يكون هناك أهداف أخرى لمراعاة الاعتبارات الاجتماعية والنفسية والسياسية)

٢ بيان بكل البدائل (الأنشطة) المتاحة

٣ العائد outcome المتعلق بكل نشاط

٤ الاحتمال المتعلق بكل عائد

٥ تقييم للنتائج المتعلقة بكل تشكيلة (خطة) من البدائل وعوائدها

٦ القيود المفروضة على الحل (الطاقة الإنتاجية ، التسويقية ، التخزينية ، العمالة ،....)

٧ العلاقة بين القيود والأنشطة

٨ قاعدة لإتخاذ القرار الأمثل criterion for decision

٩ أسلوب لتقييم كل البدائل وفقا لقاعدة القرار

نماذج صنع القرار يتم تقسيمها إلى أربعة مجموعات رئيسية :

(ا) نماذج التأكد certainty ، وفيها تتوفر عائد واحد لكل خطة بديلة والحل الأمثل هو الذى يحقق أكبر عائد ممكن

(ب) نماذج المخاطرة Risk أو النماذج العشوائية Stochastic أو الإحتمالية وفيها يمكن الحصول على عدة عوائد مختلفة للخطة ، ولكن يمكن وصفها بتوزيع إحتمالى والحل الأمثل هو الذى يحقق أكبر قيمة متوقعة للعائد

(ج) نماذج عدم التأكد Uncertainty

العائد من الخطة يكون غير معلوم ، ولايمكن وصفة بتوزيع إحتمالى وفى هذه النماذج توجد عدة قواعد لإتخاذ القرار ، أهمها :

١ قاعدة التفاؤل Optimism أو أكبر الأكبر Maximax (١٩٥١ Hurwicz,L.)

٢ قاعدةالتشاؤم Pessimism أو أكبر الأقل Maximin (١٩٤٥ Wald,A.)

٣ قاعدة الأسف Minimax Regret (١٩٥١ Savage L.) . ويقصد بالأسف هنا تكلفة الفرصة بمعنى التكلفة التى يتحملها صانع القرار بسبب عدم تمكنة من إختيار أفضل فرصة ، بسبب عدم معرفتة بحالة الطبيعة

٤ قاعدة لابلاس : في حالة الجهل التام باحتمالات الأحداث ، يفترض تساوى احتمالات هذه الأحداث ، وبذلك تتحول المشكلة إلى نموذج المخاطرة .

(د) نماذج المنافسة Competition وفيها يواجة صانع القرار بمنافس يعلـــم سياساتة و يتصرف ضده بحكمة .

هذه النماذج تنتمي إلي نظرية المباريات Games Theory .

في بعـــض نماذج المباريات تستخدم قاعدة التشاؤم Pessimism وفى بعض النماذج الأخرى تستخدم إسترتيجية الخلط Mixed Strategy

النماذج والأساليب الشائعة

* إن صنع القرارات عملية يهتم بها عـــدة تخصـــصات ، كلهـــا تتبـــع علـــم الرياضيات ــ وهذة التخصصات هى :

(١) نظرية القرارات الإحصائية Statistical decision theory

(٢) نظرية القرارات Decision theory

(٣) بحوث العمليات Ooerations Research

ويمكن اعتبار نظرية القـــرارات ــ والتـــى تعـــد إمتدادالنظريـــة القـــرارات الإحصائية ــ تختص بالنظريات والمبادئ أى منطق صنع القـــرارات . أمـــا بحوث العمليات فهى تحوى النماذج والأساليب التى تستخدم فعلا فـــى صـــنع القرارات .أى أنها تعد منفذا لمنطق نظرية القرارات .

References المراجع

Armitage, P. and Berry, G. (1987), Statistical Methods in Medical Research, Blackwell Scientific Publications, Oxford, London.

Bailey, J.R. (1981), Statistical auditing, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., New York.

Barnett, V. (1982), Comparative Statistical Inference, John Wiley & Sons, Chichester, New York.

Berger,J.O.(1980) Statistical Decision Theory,Springer Verlag,New York.

Bhattacharyya, G.R. and Johnson, R.A. (1977), Statistical Concepts and Methods, John Wiley & Sons, New York.

Berenson, M.L. et al. (1983), Intermediate Statistical Methods and Applications, A Computer Package Approach, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

Bishop, Y.M. et al. (1975), Discrete Multivariate Analysis, The MIT Press, Cambridge.

Blalock, H.M. (1979), Social Statistical, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

Bradley, V. (1968), Distribution-Free Statistical Tests, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

Bruning, J.L. and Kintz, B.L. (1987), Computational Handbook of Statistics, Scott, Foresman and Company, Glenview, Illinois, London.

BrySon, M.C. and Heiny, R.L. (1981), Basic Inferential Statistics, Prindle, Weber & Schmidt, Boston.

Choi, S.C. (1978), Introductory Applied Statistics in Science, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

Crow, E.L. et al. (1960), Statistics Manual, Dover Publications, Inc., New York.

Conover, W.J. (1980), Practical Non-Parametric Statistics, John Wiley & Sons, New York.

Daniel, W.W. (1987), Biostatistics : A Foundation for Analysis in the Health Sciences, John Wiley & Sons, New York.

Daniel, W.W. (1978), Applied Non-Parametric Statistics, Houghton Mifflin Co., Boston.

Davies, O.L. and Goldsmith, P.L. (1977), Statistical Methods in Research and Production, Longman, London and New York.

Dixon, W.J. and massey, F.J. (1983), Introduction to Statistical Analysis, Mc Graw-Hill Book Co., Auckland, London, Tokyo.

Delaunois, A.L. (ed.), (1973), Biostatistics in Pharmacology, Pergamon Press, Oxford, 1973.

Everitt, B.S. (1977), The Analysis of Contingency Tables, Chapman and Hall, London.

Ferguson, G.A. (1976), Statistical Analysis in Psychology & Education, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

Fleiss, J.L. (1981), Statistical Methods for Rates and Proportions, John Wiley & Sons, New York.

Fisher, R.A. and Yates, F. (1963), Statistical Tables, Longman, London.

Garrett, H.E. (1966), Statistics in Psychology and Education, Vakils, Feffer and Simon Ltd., Bombay.

Gibbons, J.D. (1976), Non-Parametric Methods for Quantitative Analysis, Holt, Rinhart, Winston, New York.

Glass, G.V. and Stanley, T.C. (1970), Statistical Methods in Education and Psychology, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York.

Goodman, L.A. and Kruskal, W.H. (1979), Measures of Association for Cross Classification, Springer-Verlag, New York.

Gomez, K.A. and Gomez, A.A. (1984), Statistical Procedures for Agricultural Research, John Wiley and Sons, New York.

Guenther, W.C. (1973), Concepts of Statistical Inference, Mc Graw-Hill Book Co., New York.

Goon, A.M. et al. (1983), Fundamentals of Statistics, The World Press Private Ltd., Calcutta.

Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978), Fundamental Statistics in Psychology and Education, Mc Graw-Hill Kogakush, Ltd., Tokyo.

Harshbarger, T.R. (1977), Introductory Statistics, A Decision Map, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

Hays, W.L. (1973), Statistics for the Social Sciences, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York.

Hietzman, W.R. and Mueller, F.W. (1980), Statistics for Business and Economics, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

Hoel, P.G. (1984), Introduction to Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, New York.

Huntersberger, D.V. and Billingsley, P. (1977), Elements of Statistical Inference, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

Iman, R.L. and Conover, W.J. (1983), Modern Business Statistics, John Wiley & Sons, New York.

Kendall, M.G. (1975), Rank Correlation Methods, Charles Griffin & Company Ltd., London.

Kendall, M.G. and Stuart, A. (1961), The Advanced Theory of Statistics, Vol. 2, Charles Griffin & Co., London.

Kurtz, A.K. and Mayo, S.T. (1979), Statistical Methods in Education and Psychology, Springer-Verlag, New York.

Langley, R. (1979), Practical Statistics, Pan Books, London, Sydney.

Larson, H.J. (1982), Introduction to Probability Theory and Statistical Inference, John Wiley & Sons, New York.

Lavalle,I.H.(1978) Fundamentals of Decision analysis, Holt, Rinehart and Winston,New York.

Lehmann, E.L. (1959), Testing Statistical Hypotheses, John Wiley & Sons, Inc., New York.

Levy, S.G. (1968), Inferential Statistics for the Behavioral Sciences, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York.

Loether, H.J. and Mctavish, D.G. (1980), Descriptive and Inferential Statistics, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

Lowe, C.W. (1968), Industrial Statistics, Business Book Limited, London.

Marascuilo, L.K. and Mc Sweeney, M. (1977), Non-Parametric and Distribution Free Methods for the Social Sciences, Brooks / Cole Publishing Company Monterey, California.

Matheson, D.W. et al. (1978), Experimental Psychology, Holt, Rinehart and Winston, New York.

Maxwell, M.A. (1961), Analysing Qualitative Data, Chapman and Hall, London.

Mc Nemar, Q. (1955), Psychological Statistics, John Wiley & Sons, Inc., New York.

Mood, A.M. et al. (1974), Introduction to the Theory of Statistics, Mc Graw Hill, Inc., Auckland, London, Tokyo.

Mosteller, F. and Rourke, R.E. (1973), Sturdy Statistics, Addison-Wesley Publishing Co., California, London.

Mosteller, F. and Tukey, J.H. (1977), Data Analysis and Regression, Addison-Wesley Publishing Company, California, London.

Nie, N.H. et al. (1975), SPSS Statistical Packages for the Social Sciences, Mc Graw-Hill Book Co., New York.

Null, C.H. and Nie, N.H. (1981), SPSS Update 7-9, Mc Graw-Hill Book Co., New York.

Ostle, B. and Mensing, R.W. (1975), Statistics in Research, Oxford & IBH Publishing Co., New Delhi.

Pearson, E.S. and Hartley, H.D. (1976), Biometrika Tables for Statisticians, Vol. 1, Biometrika Trust, England.

Pratt, J.W. and Gibbons, J.D. (1981), Concepts of Non-Parametric Theory, Springer-Verlag, New York, Berlin.

Quenquille, M.H. (1972), Rapid Statistical Calculations, Griffin, London.

Raiffa,H. and Schlaiffer,R.(1961)Applied Statistical Decision Theory,Division of Research .Harvard University,Boston.

Saxina, H.C. and Surendran, P.U. (1967), Statistical Inference, S. Chand & Co., Delhi, New Delhi.

Siegel, S. (1956), Non-Parametric Statistics, for the Behavioral Sciences, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

Silk, J. (1979), Statistical Concepts in Geography, George Allen & Unwin, London.

Silvey, S.D. (1975), Statistical Inference, Chapman and Hall, London, New York.

Sprent, P. (1981), Quick Statistics, Penguin Books, England.

Steel, R.G. and Torrie, J.H. (1980), Principles and Procedures of Statistics, A Biometrical Approach, Mc Graw-Hill Co., Auckland, London.

Walker, H.M. and Lev, J. (1953), Statistical Inference, Holt, Rinehart and Winston, New York.

Walpole, R.E. and Myers, R.H. (1978), Probability and Statistics for Engineering and Scientists, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

Wetherill, G.B. et al. (1986), Regression Analysis with Applications, Chapman and Hall, London.

Wonnacott, T.H. and Wonnacott, R.J. (1984), Introductory Statistics for Business and Economics, John Wiley & Sons, New York.

الملاحق

ملحق (١) الرموز

ملحق (٢) الأساليب الإحصائية

ملحق (٣) كشاف التطبيقات

ملحق (٤) الجداول الإحصائية

ملحق (١)

الرموز المستخدمة

أ	عدد حالات الاتفاق في معامل جاما .
أ	الجزء المقطوع من المحور الرأسي في معادلة الإنحدار .
أ	إحداثي (إرتفاع) المنحنى الطبيعي المعيارى عند نقطة تقسيم .
$\underline{\text{أ}}$	ارتفاع المنحنى الطبيعي المعيارى عند الحد الأدنى للفئة .
$\overline{\text{أ}}$	ارتفاع المنحنى الطبيعي المعيارى عند الحد الأعلى للفئة .
أ ف م	أصغر فرق معنوي .
ب	معامل الانحدار (البسيط)
ت	ترتيب المجزئ
ت	معامل التصحيح في اختبار بارتلت .
ت	التكرار المتوقع في خلية في الجدول التكراري المزدوج .
ت	معامل التفرطح
ت $_{\text{ن-١}}$	متغير توزيع ت بدرجات حرية ن – ١ .
ت $_{\text{د ح ف}}$	درجات الحرية الفعالة (اختبار – ت ساترزويت) .
تو	معامل ارتباط كندال .
ث	درجة الثقة(مستوى الثقةأومعامل الثقةأواحتمال الثقة) .
جـ	مجموع الرتب المخصصة للمتغير ذو حجم العينة الأصغر (احصاء ولكوكسون – مان وتنى) .

جـ	المجزئ (قد يكون الوسيط- الربيع- العشير- المئين ،....)
ج	نسبة جيني للتركز
جا	معامل ارتباط جاما .
ح	الانحراف الربيعى
إح |	الانحراف المتوسط
ح	احتمال .
ح	احتمال الجدول الرباعي المشاهد .
ح	مستوى المعنوية الحقيقي .
حن،ق(س)	احتمال س ، في توزيع ذى الحدين بحجم عينة ن واحتمال نجاح ق .
حن،ق(س)	الاحتمال المتجمع س أو أقل ، في توزيع ذى الحدين بحجم عينة ن واحتمال نجاح ق .
ح ر	احتمال الفئة بالصف ر
ح. ل	احتمال الفئة بالعمود ل
ح ر ل	احتمال الخلية في الصف ر والعمود ل .
ح ر ل	احتمال التغير من الحالة ر للحالة ل .
خ	عدد الاختلافات الفعلية
خـ	عدد حالات الاختلاف (في معامل جاما) .
خـ	مجموع مربعات الخطأ (في تحليل التباين) .
د	عدد الدفعات الكلي .
د.أ	دليل الاختلاف الكيفي

د ح	درجات الحرية.
ر	الربيع (يضاف دليل : أحد الأرقام ١ ، ٢ ، ٣)
ر ١	الربيع الأول
ر٣	الربيع الثالث
ر	معامل ارتباط بيرسون.
رَ	معامل ارتباط سبيرمان.
ر+	معامل الارتباط الرباعي.
ر″	معامل ارتباط السلسلتان.
ر″.	معامل ارتباط السلسلتان الثنائي.
ر ≠	معامل ارتباط السلسلتان للرتب.
ر#	معامل ارتباط السلاسل المتعددة.
ر ١٠٢٣	معامل الارتباط الكلي بين متغير تابع (س١) ومتغيران مستقلان س٢ ، س٣.
س	متغير ، مركز الفئة
$\overline{س}$	المتوسط الحسابي للمتغير س في العينة.
$\overline{س}$	المتوسط الحسابي للمتغير س في المجتمع
سَ	الدرجة المعيارية للقيمة س
س.ل	مجموع قيم المتغير س بالعمود ل
س ر .	مجموع قيم المتغير س بالصف ر
س ..	المجموع الكلي لقيم المتغير س
(س١ ،س٢)	حدى الثقة (الحد الأدنى ، الحد الأعلى).

ش	التكرار المشاهد (الفعلي)
ص	متغير ، إحصاء الاختبار
$\overline{ص}$	المتوسط الحسابي للمتغير ص
ص^	معادلة تقدير قيمة ص
ص^	قيمة مقدرة للمتغير ص
ط	متغير يتبع التوزيع الطبيعي .
$ع^{٢}$	تقدير تباين المجتمع من العينة
$ع^{٢}_{م}$	تقدير التباين من المعاملات .
$ع^{٢}_{ق}$	تقدير التباين من القطاعات .
$ع^{٢}_{خ}$	تقدير التباين من الخطأ (في تحليل التباين) .
ف	الفرق بين رتب المتغيران
ف	احصاء نسبة التباين .
ف .	فرض العدم
ف١	الفرض البديل
ف	دالة تحويل فيشر .
ف	القيمة بعد تطبيق تحويل فيشر .
ف-١	الدالة العكسية لدالة تحويل فيشر .
ق	عدد القطاعات ، عدد الصفوف .
ق	نسبة أو احتمال النجاح في توزيع ذى الحدين .
ق	معامل ارتباط كرامير .
ق	مجموع المربعات بسبب القطاعات .

ق	الرقم القياسي القديم
$\bar{ق}$	الرقم القياسي الجديد
ق.	الرقم القياسي لفترة الأساس
ك	التكرار .
ك	مجموع المربعات الكلي في تحليل التباين .
ك. ل	مجموع التكرارات بالعمود ل
ك ر .	مجموع التكرارات بالصف ر
ك ر ل	التكرار الفعلى بالخلية في الصف ر والعمود ل .
$\bar{ك}$ ر ل	التكرار المتوقع بالخلية في الصف ر والعمود ل .
$\bar{ك}$	التكرار المتوقع .
ل	معامل الثبات.
ل ص س	معامل ارتباط لامدا لتقدير ص من س.
م	المنوال
م	عدد المعاملات ، عدد الأعمدة.
مـــ	مستوى المعنوية الإسمى .
م.أ	معامل الاختلاف (C.V.)
ن	عدد المشاهدات ، حجم العينة ، مجموع التكرارات .
ن	حجم المجتمع .
و	معامل ارتباط كندال،
و	إحصاء ولكوكسون ، مجموع الرتب الموجبة
ى	التكرار النسبي للفئة بالمجتمع المعياري .

ى	نسبة الارتباط.
ى	احصاء ديكسون (للقيم المتطرفة)
ى$_{ص س}$	نسبة الإرتباط لإنحدار ص على س
σ	الانحراف المعياري
σس	الانحراف المعياري للمتغير س
$\sigma^{٢}$س	تباين المتغير س
σ س¯	الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي
η	نسبة الارتباط في المجتمع.
$\emptyset$	معامل ارتباط ثيتا

ملحق (٣)

الأساليب والمقاييس الإحصائية

Analysis of Variance (ANOVA)	تحليل التباين
Analysis of Variance For Ranked Data	تحليل التباين للبيانات المرتبة
Arithmetic Mean	متوسط حسابي
Association , Coefficient of	معامل التوافق
Association , Test For	إختبار التوافق
Average	متوسط
Average Deviation	إنحراف متوسط
Bar Graph	أعمدة بيانية
Bartlett's Test	إختبار بارتلت
Bayes Theorem	نظرية بييز
Bayesian Statistics	إحصاءات بييزيان
Best-Fit Line	خط أفضل توفيق
Beta Distribution	توزيع بيتا
Binomial Distribution	توزيع ذى الحدين
Binomial Test	إختبار ذو الحدين
Biserial Correlation Coefficient	معامل إرتباط السلسلتان
Bivariate Table	الجدول التكرارى المزدوج
Bowker Test	اختبار بوكر

Canonical Correlation	الارتباط الشرعي
Causality Models	نماذج السببية
Centile	مئين
Centile Rank	رتبة مئينية
Central Tendency , Measure of	مقاييس النزعة المركزية
Chi-Square Tesrt	إختبار كا٢
Cluster Analysis	التحليل العنقودى
Cluster Sampling	المعاينة العنقودية
Cochran's C	إختبار كوكران (c)
Cochran's Q Test	إختبار كوكران (Q)
Concentration Measures	مقاييس التركيز
Concordance , Coefficient of	معامل الإجماع
Contingency Coefficient	معامل التوافق
Contingency Table	جدول التوافق
Correction for Continuity	تصحيح للاستمرار
Correlated Proportions Test	إختبار النسب المرتبطة
Correlation Coefficient	معامل الإرتباط
Correlation Matrix	مصفوفه إرتباطيه
Correlation Ratio	نسبة الارتباط
Covariance Analysis	تحليل التغاير
Cramer's Correlation Coefficient	معامل إرتباط كرامير

Cramer's Correlation Coefficient معامل إرتباط كرامير

Cumulative Distribution	توزيع تراكمى
Cumulative Frequency	تكرار متجمع
Cumulative Frequency Curve	منحنى تكرارى متجمع
Curve Fitting	توفيق منحني
Curvilinear Regression	إنحدار غير خطى
Curvilinear Relationship	علاقة غير خطية
Decile	عشير
Decision Making	صنع القرارات
Determination , Coefficient of	معامل التحديد
Discriminant Analysis	تحليل التمايز
Statistical distribution	التوزيع الإحصائى
Dispertion Measures	مقاييس التشتت
Dixon's Test For Outliers	إختبار ديكسون للقيم المتطرفة
Elaboration analysis	التحليل المتقن
Estimation	تقدير
Eta Coefficient	معامل إيتا
F Test	إختبار ف
F max	أكبر نسبة ف
Factor Analysis	تحليل عاملي
F-Distribution	توزيع ف
Fisher's Exact Test	إختبار فيشر الحقيقى
Fisher's Z' transformation	تحويل فيشر

Fourfold Point Correlation	معامل الارتباط الرباعي
Frequency Distribution	توزيع تكرارى
Frequency Polygon	مضلع تكرارى
Friedman's Two-Way Analysis for Ranked Data	تحليل فريدمان للبيانات المرتبة
Gamma Correlation Coefficient	معامل ارتباط جاما
Gamma Test	اختبار جاما
Gart Test	اختبار جارت
Gaussian Curve	منحنى جاوس (الطبيعى)
Generalization	التعميم
Geometric Mean	متوسط هندسى
Gini Concentration ratio	نسبة جينى للتركيز
Gompertz Curve	منحنى جومبيرتز
Goodness-of-Fit Test	إختبارات جودة التوفيق
Graphical Presentation	العرض البيانى
Growth Curve	منحنى النمو
H Test	إختبار H
Hartley's Fmax	إختبار هارتلى (ف العظمى)
Histogram	مدرج تكرارى
Homogeneity of Proportions, Test for	إختبار تجانس النسب
Honestly Significant Difference Procedure	فرق معنوية أمين
Hypergeometric Distribution	التوزيع الهيبرجيومترى

Hypothesis Testing	إختبار فرض
Independence, Test for	إختبار الإستقلال
Index of qualitative Variation	دليل الإختلاف الكيفى
Index numbers	الأرقام القياسية
Induction	الإستقراء
Interquartile Range	المدى الربيعى
Interval Estimation	تقدير فترة
Kendall's Coefficient of Concordance	معامل كندال للإجماع
Kendall's Rank Correlation Coefficient	معامل إرتباط الرتب لكندال
Kolmogorov-Smirnov Tests	إختبار كولموجوروف
Kruskal-Wallis H Test	إختبار كروسكال واليز
Kurtosis	تفرطح
Lambda Correlation Coefficient	معامل إرتباط لامدا
Least Squares , Method of	طريقة المربعات الصغرى
Lilliefors Test	اختبار ليليفورز
Line Graph	خط بيانى
Line of Best Fit	خط أفضل توفيق
Linear Correlation	إرتباط خطى
Linear Multiple Correlation	إرتباط خطى متعدد
Linear Regression	إنحدار خطى
Linear Transformation	تحويل خطى

Log Linear Models	النماذج اللوغاريتمية الخطية
Lorenz Curve	منحنى لورنز
Mann-Whitney U Test	إختبار مان ويتنى (U)
Matched-Pairs Signed- Ranks test	إختبار الرتب المؤشرة للأزواج المتناظرة
Maximum Likelihood Estimate	تقدير أكبر فرصة
McNemar Test	إختبار مكنمار
Mean	متوسط
Mean Deviation	إنحراف متوسط
Measures Position	مقاييس الموضع
Median	وسيط
Median Test	إختبار الوسيط
Mesokurtosis	تفرطح معتدل
Mode	منوال
Mood Test	اختبار مود
Multiple Comparison test	إختبار المقارنات المتعددة
Multiple Correlation	إرتباط متعدد
Multiple Regression	إنحدار متعدد
Multiserial	معامل ارتباط السلاسل المتعددة
Multistage Sampling	المعاينة متعددة المراحل
Multivariate Statistics	إحصاءات تعدد المتغيرات

Multivariate tables	الجداول المركبة (متعددة المتغيرات)
Nondetermination , Coefficient of	معامل عدم التحديد
Nondirectional Test	إختبار غير موجه
Nonlinear Regression	إنحدار غير خطى
Normal Curve	منحنى طبيعى
Normal Distribution	توزيع طبيعى
Normal Test	الاختبار الطبيعي
Normalization	تطبيع (تحويل للتوزيع الطبيعى)
Ogive	توزيع تكرارى متجمع
Outliers Test	إختبار القيم المتطرفة
Paired comparison	المقارنة الزوجية
Part Correlation	إرتباط الجزء
Partial Correlation	إرتباط جزئى
Path Analysis	تحليل المسار
Pearson Correlation	معامل إرتباط بيرسون
Percentile	مئين
Percentile Rank	رتبة مئينية
Phi Coefficient	معامل فاى
Point Biserial Correlation Coefficient	معامل إرتباط السلسلتان الثنائى
Point Estimation	تقدير بنقطة
Poisson Distribution	توزيع بواسون

Prediction Measures	مقاييس التقدير
Probability	الإحتمال
Product-Moment Correlation Coefficient	إرتباط ضرب العزوم
Pure Significance test	إختبار المعنوية البحتة
Quartile	ربيع
Quartile Deviation	الإنحراف ربيعى
Quartile Range	المدى الربيعى
Random Numbers	أعداد عشوائية
Random Sampling	المعاينة العشوائية
Random Test	إختبار العشوائية
Range	المدى
Rank-Correlation Coefficient	معامل إرتباط الرتب
Rates	المعدلات
Ratios	النسب
Regression Analysis	تحليل إنحدار
Relative Change Measures	مقاييس التغير النسبى
Relative Position	مقاييس المركز النسبى
Reliability Index	مؤشر الثبات
Runs Test	إختبار الدفعات
Runs Test	إختبار الدفعات
Sample size	حجم العينة

Semi-Interquartile Range	شبه المدى الربيعى (الإحتراف الربيعى)
Semipartial Correlation	إرتباط شبة جزئى (إرتباط الجزء)
Shappard's Correction	تصحيح شبرد
Significance test	إختبار المعنوية
Sign Test	إختبار الإشارة
Signed-Ranks Test	إختبار الرتب المؤشرة
Simple random sampling	المعاينة العشوائية البسيطة
Skewness Measures	مقاييس الالتواء
Smirnov Test	اختبار سميرنوف
Spearman Test	اختبار سبيرمان
Standard Deviation	إنحراف معيارى
Standard Normal Distribution	التوزيع الطبيعى المعيارى
Standard Score	درجة معيارية
Stratified Sampling	المعاينة الطبقية
Stuart Test	اختبار ستيوارت
Student's t Test	إختبار ت - ستيودنت
Systematic Sampling	المعاينة المنتظمة
T - Test	اختبار - ت
Tau Coefficient	معامل تو
Tchebychev's theory	نظرية تشيبيتشيف

Tetrachoric Correlation	معامل الإرتباط الرباعى
Theta Coefficient Ø	معامل ارتباط ثيتا
Time Series	السلاسل الزمنية
Trend Analysis	تحليل الإتجاة
U Test	إختبار U
Variance	تباين
Variance Ratio	نسبة التباين
Variation , Coefficient of	معامل الإختلاف
Wald-Wolfowitz Runs Test	إختبار الدفع والد-وولفويتز
Weighted arethmetic mean	المتوسط الحسابى المرجح
Wilcoxon Matched-Pairs Signed-Ranks Test	إختبار ويلكوكسون للأزواج المتناظرة للرتب المؤشرة
Wilcoxon Rank-Sum Test	إختبار ويلكوكسون لمجموع الرتب
Wilcoxon Signed-Ranks Test	إختبار ويلكوكسون للرتب المؤشرة
Yule's Q	معامل يول (للتوافق)
z Score	درجة معيارية

ملحق (٣)

تطبيقات الإحصاء فى المجالات المختلفة

التطبيقات تم تصنيفها وتوزيعها حسب منظورات مختلفة ، وهى:

١ - تصنيف رئيسى حسب وظائف علم الإحصاء: جمع البيانات ، وصف البيانات ، وصف المجتمع ، صنع القرارات ، وهى موزعة حسب أجزاء الكتاب .

٢ - تصنيف فرعى يعرض التطبيقات حسب الأساليب والمقاييس الإحصائية عند كل وظيفة من وظائف الإحصاء .

٣ - من خلال التصنيفات أعلاه يأتى تصنيف فرعى آخر حسب التخصص، لتوضيح كيف يمكن الإستفادة من علم الإحصاء فى كل مجال من المجالات ومع كل أسلوب ، ليخدم الدارسين والباحثين والعاملين فى كل المجالات : إدارة ، علوم إجتماعية ،علوم طبية ، إقتصاد ، زراعة ، هندسة ، مكتبات ، علوم أمنية ، قضاء ، تاريخ ، تربية ، .....

والملحق أدناه مزدوج حيث يشير إلى مجالات التطبيق عند كل أسلوب أو مقياس إحصائى وكذا يشير إلى الأساليب الإحصائية المستخدمة عند كل مجال .

الفصل (الأساليب)	علوم إجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	محاسبة ومراجعة	مكتبات	متنوعة
4 المعاينة العشوائية	2	1	3	1	4		2
	3				5		7
	7				6		
	8						
5 الجدول التكراري	1		5	1		3	4
	2			2	6	6	
	4						
	5						
6 العرض البياني	3	4	1	3	2		
	4		2	5			
	5		6				
	6						
7 النسب والمعدلات	1	2					
	2						
8 المتوسطات	1		5	1	12	21	6
	2		6	2		24	9
	3		7	3			13
	4		9	4			15
	5		12	8			19
	6		20	14			20
	8		22	16			22

الفصل (الأساليب)	علوم إجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	محاسبة ومراجعة	مكتبات	متنوعة
	10			17			23
	11			18			25
	12			26			
	14			27			
	16						
	17						
	18						
	20						
	27						
	28						
9 مقاييس الموضع	3	7		3			1
	4			4			2
	5			5			
	6			6			
	7						
10 مقاييس التشتت	12	22	12	3	18	15	1
	13		13	5		21	2
	14			8		24	4
	19			9		25	6
	20			10			7
	23			11			16
							17
11 مقاييس المركز النسبي	18			2			1
	22			5			3
				6			4

الفصل (الأساليب)	علوم إجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	محاسبة ومراجعة	مكتبات	متنوعة
				7			8
				9			11
				10			12
12 الأرقام القياسية	1		4				1
	2		5				2
	3		6				3
	4		7				4
	6						6
	7						7
	8						8
13 مقاييس الإلتواء	1			1			
14 مقاييس التفرطح	1			1			
15 مقاييس التركيز	1			2			1
	2						3
16 الجدول التكراري المزدوج	1		1	2			
	3			3			
17 مقاييس الارتباط	2	10	14	3		28	1
	5	15	16	4		34	11
	7	23	17	6		35	12
	8	25	45	9		36	24

الفصل (الأساليب)	علوم إجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	محاسبة ومراجعة	مكتبات	متنوعة
	15	31	46	13		41	26
	16	32	47	15		43	29
		42		18		44	33
	19			20		49	
	25			21			
	29			22			
	30			23			
	32			27			
				37			
				38			
	37			39			
	48			40			
	50			42			
				48			
18 مقاييس التقدير	3		2	12	2	9	1
الإنحدار	4		3	13	3	15	7
	5		5	14	5	16	14
	10		6		6	17	
	11		7		8		
			8		10		
			10				
			11				
			12				
19 مقاييس التقدير	1		3	1	3	7	1
السلاسل الزمنية	2		4		4		2

الفصل (الأساليب)	علوم إجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	محاسبة ومراجعة	مكتبات	متنوعة
							5
							6
20 الإرتباط							
21 السببية							
22 نظرية الاحتمالات	1	9	2	3	11		1
	4	10	6	12	13		2
	5	14	7	15			3
	8	23	8	26			4
	16	24	11	35			5
	27	30	13	46			6
	28	32	25				
	29	34	28				
	34	39	33				17
	37	42	40				18
	38	44					19
	40	47					20
	41						21
	45						22
	49						25
							27
							29
							31
							36
							38

الفصل (الأساليب)	علوم إجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	محاسبة ومراجعة	مكتبات	متنوعة
							40
							41
							43
							48
							49
23 توزيع المعاينة	1						
	2						
24 الاستقراء الإحصائي							
25 منطق التقدير	1	16	1		1	9	1
	3		11		2	15	2
	4		12		11		3
	5		14		12		4
	6				14		5
	7						6
	8						7
	10						8
	13						13
	16						16
26 منطق إختبارات الفروض	2	2	1				2
	3	3	2				3
	5	6	4				5
	7	8	6				8
	9	8	7				9

الفصل (الأساليب)	علوم إجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	محاسبة ومراجعة	مكتبات	متنوعة
	10		9				10 11
27 تصنيف أساليب الإستقراء							
28 الاستقراء عــن التوزيــع الإحتمالى	2 4 5 6 7 8 10 11	1 5 9	5 7 10	4 8 11			1 2 3 5 7 11
29 الاستقراء عن المتوسطات	2 3 4 11 12 14 19 20 21 22 23 24	1 5 10 16 19 21 25 26 27 28	1 2 5 6 7 8 9 13 17 24 29 30	11 12 14 18 20 22 23 35 42 46	6 7 8 9 10 13 34 40		1 2 3 4 5 6 7 9 10 15 16 17

الفصل (الأساليب)	علوم إجتماعية	علوم طبية	إدارة	تربية	محاسبة ومراجعة	مكتبات	متنوعة
	25		31				25
	26		32				26
	27		33				27
	28		34				31
	29		36				32
	30		37				33
	35		38				34
	41		40				36
	42		43				37
			44				38
			45				40
			46				43
							44
							45
30 النسب والمعدلات	16	2	1	15	1		6
	19	7	3	33	4		7
	21	10	4		5		11
	22	13	5		8		12
	26	14	8		9		21
	29	17	9				28
	31	18					
	33	20					
		23					
		24					
		25					
		27					
		30					

الفصل (الأساليب)	علوم إجتماعية	علوم طبية 32	إدارة	تربية	محاسبة ومراجعة	مكتبات	متنوعة
31 التشتت	3	4	1	3	1		2
	10	5	10	6			7
							8
							9
32 الإستقراء عن الإرتباط	1	11	1	12		4	5
	2	15	2	13			6
	3	22	3	14			9
	7		4	15			23
	8		13	18			24
	9		16	20			26
	10		17	21			28
			19	25			
				27			
33 النقدير			1	21	2		5
			2		3		
			3		4		
			4				
34 الإستقراء حول البيانات	2	6	1		1		4
	4				3		5
35 صنع القرارات							

الجداول الإحصائية

١ أعداد عشوائية
٢ التوزيع الطبيعي المعياري
٣ توزيع ت
٤ توزيع ف
٥ توزيع كا^{2}
٦ التوزيع الهيبرجيومتري
٧ إحتمالات الجداول الرباعية
٨ توزيع ذي الحدين المتجمع
٩ توزيع بواسون المتجمع
١٠ توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة
١١ توزيع إحصاء ولكوكسون ـ مان ـ وتني لمجموع الرتب
١٢ توزيع إحصاء إختبار كروسكال واليز
١٣ توزيع إحصاء معامل كندال للإتفاق وإحصاء فريمان لتحليل التباين
١٤ تحويل فيشر
١٥ توزيع معامل إرتباط بيرسون
١٦ توزيع معامل إرتباط سبيرمان
١٧ توزيع إحصاء كولموجوروف
١٨ توزيع إحصاء ليليفورز
١٩ توزيع إحصاء سميرنوف $ن_1 = ن_2$
توزيع إحصاء سميرنوف $ن_1 \neq ن_2$
٢٠ توزيع إحصاء هارتلي F_{max}
٢١ توزيع إحصاء كوكران
٢٢ توزيع إحصاء ديكسون للقيم المتطرفة
٢٣ توزيع إحصاء عدد الدفعات الكلي

جدول (١)

أعداد عشوائية

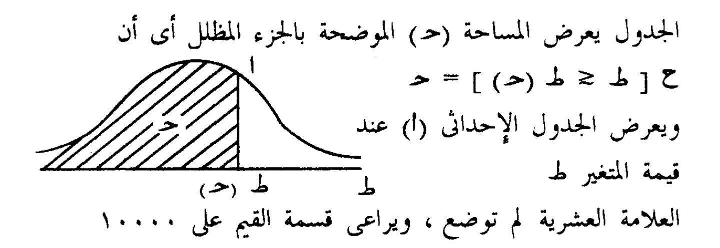
Random numbers

	(٥-١)	(١٠-٦)	(١٥-١١)	(٢٠-١٦)	(٢٥-٢١)	(٣٠-٢٦)	(٣٥-٣١)	(٤٠-٣٦)	(٤٥ -٤١)	(٥٠-٤٦)
(١)	٤٩٤٨٧	٥٢٨٠٢	٢٨٦٦٧	٦٢٠٥٨	٨٧٨٢٢	١٤٧٠٤	١٨٥١٩	١٧٨٨٩	٤٥٨٦٩	١٤٤٥٤
(٢)	٢٩٤٨٠	٩١٥٣٩	٤٦٣١٧	٨٤٨٠٣	٨٦٠٥٦	٦٢٨١٢	٣٣٥٨٤	٧٠٣٩١	٧٧٧٤٩	٦٤٩٠٦
(٣)	٢٥٢٥٢	٩٧٧٣٨	٢٣٩٠١	١١١٠٦	٨٦٨٦٤	٥٥٨٠٨	٢٢٥٥٧	٢٣٢١٤	١٥٠٢١	٥٤٢٦٨
(٤)	٠٢٤٣١	٤٢١٩٣	٩٩٦٩٠	١٩٦٢٠	٢٩١٨٨	٠٥٨٦٣	٩٢٩٠٠	٠٩٨٣٦	١٣٤٣٣	٢١٧٠٩
(٥)	٦٩٤١٤	٨٩٣٥٣	٧٠٧٢٤	٦٧٨٩٣	٢٣٢١٨	٧٢٤٥٢	٠٣٠٩٥	٦٨٣٣٣	١٣٧٥١	٣٧٢٦٠
(٦)	٧٧٢٨٥	٣٥١٧٩	٩٢٠٤٢	٦٧٥٨١	٦٧٦٧٣	٦٨٣٧٤	٧١١١٥	٩٨١٦٦	٤٣٣٥٢	٠٦٤١٤
(٧)	٥٢٨٥٢	١١٤٤٤	٧١٨٦٨	٣٤٥٣٤	٦٩١٢٤	٠٢٧٦٠	٠٦٤٠٦	٩٥٢٣٤	٨٧٩٩٥	٧٨٥٦٠
(٨)	٩٨٧٤٠	٩٨٠٥٤	٣٠١٩٥	٠٩٨٩١	١٨٤٥٣	٧٩٤٦٤	٠١١٥٦	٩٥٥٢٢	٠٦٨٨٤	٥٥٠٧٣
(٩)	٨٥٠٢٢	٥٨٧٣٦	١٢١٣٨	٣٥١٤٦	٦٢٠٨٥	٣٦١٧٠	٢٥٤٣٣	٨٠٧٨٧	٩٦٤٩٦	٤٠٥٧٩
(١٠)	١٧٧٧٨	٠٣٨٤٠	٢١٦٣٦	٥٦٢٦٩	٠٨١٤٩	١٩٠٠١	٦٧٣٦٧	١٣١٣٨	٠٢٤٠٠	٨٩٥١٥
(١١)	٨١٨٣٣	٩٣٤٤٩	٥٧٧٨١	٩٤٦٢١	٩٠٩٩٨	٣٧٥٦١	٥٩٦٨٨	٩٣٢٩٩	٢٧٧٢٦	٨٢١٦٧
(١٢)	٦٣٧٨٩	٥٤٩٥٨	٣٣١٦٧	١٠٩٠٩	٤٠٣٤٣	٨١٠٢٣	٦١٥٩٠	٤٤٤٧٤	٣٩٨١٠	١٠٣٠٥
(١٣)	٦١٨٤٠	٨١٧٤٠	٦٠٩٨٦	١٢٤٩٨	٧١٥٤٦	٤٢٢٤٩	١٣٨١٢	٥٩٩٠٢	٢٧٨٦٤	٢١٨٠٩
(١٤)	٤٢٢٤٣	١٠١٥٣	٢٠٨٩١	٩٠٨٨٣	١٥٧٨٢	٩٨١٦٧	٨٦٨٣٧	٩٩١٦٦	٩٢١٦٣	٨٢٤٤١
(١٥)	٤٥٢٣٦	٠٩١٢٩	٥٣٠٣١	١٢٢٦٠	٠١٢٧٨	١٤٤٠٤	٤٠٩٦٩	٣٣٤١٩	١٤١٨٨	٦٩٥٥٧
(١٦)	٤٠٣٣٨	٤٢٤٧٧	٧٨٨٠٤	٣٦٢٧٢	٧٢٠٥٣	٠٧٩٥٨	٦٧١٥٨	٦٠٩٦٩	٧٩٨٩١	٩٢٤٠٩
(١٧)	٥٤٠٤٠	٧١٢٥٣	٨٨٧٨٩	٩٨٢٠٣	٥٤٩٩٩	٩٦٥٦٤	٠٠٧٨٩	٦٨٨٧٩	٤٧١٣٤	٨٣٩٤١
(١٨)	٤٩١٥٨	٢٠٩٠٨	٤٤٨٥٩	٢٩٠٨٩	٧٦١٣٠	٥١٤٤٢	٣٤٤٥٣	٩٨٥٩٠	٣٧٣٥٣	٦١١٣٧
(١٩)	٨٠٩٥٨	٠٣٨٠٨	٨٣٦٥٥	١٨٤١٥	٩٦٥٦٣	٤٣٥٨٢	٨٢٢٠٧	٥٣٣٢٢	٣٠٤١٩	٦٤٤٣٥
(٢٠)	٠٧٦٣٦	٠٤٨٧٦	٦١٠٦٣	٥٧٥٧١	٦٩٤٣٤	١٤٩٦٥	٢٠٩١١	٧٢١٦٢	٣٣٥٧٦	٥٢٨٣٩

جدول (٢)

التوزيع الطبيعى المعيارى

Standard normal distribution



الجدول يعرض المساحة (حـ) الموضحة بالجزء المظلل أى أن

ح [ط ≥ ط (حـ)] = حـ

ويعرض الجدول الإحداثى (ا) عند

قيمة المتغير ط

العلامة العشرية لم توضع ، ويراعى قسمة القيم على ١٠٠٠٠

ط	حـ	ا	ط	حـ	ا
,٠٠	٥٠٠٠	٣٩٨٩	٠,١٦	٥٦٣٦	٣٩٣٩
٠,٠١	٥٠٤٠	٣٩٨٩	٠,١٧	٥٦٧٥	٣٩٣٢
٠,٠٢	٥٠٨٠	٣٩٨٩	٠,١٨	٥٧١٤	٣٩٢٥
٠,٠٣	٥١٢٠	٣٩٨٨	٠,١٩	٥٧٥٣	٣٩١٨
٠,٠٤	٥١٦٠	٣٩٨٦	٠,٢٠	٥٧٩٣	٣٩١٠
٠,٠٥	٥١٩٩	٣٩٨٤	٠,٢١	٥٨٣٢	٣٩٠٢
٠,٠٦	٥٢٣٩	٣٩٨٢	٠,٢٢	٥٨٧١	٣٨٩٤
٠,٠٧	٥٢٧٩	٣٩٨٠	٠,٢٣	٥٩١٠	٣٨٨٥
٠,٠٨	٥٣١٩	٣٩٧٧	٠,٢٤	٥٩٤٨	٣٨٧٦
٠,٠٩	٥٣٥٩	٣٩٧٣	٠,٢٥	٥٩٨٧	٣٨٦٧
٠,١٠	٥٣٩٨	٣٩٧٠	٠,٢٦	٦٠٢٦	٣٨٥٧
٠,١١	٥٤٣٨	٣٩٦٥	٠,٢٧	٦٠٦٤	٣٨٤٧
٠,١٢	٥٤٧٨	٣٩٦١	٠,٢٨	٦١٠٣	٣٨٣٦
٠,١٣	٥٥١٧	٣٩٥٦	٠,٢٩	٦١٤١	٣٨٢٥
٠,١٤	٥٥٥٧	٣٩٥١	٠,٣٠	٦١٧٩	٣٨١٤
٠,١٥	٥٥٩٦	٣٩٤٥	٠,٣١	٦٢١٧	٣٨٠٢

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٠,٣٢	٦٢٥٥	٣٧٩٠	٠,٥٤	٧٠٥٤	٣٤٤٨
٠,٣٣	٦٢٩٣	٣٧٧٨	٠,٥٥	٧٠٨٨	٣٤٢٩
٠,٣٤	٦٣٣١	٣٧٦٥	٠,٥٦	٧١٢٣	٣٤١٠
٠,٣٥	٦٣٦٨	٣٧٥٢	٠,٥٧	٧١٥٧	٣٣٩١
٠,٣٦	٦٤٠٦	٣٧٣٩	٠,٥٨	٧١٩٠	٣٣٧٢
٠,٣٧	٦٤٤٣	٣٧٢٥	٠,٥٩	٧٢٢٤	٣٣٥٢
٠,٣٨	٦٤٨٠	٣٧١٢	٠,٦٠	٧٢٥٧	٣٣٣٢
٠,٣٩	٦٥١٧	٣٦٩٧	٠,٦١	٧٢٩١	٣٣١٢
٠,٤٠	٦٥٥٤	٣٦٨٣	٠,٦٢	٧٣٢٤	٣٢٩٢
٠,٤١	٦٥٩١	٣٦٦٨	٠,٦٣	٧٣٥٧	٣٢٧١
٠,٤٢	٦٦٢٨	٣٦٥٣	٠,٦٤	٧٣٨٩	٣٢٥١
٠,٤٣	٦٦٦٤	٣٦٣٧	٠,٦٥	٧٤٢٢	٣٢٣٠
٠,٤٤	٦٧٠٠	٣٦٢١	٠,٦٦	٧٤٥٤	٣٢٠٩
٠,٤٥	٦٧٣٦	٣٦٠٥	٠,٦٧	٧٤٨٦	٣١٨٧
٠,٤٦	٦٧٧٢	٣٥٨٩	٠,٦٨	٧٥١٧	٣١٦٦
٠,٤٧	٦٨٠٨	٣٥٧٢	٠,٦٩	٧٥٤٩	٣١٤٤
٠,٤٨	٦٨٤٤	٣٥٥٥	٠,٧٠	٧٥٨٠	٣١٢٣
٠,٤٩	٦٨٧٩	٣٥٣٨	٠,٧١	٧٦١١	٣١٠١
٠,٥٠	٦٩١٥	٣٥٢١	٠,٧٢	٧٦٤٢	٣٠٧٩
٠,٥١	٦٩٥٠	٣٥٠٣	٠,٧٣	٧٦٧٣	٣٠٥٦
٠,٥٢	٦٩٨٥	٣٤٨٥	٠,٧٤	٧٧٠٤	٣٠٣٤
٠,٥٣	٧٠١٩	٣٤٦٧	٠,٧٥	٧٧٣٤	٣٠١١

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٠,٧٦	٧٧٦٤	٢٩٨٩	٠,٩٨	٨٣٦٥	٢٤٦٨
٧٧	٧٧٩٤	٢٩٦٦	,٩٩	٨٣٨٩	٢٤٤٤
٧٨	٧٨٢٣	٢٩٤٣	١,٠٠	٨٤١٣	٢٤٢٠
٧٩	٧٨٥٢	٢٩٢٠	١,٠١	٨٤٣٨	٢٣٩٦
٨٠	٧٨٨١	٢٨٩٧	١,٠٢	٨٤٦١	٢٣٧١
٨١	٧٩١٠	٢٨٧٤	١,٠٣	٨٤٨٥	٢٣٤٧
٨٢	٧٩٣٩	٢٨٥٠	١,٠٤	٨٥٠٨	٢٣٢٣
٨٣	٧٩٦٧	٢٨٢٧	١,٠٥	٨٥٣١	٢٢٩٩
٨٤	٧٩٩٥	٢٨٠٣	١,٠٦	٨٥٥٤	٢٢٧٥
٨٥	٨٠٢٣	٢٧٨٠	١,٠٧	٨٥٧٧	٢٢٥١
٨٦	٨٠٥١	٢٧٥٦	١,٠٨	٨٥٩٩	٢٢٢٧
٨٧	٨٠٧٨	٢٧٣٢	١,٠٩	٨٦٢١	٢٢٠٣
٨٨	٨١٠٦	٢٧٠٩	١,١٠	٨٦٤٣	٢١٧٩
٨٩	٨١٣٣	٢٦٨٥	١١	٨٦٦٥	٢١٥٥
٩٠	٨١٥٩	٢٦٦١	١٢	٨٦٨٦	٢١٣١
٩١	٨١٨٦	٢٦٣٧	١٣	٨٧٠٨	٢١٠٧
٩٢	٨٢١٢	٢٦١٣	١٤	٨٧٢٩	٢٠٨٣
٩٣	٨٢٣٨	٢٥٨٩	١٥	٨٧٤٩	٢٠٥٩
٩٤	٨٢٦٤	٢٥٦٥	١٦	٨٧٧٠	٢٠٣٦
٩٥	٨٢٨٩	٢٥٤١	١٧	٨٧٩٠	٢٠١٢
٩٦	٨٣١٥	٢٥١٦	١٨	٨٨١٠	١٩٨٩
٠,٩٧	٨٣٤٠	٢٤٩٢	١,١٩	٨٨٣٠	١٩٦٥

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
١,٢٠	٨٨٤٩	١٩٤٢	١,٤٢	٩٢٢٢	١٤٥٦
٢١	٨٨٦٩	١٩١٩	٤٣	٩٢٣٦	١٤٣٥
٢٢	٨٨٨٨	١٨٩٥	٤٤	٩٢٥١	١٤١٥
٢٣	٨٩٠٧	١٨٧٢	٤٥	٩٢٦٥	١٣٩٤
٢٤	٨٩٢٥	١٨٤٩	٤٦	٩٢٧٩	١٣٧٤
٢٥	٨٩٤٤	١٨٢٦	٤٧	٩٢٩٢	١٣٥٤
٢٦	٨٩٦٢	١٨٠٤	٤٨	٩٣٠٦	١٣٣٤
٢٧	٨٩٨٠	١٧٨١	٤٩	٩٣١٩	١٣١٥
٢٨	٨٩٩٧	١٧٥٨	٥٠	٩٣٣٢	١٢٩٥
٢٩	٩٠١٥	١٧٣٦	٥١	٩٣٤٥	١٢٧٦
٣٠	٩٠٣٢	١٧١٤	٥٢	٩٣٥٧	١٢٥٧
٣١	٩٠٤٩	١٦٩١	٥٣	٩٣٧٠	١٢٣٨
٣٢	٩٠٦٦	١٦٦٩	٥٤	٩٣٨٢	١٢١٩
٣٣	٩٠٨٢	١٦٤٧	٥٥	٩٣٩٤	١٢٠٠
٣٤	٩٠٩٩	١٦٢٦	٥٦	٩٤٠٦	١١٨٢
٣٥	٩١١٥	١٦٠٤	٥٧	٩٤١٨	١١٦٣
٣٦	٩١٣١	١٥٨٢	٥٨	٩٤٢٩	١١٤٥
٣٧	٩١٤٧	١٥٦١	٥٩	٩٤٤١	١١٢٧
٣٨	٩١٦٢	١٥٣٩	٦٠	٩٤٥٢	١١٠٩
٣٩	٩١٧٧	١٥١٨	٦١	٩٤٦٣	١٠٩٢
٤٠	٩١٩٢	١٤٩٧	٦٢	٩٤٧٤	١٠٧٤
١,٤١	٩٢٠٧	١٤٧٦	١,٦٣	٩٤٨٤	١٠٥٧

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
١,٦٤	٩٤٩٥	١٠٤٠	١,٨٦	٩٦٨٦	٠٧٠٧
٦٥	٩٥٠٥	١٠٢٣	٨٧	٩٦٩٣	٠٦٩٤
٦٦	٩٥١٥	١٠٠٦	٨٨	٩٦٩٩	٠٦٨١
٦٧	٩٥٢٥	٠٩٨٩	٨٩	٩٧٠٦	٠٦٦٩
٦٨	٩٥٣٥	٠٩٧٣	٩٠	٩٧١٣	٠٦٥٦
٦٩	٩٥٤٥	٠٩٥٧	٩١	٩٧١٩	٠٦٤٤
٧٠	٩٥٥٤	٠٩٤٠	٩٢	٩٧٢٦	٠٦٣٢
٧١	٩٥٦٤	٠٩٢٥	٩٣	٩٧٣٢	٠٦٢٠
٧٢	٩٥٧٣	٠٩٠٩	٩٤	٩٧٣٨	٠٦٠٨
٧٣	٩٥٨٢	٠٨٩٣	٩٥	٩٧٤٤	٠٥٩٦
٧٤	٩٥٩١	٠٨٧٨	٩٦	٩٧٥٠	٠٥٨٤
٧٥	٩٥٩٩	٠٨٦٣	٩٧	٩٧٥٦	٠٥٧٣
٧٦	٩٦٠٨	٠٨٤٨	٩٨	٩٧٦١	٠٥٦٢
٧٧	٩٦١٦	٠٨٣٣	٩٩	٩٧٦٧	٠٥٥١
٧٨	٩٦٢٥	٠٨١٨	٢,٠٠	٩٧٧٢	٠٥٤٠
٧٩	٩٦٣٣	٠٨٠٤	٢,٠١	٩٧٧٨	٠٥٢٩
٨٠	٩٦٤١	٠٧٩٠	٢,٠٢	٩٧٨٣	٠٥١٩
٨١	٩٦٤٩	٠٧٧٥	٢,٠٣	٩٧٨٨	٠٥٠٨
٨٢	٩٦٥٦	٠٧٦١	٢,٠٤	٩٧٩٣	٠٤٩٨
٨٣	٩٦٦٤	٠٧٤٨	٢,٠٥	٩٧٩٨	٠٤٨٨
٨٤	٩٦٧١	٠٧٣٤	٢,٠٦	٩٨٠٣	٠٤٧٨
١,٨٥	٩٦٧٨	٠٧٢١	٢,٠٧	٩٨٠٨	٠٤٦٨

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	حـ	ا	ط	حـ	ا
٢,٠٨	٩٨١٢	٠٤٥٩	٢,٣٠	٩٨٩٣	٠٢٨٣
٩	٩٨١٧	٠٤٤٩	٣١	٩٨٩٦	٠٢٧٧
١٠	٩٨٢١	٠٤٤٠	٣٢	٩٨٩٨	٠٢٧٠
١١	٩٨٢٦	٠٤٣١	٣٣	٩٩٠١	٠٢٦٤
١٢	٩٨٣٠	٠٤٢٢	٣٤	٩٩٠٤	٠٢٥٨
١٣	٩٨٣٤	٠٤١٣	٣٥	٩٩٠٦	٠٢٥٢
١٤	٩٨٣٨	٠٤٠٤	٣٦	٩٩٠٩	٠٢٤٦
١٥	٩٨٤٢	٠٣٩٦	٣٧	٩٩١١	٠٢٤١
١٦	٩٨٤٦	٠٣٨٧	٣٨	٩٩١٣	٠٢٣٥
١٧	٩٨٥٠	٠٣٧٩	٣٩	٩٩١٦	٠٢٢٩
١٨	٩٨٥٤	٠٣٧١	٤٠	٩٩١٨	٠٢٢٤
١٩	٩٨٥٧	٠٣٦٣	٤١	٩٩٢٠	٠٢١٩
٢٠	٩٨٦١	٠٣٥٥	٤٢	٩٩٢٢	٠٢١٣
٢١	٩٨٦٤	٠٣٤٧	٤٣	٩٩٢٥	٠٢٠٨
٢٢	٩٨٦٨	٠٣٣٩	٤٤	٩٩٢٧	٠٢٠٣
٢٣	٩٨٧١	٠٣٣٢	٤٥	٩٩٢٩	٠١٩٨
٢٤	٩٨٧٥	٠٣٢٥	٤٦	٩٩٣١	٠١٩٤
٢٥	٩٨٧٨	٠٣١٧	٤٧	٩٩٣٢	٠١٨٩
٢٦	٩٨٨١	٠٣١٠	٤٨	٩٩٣٤	٠١٨٤
٢٧	٩٨٨٤	٠٣٠٣	٤٩	٩٩٣٦	٠١٨٠
٢٨	٩٨٨٧	٠٢٩٧	٥٠	٩٩٣٨	٠١٧٥
٢,٢٩	٩٨٩٠	٠٢٩٠	٢,٥١	٩٩٤٠	٠١٧١

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعى المعيارى

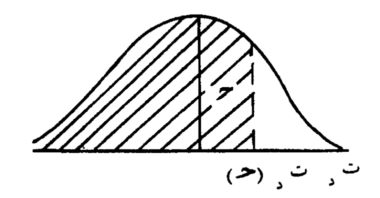
ط	حـ	ا	ط	حـ	ا
٢,٥٢	٩٩٤١	٠١٦٧	٢,٧٤	٩٩٦٩	٠٠٩٣
٥٣	٩٩٤٣	٠١٦٣	٧٥	٩٩٧٠	٠٠٩١
٥٤	٩٩٤٥	٠١٥٨	٧٦	٩٩٧١	٠٠٨٨
٥٥	٩٩٤٦	٠١٥٤	٧٧	٩٩٧٢	٠٠٨٦
٥٦	٩٩٤٨	٠١٥١	٧٨	٩٩٧٣	٠٠٨٤
٥٧	٩٩٤٩	٠١٤٧	٧٩	٩٩٧٤	٠٠٨١
٥٨	٩٩٥١	٠١٤٣	٨٠	٩٩٧٤	٠٠٧٩
٥٩	٩٩٥٢	٠١٣٩	٨١	٩٩٧٥	٠٠٧٧
٦٠	٩٩٥٣	٠١٣٦	٨٢	٩٩٧٦	٠٠٧٥
٦١	٩٩٥٥	٠١٣٢	٨٣	٩٩٧٧	٠٠٧٣
٦٢	٩٩٥٦	٠١٢٩	٨٤	٩٩٧٧	٠٠٧١
٦٣	٩٩٥٧	٠١٢٦	٨٥	٩٩٧٨	٠٠٦٩
٦٤	٩٩٥٩	٠١٢٢	٨٦	٩٩٧٩	٠٠٦٧
٦٥	٩٩٦٠	٠١١٩	٨٧	٩٩٧٩	٠٠٦٥
٦٦	٩٩٦١	٠١١٦	٨٨	٩٩٨٠	٠٠٦٣
٦٧	٩٩٦٢	٠١١٣	٨٩	٩٩٨١	٠٠٦١
٦٨	٩٩٦٣	٠١١٠	٩٠	٩٩٨١	٠٠٦٠
٦٩	٩٩٦٤	٠١٠٧	٩١	٩٩٨٢	٠٠٥٨
٧٠	٩٩٦٥	٠١٠٤	٩٢	٩٩٨٢	٠٠٥٦
٧١	٩٩٦٦	٠١٠١	٩٣	٩٩٨٣	٠٠٥٥
٧٢	٩٩٦٧	٠٠٩٩	٩٤	٩٩٨٤	٠٠٥٣
٢.٧٣	٩٩٦٨	٠٠٩٦	٢,٩٥	٩٩٨٤	٠٠٥١

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	حـ	ا	ط	حـ	ا
٢,٩٦	٩٩٨٥	٠٠٥٠	٣,١٨	٩٩٩٣	٠٠٢٥
٩٧	٩٩٨٥	٠٠٤٨	٣,١٩	٩٩٩٣	٠٠٢٥
٩٨	٩٩٨٦	٠٠٤٧	٣,٢٠	٩٩٩٣	٠٠٢٤
٩٩	٩٩٨٦	٠٠٤٦	٣,٣٠	٩٩٩٥	٠٠١٧
٣,٠٠	٩٩٨٧	٠٠٤٤	٣,٤٠	٩٩٩٧	٠٠١٢
٣,٠١	٩٩٨٧	٠٠٤٣	٣,٥٠	٩٩٩٨	٠٠٠٩
٢	٩٩٨٧	٠٠٤٢	٣,٦٠	٩٩٩٨	٠٠٠٦
٣	٩٩٨٨	٠٠٤٠	٣,٧٠	٩٩٩٩	٠٠٠٤
٤	٩٩٨٨	٠٠٣٩			
٥	٩٩٨٩	٠٠٣٨			
٦	٩٩٨٩	٠٠٣٧			
٧	٩٩٨٩	٠٠٣٦			
٨	٩٩٩٠	٠٠٣٥			
٩	٩٩٩٠	٠٠٣٤			
١٠	٩٩٩٠	٠٠٣٣			
١١	٩٩٩١	٠٠٣٢			
١٢	٩٩٩١	٠٠٣١			
١٣	٩٩٩١	٠٠٣٠			
١٤	٩٩٩٢	٠٠٢٩			
١٥	٩٩٩٢	٠٠٢٨			
١٦	٩٩٩٢	٠٠٢٧			
٣,١٧	٩٩٩٢	٠٠٢٦			

جـدول (٣)

توزيع « ت » T - distribution



القيمة بالجدول = ت د (ح) ، حيث ح [ت د < ت د (ح)] = ح .

ت د (١ − ح) = − ت د (ح)

د / ح	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩٠	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥
١	٦٣٦,٦	٣١٨,٣	٦٣,٦٦	٣١,٨٢	١٢,٧١	٦,٣١٤	٣,٠٧٨	١,٠٠٠٠
٢	٣١,٦	٢٢,٣	٩,٩٢٥	٦,٩٦٥	٤,٣٠٣	٢,٩٢٠	١,٨٨٦	٠,٨١٦٥
٣	١٢,٩٤	١٠,٢٢	٥,٨٤١	٤,٥٤١	٣,١٨٢	٢,٣٥٣	١,٦٣٨	٠,٧٦٤٩
٤	٨,٦١٠	٧,١٧٣	٤,٦٠٤	٣,٧٤٧	٢,٧٧٦	٢,١٣٢	١,٥٣٣	٠,٧٤٠٧
٥	٦,٨٥٩	٥,٨٩٣	٤,٠٣٢	٣,٣٦٥	٢,٥٧١	٢,٠١٥	١,٤٧٦	٠,٧٢٦٧
٦	٥,٩٥٩	٥,٢٠٨	٣,٧٠٧	٣,١٤٣	٢,٤٤٧	١,٩٤٣	١,٤٤٠	٠,٧١٧٦
٧	٥,٤٠٥	٤,٧٨٥	٣,٤٩٩	٢,٩٩٨	٢,٣٦٥	١,٨٩٥	١,٤١٥	٠,٧١١١
٨	٥,٠٤١	٤,٥٠١	٣,٣٥٥	٢,٨٩٦	٢,٣٠٦	١,٨٦٠	١,٣٩٧	٠,٧٠٦٤
٩	٤,٧٨١	٤,٢٩٧	٣,٢٥٠	٢,٨٢١	٢,٢٦٢	١,٨٣٣	١,٣٨٣	٠,٧٠٢٧
١٠	٤,٥٨٧	٤,١٤٤	٣,١٦٩	٢,٧٦٤	٢,٢٢٨	١,٨١٢	١,٣٧٢	٠,٦٩٩٨
١١	٤,٤٣٧	٤,٠٢٥	٣,١٠٦	٢,٧١٨	٢,٢٠١	١,٧٩٦	١,٣٦٣	٠,٦٩٧٤
١٢	٤,٣١٨	٣,٩٣٠	٣,٠٥٥	٢,٦٨١	٢,١٧٩	١,٧٨٢	١,٣٥٦	٠,٦٩٥٥
١٣	٤,٢٢١	٣,٨٥٢	٣,٠١٢	٢,٦٥٠	٢,١٦٠	١,٧٧١	١,٣٥٠	٠,٦٩٣٨
١٤	٤,١٤٠	٣,٧٨٧	٢,٩٧٧	٢,٦٢٤	٢,١٤٥	١,٧٦١	١,٣٤٥	٠,٦٩٢٤
١٥	٤,٠٧٣	٣,٧٣٣	٢,٩٤٧	٢,٦٠٢	٢,١٣١	١,٧٥٣	١,٣٤١	٠,٦٩١٢
١٦	٤,٠١٥	٣,٦٨٦	٢,٩٢١	٢,٥٨٣	٢,١٢٠	١,٧٤٦	١,٣٣٧	٠,٦٩٠١
١٧	٣,٩٦٥	٣,٦٤٦	٢,٨٩٨	٢,٥٦٧	٢,١١٠	١,٧٤٠	١,٣٣٣	٠,٦٨٩٢
١٨	٣,٩٢٢	٣,٦١١	٢,٨٧٨	٢,٥٥٢	٢,١٠١	١,٧٣٤	١,٣٣٠	٠,٦٨٨٤

تابـع جدول (٣)

توزيع « ت »

د / ح	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩٠	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥
١٩	٠٣,٨٨٣	٣,٥٧٩	٢,٨٦١	٢,٥٣٩	٢,٠٩٣	١,٧٢٩	١,٣٢٨	٠,٦٨٧٦
٢٠	٣,٨٥٠	٣,٥٥٢	٢,٨٤٥	٢,٥٢٨	٢,٠٨٦	١,٧٢٥	١,٣٢٥	٠,٦٨٧٠
٢١	٣,٨١٩	٣,٥٢٧	٢,٨٣١	٢,٥١٨	٢,٠٨٠	١,٧٢١	١,٣٢٣	٠,٦٨٦٤
٢٢	٣,٧٩٢	٣,٥٠٥	٢,٨١٩	٢,٥٠٨	٢,٠٧٤	١,٧١٧	١,٣٢١	٠,٦٨٥٨
٢٣	٣,٧٦٧	٣,٤٨٥	٢,٨٠٧	٢,٥٠٠	٢,٠٦٩	١,٧١٤	١,٣١٩	٠,٦٨٥٣
٢٤	٣,٧٤٥	٣,٤٦٧	٢,٧٩٧	٢,٤٩٢	٢,٠٦٤	١,٧١١	١,٣١٨	٠,٦٨٤٨
٢٥	٣,٧٢٥	٣,٤٥٠	٢,٧٨٧	٢,٤٨٥	٢,٠٦٠	١,٧٠٨	١,٣١٦	٠,٦٨٤٤
٢٦	٣,٧٠٧	٣,٤٣٥	٢,٧٧٩	٢,٤٧٩	٢,٠٥٦	١,٧٠٦	١,٣١٥	٠,٦٨٤٠
٢٧	٣,٦٩٠	٣,٤٢١	٢,٧٧١	٢,٤٧٣	٢,٠٥٢	١,٧٠٣	١,٣١٤	٠,٦٨٣٧
٢٨	٣,٦٧٤	٣,٤٠٨	٢,٧٦٣	٢,٤٦٧	٢,٠٤٨	١,٧٠١	١,٣١٣	٠,٦٨٣٤
٢٩	٣,٦٥٩	٣,٣٩٦	٢,٧٥٦	٢,٤٦٢	٢,٠٤٥	١,٦٩٩	١,٣١١	٠,٦٨٣٠
٣٠	٣,٦٤٦	٣,٣٨٥	٢,٧٥٠	٢,٤٥٧	٢,٠٤٢	١,٦٩٧	١,٣١٠	٠,٦٨٢٨
٤٠	٣,٥٥١	٣,٣٠٧	٢,٧٠٤	٢,٤٢٣	٢,٠٢١	١,٦٨٤	١,٣٠٣	٠,٦٨٠٧
٥٠	٣,٤٩٥	٣,٢٦٢	٢,٦٧٨	٢,٤٠٣	٢,٠٠٩	١,٦٧٦	١,٢٩٨	٠,٦٧٩٤
٦٠	٣,٤٦٠	٣,٢٣٢	٢,٦٦٠	٢,٣٩٠	٢,٠٠٠	١,٦٧١	١,٢٩٦	٠,٦٧٨٦
٧٠	٣,٤٣٥	٣,٢١١	٢,٦٤٨	٢,٣٨١	١,٩٩٤	١,٦٦٧	١,٢٩٤	٠,٦٧٨٠
٨٠	٢,٤١٦	١,١٩٥	٢,٦٣٩	٢,٣٧٤	١,٩٩٠	١,٦٦٤	١,٢٩٢	٠,٦٧٧٦
٩٠	٣,٤٠١٩	٣,١٨٣	٢,٦٣٢	٢,٣٦٩	١,٩٨٧	١,٦٦٢	١,٢٩١	٠,٦٧٧٢
١٠٠	٣,٣٨٩	٣,١٧٤	٢,٦٢٦	٢,٣٦٥	١,٩٨٤	١,٦٦٠	١,٢٩٠	٠,٦٧٧٠
∞	٣,٢٩١	٣,٠٩٠	٢,٥٧٦	٢,٣٢٦	١,٩٦٠	١,٦٤٥	١,٨٢	٠,٦٧٤٥

جدول (٤)

توزيع « ف » F - distribution

القيم بالجدول هى قيم $\text{ف}_{\text{د}_١ ، \text{د}_٢}(\text{ح})$ ، حيث

$$\text{ح} \left(\text{ف}'_{\text{د}_١ ، \text{د}_٢} < \text{ف}_{\text{د}_١ ، \text{د}_٢}(\text{ح}) \right) = \text{ح}$$

$\text{ف}_{\text{د}_١ ، \text{د}_٢}(\text{ح})$

القيم المتعلقة بالاحتمالات (ح) الغير موضحة بالجدول يمكن إيجادها باستخدام العلاقة

$$\text{ف}_{\text{د}_١ ، \text{د}_٢}(\text{ح}) = ١ / \text{ف}_{\text{د}_٢ ، \text{د}_١}(١ - \text{ح})$$

للعينات ذات الحجم الكبير (أكبر من ٣٠) ، يمكن الحصول على قيم ف بدقة كبيرة باستخدام الصيغة التقريبية التالية :

$$\text{لو ف}_{\text{د}_١ ، \text{د}_٢}(\text{ح}) \approx \left(\frac{\text{ا}}{\sqrt{\text{هـ} - \text{ب}}} \right) - \text{و ج}$$

حيث ،

$$\text{هـ} = \frac{٢ \, \text{د}_١ \text{د}_٢}{\text{د}_١ + \text{د}_٢} \quad ، \quad \text{و} = \frac{\text{د}_٢ - \text{د}_١}{\text{د}_١ \, \text{د}_٢}$$

أما قيم ا ، ب ، ج فهى تعتمد على قيمة (ح) كما هو موضح بالجدول التالى :

ح	٠,٩٩	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥	٠,٥٠
ا	٢,٠٢٠٦	١,٧٠٢٣	١,٤٢٨٧	١,١١٣١	٠,٥٨٥٩	٠
ب	١,٤٠	١,١٤	٠,٩٥	٠,٧٧	٠,٥٨	–
ج	١,٠٧٣	٠,٨٤٦	٠,٦٨١	٠,٥٢٧	٠,٣٥٥	٠,٢٩٠

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١	٠,٥٠	١	١,٥	١,٧١	١,٨٢	١,٨٩	١,٩٤	١,٩٨	٢	٢,٠٣	٢,٠٤	٢,٠٥	٢,٠٧
	٠,٧٥	٥,٨٣	٧,٥٠	٨,٢٠	٨,٥٨	٨,٨٢	٨,٩٨	٩,١	٩,١٩	٩,٢٦	٩,٣٢	٩,٣٦	٩,٤١
	٠,٩٠	٣٩,٩	٤٩,٥	٥٣,٦	٥٥,٨	٥٧,٢	٥٨,٢	٥٨,٩	٥٩,٤	٥٩,٩	٦٠,٢	٦٠,٥	٦٠,٧
	٠,٩٥	١٦١	٢٠٠	٢١٦	٢٢٥	٢٣٠	٢٣٤	٢٣٧	٢٣٩	٢٤١	٢٤٢	٢٤٣	٢٤٤
	.٩٧٥	٦٤٨	٨٠٠	٨٦٤	٩٠٠	٩٢٢	٩٣٧	٩٤٨	٩٥٧	٩٦٣	٩٦٩	٩٧٣	٩٧٧
	٠,٩٩	٤٠٥٠	٥٠٠٠	٥٤٠٠	٥٦٢٠	٥٧٦٠	٥٨٦٠	٥٩٣٠	٥٩٨٠	٦٠٢٠	٦٠٦٠	٦٠٨٠	٦١١٠
٢	٠,٥٠	.٦٦٧	١	١,١٣	١,٢١	١,٢٥	١,٢٨	١,٣	١,٣٢	١,٣٣	١,٣٤	١,٣٥	١,٣٦
	٠,٧٥	٢,٥٧	٣	٣,١٥	٣,٢٣	٣,٢٨	٣,٣١	٣,٣٤	٣,٣٥	٣,٣٧	٣,٣٨	٣,٣٩	٣,٣٩
	٠,٩٠	٨,٥٣	٩	٩,١٦	٩,٢٤	٩,٢٩	٩,٣٣	٩,٣٥	٩,٣٧	٩,٣٨	٩,٣٩	٩,٤	٩,٤١
	٠,٩٥	١٨,٥	١٩	١٩,٢	١٩,٢	١٩,٣	١٩,٣	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤
	.٩٧٥	٣٨,٥	٣٩	٣٩,٢	٣٩,٢	٣٩,٣	٣٩,٣	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤
	٠,٩٩	٩٨,٥	٩٩	٩٩,٢	٩٩,٢	٩٩,٣	٩٩,٣	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤
٣	٠,٥٠	.٥٨٥	.٨٨١	١	١,٠٦	١,١	١,١٣	١,١٥	١,١٦	١,١٧	١,١٨	١,١٩	١,٢٠
	٠,٧٥	٢,٠٢	٢,٢٨	٢,٣٦	٢,٣٩	٢,٤١	٢,٤٢	٢,٤٣	٢,٤٤	٢,٤٤	٢,٤٤	٢,٤٥	٢,٤٥
	٠,٩٠	٥,٥٤	٥,٤٦	٥,٣٩	٥,٣٤	٥,٣١	٥,٢٨	٥,٢٧	٥,٢٥	٥,٢٤	٥,٢٣	٥,٢٢	٥,٢٢
	٠,٩٥	١٠,١	٩,٥٥	٩,٢٨	٩,١٢	٩,٠١	٨,٩٤	٨,٨٩	٨,٨٥	٨,٨١	٨,٧٩	٨,٧٦	٨,٧٤
	.٩٧٥	١٧,٤	١٦	١٥,٤	١٥,١	١٤,٩	١٤,٧	١٤,٦	١٤,٥	١٤,٥	١٤,٤	١٤,٤	١٤,٣
	٠,٩٩	٣٤,١	٣٠,٨	٢٩,٥	٢٨,٧	٢٨,٢	٢٧,٩	٢٧,٧	٢٧,٥	٢٧,٣	٢٧,٢	٢٧,١	٢٧,١
٤	٠,٥٠	.٥٤٩	.٨٢٨	.٩٤١	١	١,٠٤	١,٠٦	١,٠٨	١,٠٩	١,١	١,١١	١,١٢	١,١٣
	٠,٧٥	١,٨١	٢	٢,٠٥	٢,٠٦	٢,٠٧	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨
	٠,٩٠	٤,٥٤	٤,٣٢	٤,١٩	٤,١١	٤,٠٥	٤,٠١	٣,٩٨	٣,٩٥	٣,٩٤	٣,٩٢	٣,٩١	٣,٩
	٠,٩٥	٧,٧١	٦,٩٤	٦,٥٩	٦,٣٩	٦,٢٦	٦,١٦	٦,٠٩	٦,٠٤	٦	٥,٩٦	٥,٩٤	٥,٩١
	.٩٧٥	١٢,٢	١٠,٦	٩,٩٨	٩,٦	٩,٣٦	٩,٢	٩,٠٧	٨,٩٨	٨,٩	٨,٨٤	٨,٧٩	٨,٧٥
	٠,٩٩	٢١,٢	١٨	١٦,٧	١٦	١٥,٥	١٥,٢	١٥	١٤,٨	١٤,٧	١٤,٥	١٤,٤	١٤,٤

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
١	٠,٥٠	٢,٠٩	٢,١٢	٢,١٣	٢,١٥	٢,١٦	٢,١٧	٢,١٧	٢,١٨	٢,١٨	٢,١٩	٢,١٩	٢,٢٠
	٠,٧٥	٩,٤٩	٩,٥٨	٩,٦٣	٩,٦٧	٩,٧١	٩,٧٤	٩,٧٦	٩,٧٨	٩,٨٠	٩,٨٢	٩,٨٤	٩,٨٥
	٠,٩٠	٦١,٢	٦١,٧	٦٢	٦٢,٣	٦٢,٥	٦٢,٧	٦٢,٨	٦٣	٦٣,١	٦٣,٢	٦٣,٣	٦٣,٣
	٠,٩٥	٢٤٦	٢٤٨	٢٤٩	٢٥٠	٢٥١	٢٥٢	٢٥٢	٢٥٣	٢٥٣	٢٥٤	٢٥٤	٢٥٤
	٠,٩٧٥	٩٨٥	٩٩٣	٩٩٧	١٠٠٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠٢٠	١٠٢٠	١٠٢٠
	٠,٩٩	٦١٦٠	٦٢١٠	٦٢٣٠	٦٢٦٠	٦٢٩٠	٦٣٠٠	٦٣١٠	٦٣٣٠	٦٣٤٠	٦٣٥٠	٦٣٦٠	٦٣٧٠
٢	٠,٥٠	١,٣٨	١,٣٩	١,٤	١,٤١	١,٤٢	١,٤٢	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٤	١,٤٤	١,٤٤
	٠,٧٥	٣,٤١	٣,٤٣	٣,٤٣	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٨	٣,٤٨	٣,٤٨
	٠,٩٠	٩,٤٢	٩,٤٤	٩,٤٥	٩,٤٦	٩,٤٧	٩,٤٧	٩,٤٧	٩,٤٨	٩,٤٨	٩,٤٩	٩,٤٩	٩,٤٩
	٠,٩٥	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥
	,٩٧٥	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥
	٠,٩٩	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥
٣	٠,٥٠	١,٢١	١,٢٣	١,٢٣	١,٢٤	١,٢٥	١,٢٥	١,٢٥	١,٢٦	١,٢٦	١,٢٦	١,٢٧	١,٢٧
	٠,٧٥	٢,٤٦	٢,٤٦	٢,٤٦	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧
	٠,٩٠	٥,٢٠	٥,١٨	٥,١٨	٥,١٧	٥,١٦	٥,١٥	٥,١٥	٥,١٤	٥,١٤	٥,١٤	٥,١٤	٥,١٣
	٠,٩٥	٨,٧٠	٨,٦٦	٨,٦٣	٨,٦٢	٨,٥٩	٨,٥٨	٨,٥٧	٨,٥٥	٨,٥٥	٨,٥٤	٨,٥٣	٨,٥٣
	٠,٩٧٥	١٤,٣	١٤,٢	١٤,١	١٤,١	١٤	١٤	١٤	١٤	١٣,٩	١٣,٩	١٣,٩	١٣,٩
	٠,٩٩	٢٦,٩	٢٦,٧	٢٦,٦	٢٦,٥	٢٦,٤	٢٦,٤	٢٦,٣	٢٦,٢	٢٦,٢	٢٦,٢	٢٦,١	٢٦,١
٤	٠,٥٠	١,١٤	١,١٥	١,١٦	١,١٦	١,١٧	١,١٨	١,١٨	١,١٨	١,١٨	١,١٩	١,١٩	١,١٩
	٠,٧٥	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨
	٠,٩٠	٣,٨٧	٣,٨٤	٣,٨٣	٣,٨٢	٣,٨٠	٣,٨٠	٣,٧٩	٣,٧٨	٣,٧٨	٣,٧٧	٣,٧٦	٣,٧٦
	٠,٩٥	٥,٨٦	٥,٨٠	٥,٧٧	٥,٧٥	٥,٧٢	٥,٧٠	٥,٦٩	٥,٦٦	٥,٦٦	٥,٦٥	٥,٦٤	٥,٦٣
	٠,٩٧٥	٨,٦٦	٨,٥٦	٨,٥١	٨,٤٦	٨,٤١	٨,٣٨	٨,٣٦	٨,٣٢	٨,٣١	٨,٢٩	٨,٢٧	٨,٢٦
	٠,٩٩	١٤,٢	١٤	١٣,٩	١٣,٨	١٣,٧	١٣,٧	١٣,٧	١٣,٦	١٣,٦	١٣,٥	١٣,٥	١٣,٥

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٥	٠.٥٠	٠.٥٢٨	٠.٧٩٩	٠.٩٠٧	٠.٩٦٥	١	١.٠٢	١.٠٤	١.٠٥	١.٠٦	١.٠٧	١.٠٨	١.٠٩
	٠.٧٥	١.٦٩	١.٨٥	١.٨٨	١.٨٩	١.٨٩	١.٨٩	١.٨٩	١.٨٩	١.٨٩	١.٨٩	١.٨٩	١.٨٩
	٠.٩٠	٤.٠٦	٣.٧٨	٣.٦٢	٣.٥٢	٣.٤٥	٣.٤٠	٣.٣٧	٣.٣٤	٣.٣٢	٣.٣٠	٣.٢٨	٣.٢٧
	٠.٩٥	٦.٦١	٥.٧٩	٥.٤١	٥.١٩	٥.٠٥	٤.٩٥	٤.٨٨	٤.٨٢	٤.٧٧	٤.٧٤	٤.٧١	٤.٦٨
	٠.٩٧٥	١٠	٨.٤٣	٧.٧٦	٧.٣٩	٧.١٥	٦.٩٨	٦.٨٥	٦.٧٦	٦.٦٨	٦.٦٢	٦.٥٧	٦.٥٢
	٠.٩٩	١٦.٣	١٣.٣	١٢.١	١١.٤	١١	١٠.٧	١٠.٥	١٠.٣	١٠.٢	١٠.١	٩.٩٦	٩.٨٩
٦	٠.٥٠	٠.٥١٥	٠.٧٨٠	٠.٨٨٦	٠.٩٤٢	٠.٩٧٧	١	١.٠٢	١.٠٣	١.٠٤	١.٠٥	١.٠٥	١.٠٦
	٠.٧٥	١.٦٢	١.٧٦	١.٧٨	١.٧٩	١.٧٩	١.٧٨	١.٧٨	١.٧٨	١.٧٧	١.٧٧	١.٧٧	١.٧٧
	٠.٩٠	٣.٧٨	٣.٤٦	٣.٢٩	٣.١٨	٣.١١	٣.٠٥	٣.٠١	٢.٩٨	٢.٩٦	٢.٩٤	٢.٩٢	٢.٩٠
	٠.٩٥	٥.٩٩	٥.١٤	٤.٧٦	٤.٥٣	٤.٣٩	٤.٢٨	٤.٢١	٤.١٥	٤.١	٤.٠٦	٤.٠٣	٤
	٠.٩٧٥	٨.٨١	٧.٢٦	٦.٦	٦.٢٣	٥.٩٩	٥.٨٢	٥.٧	٥.٦	٥.٥٢	٥.٤٦	٥.٤١	٥.٣٧
	٠.٩٩	١٣.٧	١٠.٩	٩.٧٨	٩.١٥	٨.٧٥	٨.٤٧	٨.٢٦	٨.١	٧.٩٨	٧.٨٧	٧.٧٩	٧.٧٢
٧	٠.٥٠	٠.٥٠٦	٠.٧٦٧	٠.٨٧١	٠.٩٢٦	٠.٩٦٠	٠.٩٨٣	١	١.٠١	١.٠٢	١.٠٣	١.٠٤	١.٠٤
	٠.٧٥	١.٧٥	١.٧٠	١.٧٢	١.٧٢	١.٧١	١.٧١	١.٧٠	١.٧٠	١.٦٩	١.٦٩	١.٦٩	١.٦٨
	٠.٩٠	٣.٥٩	٣.٢٦	٣.٠٧	٢.٩٦	٢.٨٨	٢.٨٣	٢.٧٨	٢.٧٥	٢.٧٢	٢.٧٠	٢.٦٨	٢.٦٧
	٠.٩٥	٥.٥٩	٤.٧٤	٤.٣٥	٤.١٢	٣.٩٧	٣.٨٧	٣.٧٩	٣.٧٣	٣.٦٨	٣.٦٤	٣.٦٠	٣.٥٧
	٠.٩٧٥	٨.٠٧	٦.٥٤	٥.٨٩	٥.٥٢	٥.٢٩	٥.١٢	٤.٩٩	٤.٩٠	٤.٨٢	٤.٧٦	٤.٧١	٤.٦٧
	٠.٩٩	١٢.٠٢	٩.٥٥	٨.٤٥	٧.٨٥	٧.٤٦	٧.١٩	٦.٩٩	٦.٨٤	٦.٧٢	٦.٦٢	٦.٥٤	٦.٤٧
٨	٠.٥٠	٠.٤٩٩	٠.٧٥٧	٠ ٦٠	٠.٩١٥	٠.٩٤٨	٠.٩٧١	٠.٩٨٨	١	١.٠١	١.٠٢	١.٠٢	١.٠٣
	٠.٧٥	١.٥٤	١.٦٦	٧	١.٦٦	١.٦٦	١.٦٥	١.٦٤	١.٦٤	١.٦٤	١.٦٣	١.٦٣	١.٦٢
	٠.٩٠	٣.٤٦	١.١١	٠٢	٢.٨١	٢.٧٣	٢.٦٧	٢.٦٢	٢.٥٩	٢.٥٦	٢.٥٤	٢.٥٢	٢.٥٠
	٠.٩٥	٥.٣٢	٤.٤٦	٤.٠٧	٣.٨٤	٣.٦٩	٣.٥٨	٣.٥٠	٣.٤٤	٣.٣٩	٣.٣٥	٣.٣١	٣.٢٨
	٠.٩٧٥	٧.٥٧	٦.٠٦	٥.٤٢	٥.٠٥	٤.٨٢	٤.٦٥	٤.٥٣	٤.٤٣	٤.٣٦	٤.٣٠	٤.٢٤	٤.٢٠
	٠.٩٩	١١.٣	٨.٦٥	٧.٥٩	٧.٠١	٦.٦٣	٦.٣٧	٦.١٨	٦.٠٣	٥.٩١	٥.٨١	٥.٧٣	٥.٦٧

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

$د_١$

$د_٢$	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٥	٠.٥٠	١.١	١.١١	١.١٢	١.١٢	١.١٣	١.١٣	١.١٤	١.١٤	١.١٤	١.١٥	١.١٥	١.١٥
	٠.٧٥	١.٨٩	١.٨٨	١.٨٨	١.٨٨	١.٨٨	١.٨٨	١.٨٧	١.٨٧	١.٨٧	١.٨٧	١.٨٧	١.٨٧
	٠.٩٠	٣.٢٤	٣.٢١	٣.١٩	٣.١٧	٣.١٦	٣.١٥	٣.١٤	٣.١٣	٣.١٢	٣.١٢	٣.١١	٣.١٠
	٠.٩٥	٤.٦٢	٤.٥٦	٤.٥٣	٤.٥٠	٤.٤٦	٤.٤٤	٤.٤٣	٤.٤١	٤.٤٠	٤.٣٩	٤.٣٧	٤.٣٦
	٠.٩٧٥	٦.٤٣	٦.٣٣	٦.٢٨	٦.٢٣	٦.١٨	٦.١٤	٦.١٢	٦.٠٨	٦.٠٧	٦.٠٥	٦.٠٣	٦.٠٢
	٠.٩٩	٩.٧٢	٩.٥٥	٩.٤٧	٩.٣٨	٩.٢٩	٩.٢٤	٩.٢٠	٩.١٣	٩.١١	٩.٠٨	٩.٠٤	٩.٠٢
٦	٠.٥٠	١.٠٧	١.٠٨	١.٠٩	١.١٠	١.١٠	١.١١	١.١١	١.١١	١.١٢	١.١٢	١.١٢	١.١٢
	٠.٧٥	١.٧٦	١.٧٦	١.٧٥	١.٧٥	١.٧٥	١.٧٥	١.٧٤	١.٧٤	١.٧٤	١.٧٤	١.٧٤	١.٧٤
	٠.٩٠	٢.٨٧	٢.٨٤	٢.٨٢	٢.٨٠	٢.٧٨	٢.٧٧	٢.٧٦	٢.٧٥	٢.٧٤	٢.٧٣	٢.٧٣	٢.٧٢
	٠.٩٥	٣.٩٤	٣.٨٧	٣.٨٤	٣.٨١	٣.٧٧	٣.٧٥	٣.٧٤	٣.٧١	٣.٧٠	٣.٦٩	٣.٦٨	٣.٦٧
	٠.٩٧٥	٥.٢٧	٥.١٧	٥.١٢	٥.٠٧	٥.٠١	٤.٩٨	٤.٩٦	٤.٩٢	٤.٩٠	٤.٨٨	٤.٨٦	٤.٨٥
	٠.٩٩	٧.٥٦	٧.٤٠	٧.٣١	٧.٢٣	٧.١٤	٧.٠٩	٧.٠٦	٦.٩٩	٦.٩٧	٦.٩٣	٦.٩٠	٦.٨٨
٧	٠.٥٠	١.٠٥	١.٠٧	١.٠٧	١.٠٨	١.٠٨	١.٠٩	١.٠٩	١.١٠	١.١٠	١.١٠	١.١٠	١.١٠
	٠.٧٥	١.٦٨	١.٦٧	١.٦٧	١.٦٦	١.٦٦	١.٦٦	١.٦٥	١.٦٥	١.٦٥	١.٦٥	١.٦٥	١.٦٥
	٠.٩٠	٢.٦٣	٢.٥٩	٢.٥٨	٢.٥٦	٢.٥٤	٢.٥٢	٢.٥١	٢.٥٠	٢.٤٩	٢.٤٨	٢.٤٨	٢.٤٧
	٠.٩٥	٣.٥١	٣.٤٤	٣.٤١	٣.٣٨	٣.٣٤	٣.٣٢	٣.٣٠	٣.٢٧	٣.٢٧	٣.٢٥	٣.٢٤	٣.٢٣
	٠.٩٧٥	٤.٥٧	٤.٤٧	٤.٤٢	٤.٣٦	٤.٣١	٤.٢٨	٤.٢٥	٤.٢١	٤.٢٠	٤.١٨	٤.١٦	٤.١٤
	٠.٩٩	٦.٣١	٦.١٦	٦.٠٧	٥.٩٩	[illegible]	٥.٨٦	٥.٨٢	٥.٧٥	٥.٧٤	٥.٧٠	٥.٦٧	٥.٦٥
٨	٠.٥٠	١.٠٤	١.٠٥	١.٠٦	١.٠٧	١.٠٧	١.٠٧	١.٠٨	١.٠٨	١.٠٨	١.٠٩	١.٠٩	١.٠٩
	٠.٧٥	١.٦٢	١.٦١	١.٦٠	١.٦٠	١.٥٩	١.٥٩	١.٥٩	١.٥٨	١.٥٨	١.٥٨	١.٥٨	١.٥٨
	٠.٩٠	٢.٤٦	٢.٤٢	٢.٤٠	٢.٣٨	٢.٣٦	٢.٣٥	٢.٣٤	٢.٣٢	٢.٣٢	٢.٣١	٢.٣٠	٢.٢٩
	٠.٩٥	٣.٢٢	٣.١٥	٣.١٢	٣.٠٨	٣.٠٤	٣.٠٢	٣.٠١	٢.٩٧	٢.٩٧	٢.٩٥	٢.٩٤	٢.٩٣
	٠.٩٧٥	٤.١٠	٤	٣.٩٥	٣.٨٩	٣.٨٤	٣.٨١	٣.٧٨	٣.٧٤	٣.٧٣	٣.٧٠	٣.٦٨	٣.٦٧
	٠.٩٩	٥.٥٢	٥.٣٦	٥.٢٨	٥.٢٠	٥.١٢	٥.٠٧	٥.٠٣	٤.٩٦	٤.٩٥	٤.٩١	٤.٨٨	٤.٨٦

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د ١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٩	٠,٥٠	٠,٤٩٤	٠,٧٤٩	٠,٨٥٢	٠,٩٠٦	٠,٩٣٩	٠,٩٦٢	٠,٩٧٨	٠,٩٩٠	١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢
	٠,٧٥	١,٥١	١,٦٢	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٢	١,٦١	١,٦٠	١,٦٠	١,٥٩	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٨
	٠,٩٠	٣,٣٦	٣,٠١	٢,٨١	٢,٦٩	٢,٦١	٢,٥٥	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٤	٢,٤٢	٢,٤٠	٢,٣٨
	٠,٩٥	٥,١٢	٤,٢٦	٣,٨٦	٣,٦٣	٣,٤٨	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢٣	٣,١٨	٣,١٤	٣,١٠	٣,٠٧
	٠,٩٧٥	٧,٢١	٥,٧١	٥,٠٨	٤,٧٢	٤,٤٨	٤,٣٢	٤,٢٠	٤,١٠	٤,٠٣	٣,٩٦	٣,٩١	٣,٨٧
	٠,٩٩	١٠,٠٦	٨,٠٢	٦,٩٩	٦,٤٢	٦,٠٦	٥,٨٠	٥,٦١	٥,٤٧	٥,٣٥	٥,٢٦	٥,١٨	٥,١١
١٠	٠,٥٠	٠,٤٩٠	٠,٧٤٣	٠,٨٤٥	٠,٨٩٩	٠,٩٣٢	٠,٩٥٤	٠,٩٧١	٠,٩٨٣	٠,٩٩٢	١	١,٠١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٤٩	١,٦٠	١,٦٠	١,٥٩	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤
	٠,٩٠	٣,٢٨	٢,٩٢	٢,٧٣	٢,٦١	٢,٥٢	٢,٤٦	٢,٤١	٢,٣٨	٢,٣٥	٢,٣٢	٢,٣٠	٢,٢٨
	٠,٩٥	٤,٩٦	٤,١٠	٣,٧١	٣,٤٨	٣,٣٣	٣,٢٢	٣,١٤	٣,٠٧	٣,٠٢	٢,٩٨	٢,٩٤	٢,٩١
	,٩٧٥	٦,٩٤	٥,٤٦	٤,٨٣	٤,٤٧	٤,٢٤	٤,٠٧	٣,٩٥	٣,٨٥	٣,٧٨	٣,٧٢	٣,٦٦	٣,٦٢
	٠,٩٩	١٠	٧,٥٦	٦,٥٥	٥,٩٩	٥,٦٤	٥,٣٩	٥,٢٠	٥,٠٦	٤,٩٤	٤,٨٥	٤,٧٧	٤,٧١
١١	٠,٥٠	٠,٤٨٦	٠,٧٣٩	٠,٨٤٠	٠,٨٩٣	٠,٩٢٦	٠,٩٤٨	٠,٩٦٤	٠,٩٧٧	٠,٩٨٦	٠,٩٩٤	١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٤٧	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٢	١,٥٢	١,٥١
	٠,٩٠	٣,٢٣	٢,٨٦	٢,٦٦	٢,٥٤	٢,٤٥	٢,٣٩	٢,٣٤	٢,٣٠	٢,٢٧	٢,٢٥	٢,٢٣	٢,٢١
	٠,٩٥	٤,٨٤	٣,٩٨	٣,٥٩	٣,٣٦	٣,٢٠	٣,٠٩	٣,٠١	٢,٩٥	٢,٩٠	٢,٨٥	٢,٨٢	٢,٧٩
	٠,٩٧٥	٦,٧٢	٥,٢٦	٤,٦٣	٤,٢٨	٤,٠٤	٣,٨٨	٣,٧٦	٣,٦٦	٣,٥٩	٣,٥٣	٣,٤٧	٣,٤٣
	٠,٩٩	٩,٦٥	٧,٢١	٦,٢٢	٥,٦٧	٥,٣٢	٥,٠٧	٤,٨٩	٤,٧٤	٤,٦٣	٤,٥٤	٤,٤٦	٤,٤٠
١٢	٠,٥٠	٠,٤٨٤	٠,٧٣٥	٠,٨٣٥	٠,٨٨٨	٠,٩٢١	٠,٩٤٣	٠,٩٥٩	٠,٩٧٢	٠,٩٨١	٠,٩٨٩	٠,٩٩٥	١
	٠,٧٥	١,٤٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٢	١,٥١	١,٥١	١,٥٠	١,٥٠	١,٤٩
	٠,٩٠	٣,١٨	٢,٨١	٢,٦١	٢,٤٨	٢,٣٩	٢,٣٣	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,٢١	٢,١٩	٢,١٧	٢,١٥
	٠,٩٥	٤,٧٥	٣,٨٩	٣,٤٩	٣,٢٦	٣,١١	٣	٢,٩١	٢,٨٥	٢,٨٠	٢,٧٥	١,٧٢	٢,٦٩
	٠,٩٧٥	٦,٥٥	٥,١٠	٤,٤٧	٤,١٢	٣,٨٩	٣,٧٣	٣,٦١	٣,٥١	٣,٤٤	٣,٣٧	٣,٣٢	٣,٢٨
	٠,٩٩	٩,٣٣	٦,٩٣	٥,٩٥	٥,٤١	٥,٠٦	٤,٨٢	٤,٦٤	٤,٥٠	٤,٣٩	٤,٣٠	٤,٢٢	٤,١٦

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

$د_{١}$

$د_{٢}$	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٩	٠,٥٠	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٨	١,٠٨
	٠,٧٥	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣
	٠,٩٠	٢,٣٤	٢,٣٠	٢,٢٨	٢,٢٥	٢,٢٣	٢,٢٢	٢,٢١	٢,١٩	٢,١٨	٢,١٧	٢,١٧	٢,١٦
	٠,٩٥	٣,٠١	٢,٩٤	٢,٩٠	٢,٨٦	٢,٨٣	٢,٨٠	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٧٥	٢,٧٣	٢,٧٢	٢,٧١
	٠,٩٧٥	٣,٧٧	٣,٦٧	٣,٦١	٣,٥٦	٣,٥١	٣,٤٧	٣,٤٥	٣,٤٠	٣,٣٩	٣,٣٧	٣,٣٥	٣,٣٣
	٠,٩٩	٤,٩٦	٤,٨١	٤,٧٣	٤,٦٥	٤,٥٧	٤,٥٢	٤,٤٨	٤,٤٢	٤,٤٠	٤,٣٦	٤,٣٣	٤,٣١
١٠	٠,٥٠	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	٠,٧٥	١,٥٣	١,٥٢	١,٥٢	١,٥١	١,٥١	١,٥٠	١,٥٠	١,٤٩	١,٤٩	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٨
	٠,٩٠	٢,٢٤	٢,٢٠	٢,١٨	٢,١٦	٢,١٣	٢,١٢	٢,١١	٢,٠٩	٢,٠٨	٢,٠٧	٢,٠٦	٢,٠٦
	٠,٩٥	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧٤	٢,٧٠	٢,٦٦	٢,٦٤	٢,٦٢	٢,٥٩	٢,٥٨	٢,٥٦	٢,٥٥	٢,٥٤
	٠,٩٧٥	٣,٥٢	٣,٤٢	٣,٣٧	٣,٣١	٣,٢٦	٣,٢٢	٣,٢٠	٣,١٥	٣,١٤	٣,١٢	٣,٠٩	٣,٠٨
	٠,٩٩	٤,٥٦	٤,٤١	٤,٣٣	٤,٢٥	٤,١٧	٤,١٢	٤,٠٨	٤,٠١	٤	٣,٩٦	٣,٩٣	٣,٩١
١١	٠,٥٠	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦
	٠,٧٥	١,٥٠	١,٤٩	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٧	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٥	١,٤٥
	٠,٩٠	٢,١٧	٢,١٢	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٥	٢,٠٤	٢,٠٣	٢	٢	١,٩٩	١,٩٨	١,٩٧
	٠,٩٥	٢,٧٢	٢,٦٥	٢,٦١	٢,٥٧	٢,٥٣	٢,٥١	٢,٤٩	٢,٤٦	٢,٤٥	٢,٤٣	٢,٤٢	٢,٤٠
	٠,٩٧٥	٣,٣٣	٣,٢٣	٣,١٧	٣,١٢	٣,٠٦	٣,٠٣	٣	٢,٩٦	٢,٩٤	٢,٩٢	٢,٩٠	٢,٨٨
	٠,٩٩	٤,٢٥	٤,١٠	٤,٠٢	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٨١	٣,٧٨	٣,٧١	٣,٦٩	٣,٦٦	٣,٦٢	٣,٦٠
١٢	٠,٥٠	١,٠١	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦
	٠,٧٥	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٥	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٤	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٢	١,٤٢
	٠,٩٠	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٤	٢,٠١	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٦	١,٩٤	١,٩٣	١,٩٢	١,٩١	١,٩٠
	٠,٩٥	٢,٦٢	٢,٥٤	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٣	٢,٤٠	٢,٣٨	٢,٣٥	٢,٣٤	٢,٣٢	٢,٣١	٢,٣٠
	٠,٩٧٥	٣,١٨	٣,٠٧	٣,٠٢	٢,٩٦	٢,٩١	٢,٨٧	٢,٨٥	٢,٨٠	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٧٤	٢,٧٢
	٠,٩٩	٤,٠١	٣,٨٦	٣,٧٨	٣,٧٠	٣,٦٢	٣,٥٧	٣,٥٤	٣,٤٧	٣,٤٥	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٦

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د ١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٥	٠,٥٠	٠,٤٧٨	٠,٧٢٦	٠,٨٢٦	٠,٨٧٨	٠,٩١١	٠,٩٣٣	٠,٩٤٨	٠,٩٦٠	٠,٩٧٠	٠,٩٧٧	٠,٩٨٤	٠,٩٨٩
	٠,٧٥	١,٤٣	١,٥٢	١,٥٢	١,٥١	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٤
	٠,٩٠	٣,٠٧	٢,٧٠	٢,٤٩	٢,٣٩	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٦	٢,١٢	٢,٠٩	٢,٠٦	٢,٠٤	٢,٠٢
	٠,٩٥	٤,٥٤	٣,٦٨	٣,٢٩	٣,٠٦	٢,٩٠	٢,٧٩	٢,٧١	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٤	٢,٥١	٢,٤٨
	٠,٩٧٥	٦,٢٠	٤,٧٦	٤,١٥	٣,٨٠	٣,٥٨	٣,٤١	٣,٢٩	٣,٢٠	٣,١٢	٣,٠٦	٣,٠١	٢,٩٦
	٠,٩٩	٨,٦٨	٦,٣٦	٥,٤٢	٤,٨٩	٤,٥٦	٤,٣٢	٤,١٤	٤	٣,٨٩	٣,٨٠	٣,٧٣	٣,٦٧
٢٠	٠,٥٠	٠,٤٧٢	٠,٧١٨	٠,٨١٦	٠,٨٦٨	٠,٩٠٠	٠,٩٢٢	٠,٩٣٨	٠,٩٥٠	٠,٩٥٩	٠,٩٦٦	٠,٩٧٢	,٩٧٧
	٠,٧٥	١,٤٠	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٣	١,٤٢	١,٤١	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٩
	٠,٩٠	٢,٩٧	٢,٥٩	٢,٣٨	٢,٢٥	٢,١٦	٢,٠٩	٢,٠٤	٢	١,٩٦	١,٩٤	١,٩١	١,٨٩
	٠,٩٥	٤,٣٥	٣,٤٩	٣,١٠	٢,٨٧	٢,٧١	٢,٦٠	٢,٥١	٢,٤٥	٢,٣٩	٢,٣٥	٢,٣١	٢,٢٨
	٠,٩٧٥	٥,٨٧	٤,٤٦	٣,٨٦	٣,٥١	٣,٢٩	٣,١٣	٣,٠١	٢,٩١	٢,٨٤	٢,٧٧	٢,٧٢	٢,٦٨
	٠,٩٩	٨,١٠	٥,٨٥	٤,٩٤	٤,٤٣	٤,١٠	٣,٨٧	٣,٧٠	٣,٥٦	٣,٤٦	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢٣
٢٤	٠,٥٠	٠,٤٦٩	٠,٧١٤	٠,٨١٢	٠,٨٦٣	٠,٨٩٥	٠,٩١٧	٠,٩٣٢	٠,٩٤٤	٠,٩٥٣	٠,٩٦١	٠,٩٦٧	٠,٩٧٢
	٠,٧٥	١,٣٩	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٤	١,٤٣	١,٤١	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٨	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٦
	٠,٩٠	٢,٩٣	٢,٥٤	٢,٣٣	٢,١٩	٢,١٠	٢,٠٤	١,٩٨	١,٩٤	١,٩١	١,٨٨	١,٨٥	١,٨٣
	٠,٩٥	٤,٢٦	٣,٤٠	٣,٠١	٢,٧٨	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٤٢	٢,٣٦	٢,٣٠	٢,٢٥	٢,٢١	٢,١٨
	٠,٩٧٥	٥,٧٢	٤,٣٢	٣,٧٢	٣,٣٨	٣,١٥	٢,٩٩	٢,٨٧	٢,٧٨	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٤
	٠,٩٩	٧,٨٢	٥,٦١	٤,٧٢	٤,٢٢	٣,٩٠	٣,٦٧	٣,٥٠	٣,٣٦	٣,٢٦	٣,١٧	٣,٠٩	٣,٠٣
٣٠	٠,٥٠	٠,٤٦٦	٠,٧٠٩	٠,٨٠٧	٠,٨٥٨	٠,٨٩٠	٠,٩١٢	٠,٩٢٧	٠,٩٣٩	٠,٩٤٨	٠,٩٥٥	٠,٩٦١	٠,٩٦٦
	٠,٧٥	١,٣٨	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٢	١,٤١	١,٣٩	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٥	١,٣٤
	٠,٩٠	٢,٨٨	٢,٤٩	٢,٢٨	٢,١٤	٢,٠٥	١,٩٨	١,٩٣	١,٨٨	١,٨٥	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٧
	٠,٩٥	٤,١٧	٣,٣٢	٢,٩٢	٢,٦٩	٢,٥٣	٢,٤٢	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٦	٢,١٣	٢,٠٩
	٠,٩٧٥	٥,٥٧	٤,١٨	٣,٥٩	٣,٢٥	٣,٠٣	٢,٨٧	٢,٧٥	٢,٦٥	٢,٥٧	٢,٥١	٢,٤٦	٢,٤١
	٠,٩٩	٧,٥٦	٥,٣٩	٤,٥١	٤,٠٢	٣,٧٠	٣,٤٧	٣,٣٠	٣,١٧	٣,٠٧	٢,٩٨	٢,٩١	٢,٨٤

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
١٥	٠,٥٠	١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٥
	٠,٧٥	١,٤٣	١,٤١	١,٤١	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٩	١,٣٨	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٦
	٠,٩٠	١,٩٧	١,٩٢	١,٩٠	١,٨٧	١,٨٥	١,٨٣	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٦	١,٧٦
	٠,٩٥	٢,٤٠	٢,٣٣	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,٢٠	٢,١٨	٢,١٦	٢,١٢	٢,١١	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٧
	٠,٩٧٥	٢,٨٦	٢,٧٦	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٥	٢,٥٢	٢,٤٧	٢,٤٦	٢,٤٤	٢,٤١	٢,٤٠
	٠,٩٩	٣,٥٢	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢١	٣,١٣	٣,٠٨	٣,٠٥	٢,٩٨	٢,٩٦	٢,٩٢	٢,٨٩	٢,٨٧
٢٠	٠,٥٠	٠,٩٨٩	١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣
	٠,٧٥	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٤	١,٣٣	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣١	١,٣٠	١,٣٠	١,٢٩
	٠,٩٠	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٤	١,٧١	١,٦٩	١,٦٨	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٣	١,٦٢	١,٦١
	٠,٩٥	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٥	١,٩١	١,٩٠	١,٨٨	١,٨٦	١,٨٤
	٠,٩٧٥	٢,٥٧	٢,٤٦	٢,٤١	٢,٣٥	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,٢٢	٢,١٧	٢,١٦	٢,١٣	٢,١٠	٢,٠٩
	٠,٩٩	٣,٠٩	٢,٩٤	٢,٨٦	٢,٧٨	٢,٦٩	٢,٦٤	٢,٦١	٢,٥٤	٢,٥٢	٢,٤٨	٢,٤٤	٢,٤٢
٢٤	٠,٥٠	٠,٩٨٣	٠,٩٩٤	١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣
	٠,٧٥	١,٣٥	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٧	١,٢٦
	٠,٩٠	١,٧٨	١,٧٣	١,٧٠	١,٦٧	١,٦٤	١,٦٢	١,٦١	١,٥٨	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٤	١,٥٣
	٠,٩٥	٢,١١	٢,٠٣	١,٩٨	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٦	١,٨٤	١,٨٠	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٥	١,٧٣
	٠,٩٧٥	٢,٤٤	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠٢	٢,٠١	١,٩٨	١,٩٥	١,٩٤
	٠,٩٩	٢,٨٩	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٤٩	٢,٤٤	٢,٤٠	٢,٣٣	٢,٣١	٢,٢٧	٢,٢٤	٢,٢١
٣٠	٠,٥٠	٠,٩٧٨	٠,٩٨٩	٠,٩٩٤	١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢
	٠,٧٥	١,٣٢	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٦	١,٢٦	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٤	١,٢٣	١,٢٣
	٠,٩٠	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٤	١,٦١	١,٥٧	١,٥٥	١,٥٤	١,٥١	١,٥٠	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٦
	٠,٩٥	٢,٠١	١,٩٣	١,٨٩	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٤	١,٧٠	١,٦٨	١,٦٦	١,٦٤	١,٦٢
	٠,٩٧٥	٢,٣١	٢,٢٠	٢,١٤	٢,٠٧	٢,٠١	١,٩٧	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٧	١,٨٤	١,٨١	١,٧٩
	٠,٩٩	٢,٧٠	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٣٩	٢,٣٠	٢,٢٥	٢,٢١	٢,١٣	٢,١١	٢,٠٧	٢,٠٣	٢,٠١

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٤٠	٠,٥٠	٠,٤٦٣	٠,٧٠٥	٠,٨٠٢	٠,٨٥٤	٠,٨٨٥	٠,٩٠٧	٠,٩٢٢	٠,٩٣٤	٠,٩٤٣	٠,٩٥٠	,٩٥٦	٠,٩٦١
	٠,٧٥	١,٣٦	١,٤٤	١,٤٢	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٤	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١
	٠,٩٠	٢,٨٤	٢,٤٤	٢,٢٣	٢,٠٩	٢	١,٩٣	١,٨٧	١,٨٣	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٣	١,٧١
	٠,٩٥	٤,٠٨	٣,٢٣	٢,٨٤	٢,٦١	٢,٤٥	٢,٣٤	٢,٢٥	٢,١٨	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٤	٢
	٠,٩٧٥	٥,٤٢	٤,٠٥	٣,٤٦	٣,١٣	٢,٩٠	٢,٧٤	٢,٦٢	٢,٥٣	٢,٤٥	٢,٣٩	٢,٣٣	٢,٢٩
	٠,٩٩	٧,٣١	٥,١٨	٤,٣١	٣,٨٣	٣,٥١	٣,٢٩	٣,١٢	٢,٩٩	٢,٨٩	٢,٨٠	٢,٧٣	٢,٦٦
٦٠	٠,٥٠	٠,٤٦١	٠,٧٠١	٠,٧٩٨	٠,٨٤٩	٠,٨٨٠	٠,٩٠١	٠,٩١٧	٠,٩٢٨	٠,٩٣٧	٠,٩٤٥	,٩٥١	,٩٥٦
	٠,٧٥	١,٣٥	١,٤٢	١,٤١	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٩
	٠,٩٠	٢,٧٩	٢,٣٩	٢,١٨	٢,٠٤	١,٩٥	١,٨٧	١,٨٢	١,٧٧	١,٧٤	١,٧١	١,٦٨	١,٦٦
	٠,٩٥	٤	٣,١٥	٢,٧٦	٢,٥٣	٢,٣٧	٢,٢٥	٢,١٧	٢,١٠	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٥	١,٩٢
	٠,٩٧٥	٥,٢٩	٣,٩٣	٣,٣٤	٣,٠١	٢,٧٩	٢,٦٣	٢,٥١	٢,٤١	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢٢	٢,١٧
	٠,٩٩	٧,٠٨	٤,٩٨	٤,١٣	٣,٦٥	٣,٣٤	٣,١٢	٢,٩٥	٢,٨٢	٢,٧٢	٢,٦٣	٢,٥٦	٢,٥٠
١٢٠	٠,٥٠	٠,٤٥٨	,٦٩٧	٠,٧٩٣	٠,٨٤٤	٠,٨٧٥	٠,٨٩٦	٠,٩١٢	٠,٩٢٣	٠,٩٣٢	٠,٩٣٩	٠,٩٤٥	,٩٥٠
	٠,٧٥	١,٣٤	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٣	١,٣١	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٦
	٠,٩٠	٢,٧٥	٢,٣٥	٢,١٣	١,٩٩	١,٩٠	١,٨٢	١,٧٧	١,٧٢	١,٦٨	١,٦٥	١,٦٢	١,٦٠
	٠,٩٥	٣,٩٢	٣,٠٧	٢,٦٨	٢,٤٥	٢,٢٩	٢,١٨	٢,٠٩	٢,٠٢	١,٩٦	١,٩١	١,٨٧	١,٨٣
	٠,٩٧٥	٥,١٥	٣,٨٠	٣,٢٣	٢,٨٩	٢,٦٧	٢,٥٢	٢,٣٩	٢,٣٠	٢,٢٢	٢,١٦	٢,١٠	٢,٠٥
	٠,٩٩	٦,٨٥	٤,٧٩	٣,٩٥	٣,٤٨	٣,١٧	٢,٩٦	٢,٧٩	٢,٦٦	٢,٥٦	٢,٤٧	٢,٤٠	٢,٣٤
∞	٠,٥٠	٠,٤٥٥	٠,٦٩٣	٠,٧٨٩	٠,٨٣٩	٠,٨٧٠	٠,٨٩١	٠,٩٠٧	٠,٩١٨	٠,٩٢٧	٠,٩٣٤	٠,٩٣٩	٠,٩٤٥
	٠,٧٥	١,٣٢	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٣	١,٣١	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٤
	٠,٩٠	٢,٧١	٢,٣٠	٢,٠٨	١,٩٤	١,٨٥	١,٧٧	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٣	١,٦٠	١,٥٧	١,٥٥
	٠,٩٥	٣,٨٤	٣	٢,٦٠	٢,٣٧	٢,٢١	٢,١٠	٢,٠١	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٣	١,٧٩	١,٧٥
	٠,٩٧٥	٥,٠٢	٣,٦٩	٣,١٢	٢,٧٩	٢,٥٧	٢,٤١	٢,٢٩	٢,١٩	٢,١١	٢,٠٥	١,٩٩	١,٩٤
	٠,٩٩	٦,٦٣	٤,٦١	٣,٧٨	٣,٣٢	٣,٠٢	٢,٨٠	٢,٦٤	٢,٥١	٢,٤١	٢,٣٢	٢,٢٥	٢,١٨

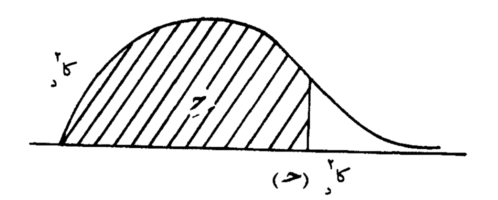
تابع جدول ٤
توزيع « ف »

$د_1$

$د_2$	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٤٠	٠,٥٠	٠,٩٧٢	٠,٩٨٣	٠,٩٨٩	٠,٩٩٤	١	١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢
	٠,٧٥	١,٣٠	١,٢٨	١,٢٦	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٣	١,٢٢	١,٢١	١,٢١	١,٢٠	١,١٩	١,١٩
	٠,٩٠	١,٦٦	١,٦١	١,٥٧	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٣	١,٤٢	١,٤١	١,٣٩	١,٣٨
	٠,٩٥	١,٩٢	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٥	١,٥٣	١,٥١
	٠,٩٧٥	٢,١٨	٢,٠٧	٢,٠١	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٣	١,٨٠	١,٧٤	١,٧٢	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤
	٠,٩٩	٢,٥٢	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٠	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٢	١,٩٤	١,٩٢	١,٨٧	١,٨٣	١,٨٠
٦٠	٠,٥٠	٠,٩٦٧	٠,٩٧٨	٠,٩٨٣	٠,٩٨٩	٠,٩٩٤	٠,٩٩٨	١	١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٢٧	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٢	١,٢١	١,٢٠	١,١٩	١,١٧	١,١٧	١,١٦	١,١٥	١,١٥
	٠,٩٠	١,٦٠	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨	١,٤٤	١,٤١	١,٤٠	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٣	١,٣١	١,٢٩
	٠,٩٥	١,٨٤	١,٧٥	١,٧٠	١,٦٥	١,٥٩	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٤	١,٤١	١,٣٩
	٠,٩٧٥	٢,٠٦	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٢	١,٧٤	١,٧٠	١,٦٧	١,٦٠	١,٥٨	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨
	٠,٩٩	٢,٣٥	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٣	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٤	١,٧٥	١,٧٣	١,٦٨	١,٦٣	١,٦٠
١٢٠	٠,٥٠	٠,٩٦١	٠,٩٧٢	٠,٩٧٨	٠,٩٨٣	٠,٩٨٩	٠,٩٩٢	٠,٩٩٤	١	١	١	١,٠١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٢٤	١,٢٢	١,٢١	١,١٩	١,١٨	١,١٧	١,١٦	١,١٤	١,١٣	١,١٢	١,١١	١,١٠
	٠,٩٠	١,٥٥	١,٤٨	١,٤٥	١,٤١	١,٣٧	١,٣٤	١,٣٢	١,٢٧	١,٢٦	١,٢٤	١,٢١	١,١٩
	٠,٩٥	١,٧٥	١,٦٦	١,٦١	١,٥٥	١,٥٠	١,٤٦	١,٤٣	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٢	١,٢٨	١,٢٥
	٠,٩٧٥	١,٩٥	١,٨٢	١,٧٦	١,٦٩	١,٦١	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٥	١,٤٣	١,٣٩	١,٣٤	١,٣١
	٠,٩٩	٢,١٩	٢,٠٣	١,٩٥	١,٨٦	١,٧٦	١,٧٠	١,٦٦	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٨	١,٤٢	١,٣٨
∞	٠,٥٠	٠,٩٥٦	٠,٩٦٧	٠,٩٧٢	٠,٩٧٨	٠,٩٨٣	٠,٩٨٧	٠,٩٨٩	٠,٩٩٣	٠,٩٩٤	٠,٩٩٧	٠,٩٩٩	١
	٠,٧٥	١,٢٢	١,١٩	١,١٨	١,١٦	١,١٤	١,١٣	١,١٢	١,٠٩	١,٠٨	١,٠٧	١,٠٤	١
	٠,٩٠	١,٤٩	١,٤٢	١,٣٨	١,٣٤	١,٣٠	١,٢٦	١,٢٤	١,١٨	١,١٧	١,١٣	١,٠٨	١
	٠,٩٥	١,٦٧	١,٥٧	١,٥٢	١,٤٦	١,٣٩	١,٣٥	١,٣٢	١,٢٤	١,٢٢	١,١٧	١,١١	١
	٠,٩٧٥	١,٨٣	١,٧١	١,٦٤	١,٥٧	١,٤٨	١,٤٣	١,٣٩	١,٣٠	١,٢٧	١,٢١	١,١٣	١
	٠,٩٩	٢,٠٤	١,٨٨	١,٧٩	١,٧٠	١,٥٩	١,٥٢	١,٤٧	١,٣٦	١,٣٢	١,٢٥	١,١٥	١

جـدول ٥

توزيع « كا^{٢}» chi - square distribution



القيم بالجدول هى قيم كا$^{٢}_{د}$ (ح) بحيث ح [س < كا$^{٢}_{د}$ (ح)] = ح

لدرجات الحرية (د) أكبر من ٣٠ يستخدم تقريب التوزيع الطبيعى :

$$كا^{٢}_{د}(ح) = د \left[١ - \frac{٢}{٩د} + ط(ح) \frac{٢}{٩د} \right]^{٣}$$

حيث ط (ح) هى قيمة المتغير الطبيعى المعيارى .

جدول ٥
توزيع « كا٢ »

د / ح	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٨٠	٠,٧٠
١	١٠,٨٢٧	٧,٨٧٩	٦,٦٣٥	٥,٠٢٤	٣,٨٤١	٢,٧٠٦	١,٦٤٢	١,٠٧٤
٢	١٣,٨١٥	١٠,٦٠	٩,٢١٠	٧,٣٧٨	٥,٩٩١	٤,٦٠٥	٣,٢١٩	٢,٤٠٨
٣	١٦,٢٦٨	١٢,٨٤	١١,٣٤٥	٩,٣٤٨	٧,٨١٥	٦,٢٥١	٤,٦٤٢	٣,٦٦٥
٤	١٨,٤٦٥	١٤,٨٦	١٣,٢٧٧	١١,١٤	٩,٤٨٨	٧,٧٧٩	٥,٩٨٩	٤,٨٧٨
٥	٢٠,٥١٧	١٦,٧٥	١٥,٠٨٦	١٢,٨٣	١١,٠٧٠	٩,٢٣٦	٧,٢٨٩	٦,٠٦٤
٦	٢٢,٤٥٧	١٨,٥٥	١٦,٨١٢	١٤,٤٥	١٢,٥٩٢	١٠,٦٤٥	٨,٥٥٨	٧,٢٣١
٧	٢٤,٣٢٢	٢٠,٢٨	١٨,٤٧٥	١٦,٠١	١٤,٠٦٧	١٢,٠١٧	٩,٨٠٣	٨,٣٨٣
٨	٢٦,١٢٥	٢١,٩٥	٢٠,٠٩٠	١٧,٥٣	١٥,٥٠٧	١٣,٣٦٢	١١,٠٣٠	٩,٥٢٤
٩	٢٧,٨٧٧	٢٣,٥٩	٢١,٦٦٦	١٩,٠٢	١٦,٩١٩	١٤,٦٨٤	١٢,٢٤٢	١٠,٦٥٦
١٠	٢٩,٥٨٨	٢٥,١٩	٢٣,٢٠٩	٢٠,٤٨	١٨,٣٠٧	١٥,٩٨٧	١٣,٤٤٢	١١,٧٨١
١١	٣١,٢٦٤	٢٦,٧٦	٢٤,٧٢٥	٢١,٩٢	١٩,٦٧٥	١٧,٢٧٥	١٤,٦٣١	١٢,٨٩٩
١٢	٣٢,٩٠٩	٢٨,٣٠	٢٦,٢١٧	٢٣,٣٤	٢١,٠٢٦	١٨,٥٤٩	١٥,٨١٢	١٤,٠١١
١٣	٣٤,٥٢٨	٢٩,٨٢	٢٧,٦٨٨	٢٤,٧٤	٢٢,٣٦٢	١٩,٨١٢	١٦,٩٨٥	١٥,١١٩
١٤	٣٦,١٢٣	٣١,٣٢	٢٩,١٤١	٢٦,١٢	٢٣,٦٨٥	٢١,٠٦٤	١٨,١٥١	١٦,٢٢٢
١٥	٣٧,٦٩٧	٣٢,٨٠	٣٠,٥٧٨	٢٧,٤٩	٢٤,٩٩٦	٢٢,٣٠٧	١٩,٣١١	١٧,٣٢٢
١٦	٣٩,٢٥٢	٣٤,٢٧	٣٢,٠٠٠	٢٨,٨٥	٢٦,٢٩٦	٢٣,٥٤٢	٢٠,٤٦٥	١٨,٤١٨
١٧	٤٠,٧٩٠	٣٥,٧٢	٣٣,٤٠٩	٣٠,١٩	٢٧,٥٨٧	٢٤,٧٦٩	٢١,٦١٥	١٩,٥١١
١٨	٤٢,٣١٢	٣٧,١٦	٣٤,٨٠٥	٣١,٥٣	٢٨,٩٦٩	٢٥,٩٨٩	٢٢,٧٦٠	٢٠,٦٠١
١٩	٤٣,٨٢٠	٣٨,٥٨	٣٦,١٩١	٣٢,٨٥	٣٠,١٤٤	٢٧,٢٠٤	٢٣,٩٠٠	٢١,٦٨٩
٢٠	٤٥,٣١٥	٤٠,٠٠٠	٣٧,٥٦٦	٣٤,١٧	٣١,٤١٠	٢٨,٤١٢	٢٥,٠٣٨	٢٢,٧٧٥
٢١	٤٦,٧٩٧	٤١,٤٠	٣٨,٩٣٢	٣٥,٤٨	٣٢,٦٧١	٢٩,٦١٥	٢٦,١٧١	٢٣,٨٥٨
٢٢	٤٨,٢٦٨	٤٢,٨٠	٤٠,٢٨٩	٣٦,٤٨	٣٣,٩٢٤	٣٠,٨١٣	٢٧,٣٠١	٢٤,٩٣٩
٢٣	٤٩,٧٢٨	٤٤,١٨	٤١,٦٣٨	٣٨,٠٨	٣٥,١٧٢	٣٢,٠٠٧	٢٨,٤٢٩	٢٦,٠١٨
٢٤	٥١,١٧٩	٤٥,٥٦	٤٢,٩٨٠	٣٩,٣٦	٣٦,٤١٥	٣٣,١٩٦	٢٩,٥٥٣	٢٧,٠٩٦
٢٥	٥٢,٦٢٠	٤٦,٩٣	٤٤,٣١٤	٤٠,٦٥	٣٧,٦٥٢	٣٤,٣٨٢	٣٠,٦٧٥	٢٨,١٧٢
٢٦	٥٤,٠٥٢	٤٨,٢٩	٤٥,٦٤٢	٤١,٩٢	٣٨,٨٨٥	٣٥,٥٦٣	٣١,٧٩٥	٢٩,٢٤٦
٢٧	٥٥,٤٧٦	٤٩,٦٤	٤٦,٩٦٣	٤٣,١٩	٤٠,١١٣	٣٦,٧٤١	٣٢,٩١٢	٣٠,٣١٩
٢٨	٥٦,٨٩٣	٥٠,٩٩	٤٨,٢٧٨	٤٤,٤٦	٤١,٣٣٧	٣٧,٩١٦	٣٤,٠٢٧	٣١,٣٩١
٢٩	٥٨,٣٠٢	٥٢,٣٤	٤٩,٥٨٨	٤٥,٧٢	٤٢,٥٥٧	٣٩,٠٨٧	٣٥,١٣٩	٣٢,٤٦١
٣٠	٥٩,٧٠٣	٥٣,٦٧	٥٠,٨٩٢	٤٦,٩٨	٤٣,٧٧٣	٤٠,٢٥٦	٣٦,٢٥٠	٣٣,٥٣٠

جدول ٥

توزيع « كا^{٢} »

د/ح	٠,٥٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥
١	٠,٤٥٥	٠,١٤٨	٠,٠٦٤٢	٠,٠١٥٨	٠,٣٩٣	,٠٠٠٩٨	,٠٠٠١٦	,٠٠٠٠٣٩
٢	١,٣٨٦	٠,٧١٣	٠,٤٤٦	٠,٢١١	٠,١٠٣	,٠٥١	٠,٠٢٠١	٠,٠١٠
٣	٢,٣٦٦	١,٤٢٤	١,٠٠٥	٠,٥٨٤	٠,٣٥٢	٠,٢٢	٠,١١٥	٠,٠٧
٤	٣,٣٥٧	٢,١٩٥	١,٦٤٩	١,٠٦٤	٠,٧١١	٠,٤٨	٠,٢٩٧	٠,٢١
٥	٤,٣٥١	٣,٠٠	٢,٣٤٣	١,٦١٠	١,١٤٥	٠,٨٣	,٥٥٤	٠,٤١
٦	٥,٣٤٨	٣,٨٢٨	٣,٠٧٠	٢,٢٠٤	١,٦٣٥	١,٢٤	٠,٨٧٢	٠,٦٨
٧	٦,٣٤٦	٤,٦٧١	٣,٨٢٢	٢,٨٣٣	٢,١٦٧	١,٦٩	١,٢٣٩	٠,٩٩
٨	٧,٣٤٤	٥,٥٢٧	٤,٥٩٤	٣,٤٩٠	٢,٧٣٣	٢,١٨	١,٦٤٦	١,٣٤
٩	٨,٣٤٣	٦,٣٩٣	٥,٣٨٠	٤,١٦٨	٣,٣٢٥	٢,٧٠	٢,٠٨٨	١,٧٣
١٠	٩,٣٤٢	٧,٢٦٧	٦,١٧٩	٤,٨٦٥	٣,٩٤٠	٣,٢٥	٢,٥٥٨	٢,١٦
١١	١٠,٣٤١	٨,١٤٨	٦,٩٨٩	٥,٥٧٨	٤,٥٧٥	٣,٨٢	٣,٠٥٣	٢,٦٠
١٢	١١,٣٤٠	٩,٠٣٤	٧,٨٠٧	٦,٣٠٤	٥,٢٢٦	٤,٤٠	٣,٥٧١	٣,٧٠
١٣	١٢,٣٤٠	٩,٩٢٦	٨,٦٣٤	٧,٠٤٢	٥,٨٩٢	٥,٠١	٤,١٠٧	٣,٥٧
١٤	١٣,٣٣٩	١٠,٨٢١	٩,٤٦٧	٧,٧٩٠	٦,٥٧١	٥,٦٣	٤,٦٦٠	٤,٠٧
١٥	١٤,٣٣٩	١١,٧٢١	١٠,٣٠٧	٨,٥٤٧	٧,٢٦١	٦,٢٦	٥,٢٢٩	٤,٦٠
١٦	١٥,٣٣٨	١٢,٦٢٤	١١,١٥٢	٩,٣١٢	٧,٩٦٢	٦,٩١	٥,٨١٢	٥,١٤
١٧	١٦,٣٣٨	١٣,٥٣١	١٢,٠٠٢	١٠,٠٨٥	٨,٦٧٢	٧,٥٧	٦,٤٠٨	٥,٧٠
١٨	١٧,٣٣٨	١٤,٤٤٠	١٢,٨٥٧	١٠,٨٦٥	٩,٣٩٠	٨,٢٣	٧,٠١٥	٦,٢٦
١٩	١٨,٣٣٨	١٥,٣٥٢	١٣,٧١٦	١١,٦٥١	١٠,١١٧	٨,٩١	٧,٦٣٣	٦,٨٥
٢٠	١٩,٣٣٧	١٦,٢٦٦	١٤,٥٧٨	١٢,٤٤٣	١٠,٨٥١	٩,٥٩	٨,٢٦٠	٧,٤٣
٢١	٢٠,٣٣٧	١٧,١٨٢	١٥,٤٤٥	١٣,٢٤٠	١١,٥٩١	١٠,٢٨	٨,٨٩٧	٨,٠٤
٢٢	٢١,٣٣٧	١٨,١٠١	١٦,٣١٤	١٤,٠٤١	١٢,٣٣٨	١٠,٩٨	٩,٥٤٢	٨,٦٤
٢٣	٢٢,٣٣٧	١٩,٠٢١	١٧,١٨٧	١٤,٨٤٨	١٣,٠٩١	١١,٦٩	١٠,١٩٦	٩,٢٦
٢٤	٢٣,٣٣٧	١٩,٩٤٣	١٨,٠٦٢	١٥,٦٥٩	١٣,٨٤٨	١٢,٤٠	١٠,٨٥٦	٩,٨٩
٢٥	٢٤,٣٣٧	٢٠,٨٦٧	١٨,٩٤٠	١٦,٤٧٣	١٤,٦١١	١٣,١٢	١١,٥٢٤	١٠,٥٢
٢٦	٢٥,٣٣٦	٢١,٧٩٢	١٩,٨٢٠	١٧,٢٩٢	١٥,٣٧٩	١٣,٨٤	١٢,١٩٨	١١,١٦
٢٧	٢٦,٣٣٦	٢٢,٧١٩	٢٠,٧٠٣	١٨,١١٤	١٦,١٥١	١٤,٥٧	١٢,٨٧٩	١١,٨١
٢٨	٢٧,٣٣٦	٢٣,٦٤٧	٢١,٥٨٨	١٨,٩٣٩	١٦,٩٢٨	١٥,٣١٧	١٣,٥٦٥	١٢,٤٦
٢٩	٢٨,٣٣٦	٢٤,٥٧٧	٢٢,٤٧٥	١٩,٧٦٨	١٧,٧٠٨	١٦,٠٥	١٤,٢٥٦	١٣,١٢
٣٠	٢٩,٣٣٦	٢٥,٥٠٨	٢٣,٣٦٤	٢٠,٥٩٩	١٨,٤٩٣	١٦,٧٩	١٤,٩٥٣	١٣,٧٩

جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

The hypergeometric distribution

الجدول يعرض الاحتمال $ح_{ن،ب،أ}(س)$ وكذا $ح_{ن،ب،أ}(س)$ ويقتصر على حالة ن = ١٠

العلامة العشرية محذوفة لتبسيط العرض ــ تقسم القيم على ١,٠٠٠,٠٠٠

لزيادة الانتفاع بالجداول يمكن الاستعانة بالعلاقات التالية :

$$ح_{ن،ب،أ}(س) = ح_{ن،أ،ب}(س)$$

$$ح_{ن،ب،أ}(س) = ح_{ن،أ،ب}(س)$$

يمكن الاستعانة بتقريب توزيع ذى الحدين ــ وذلك فى حالة توافر الشروط المحددة لذلك ، حيث :

$$ح_{ن،ب،أ}(س) \approx ح_{ب،\frac{أ}{ن}}(س)$$

ح (س)	ح (س)	س	أ	ب
٩٠٠ ٠٠٠	٩٠٠ ٠٠٠	٠	١	١
١ ٠٠٠ ٠٠٠	١٠٠ ٠٠٠	١	١	١
٨٠٠ ٠٠٠	٨٠٠ ٠٠٠	٠	١	٢
١ ٠٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠	١	١	٢
٦٢٢ ٢٢٢	٦٢٢ ٢٢٢	٠	٢	٢
٩٧٧ ٧٧٨	٣٥٥ ٥٥٦	١	٢	٢
١ ٠٠٠ ٠٠٠	٢٢ ٢٢٢	٢	٢	٢
٧٠٠ ٠٠٠	٧٠٠ ٠٠٠	٠	١	٣
١ ٠٠٠ ٠٠٠	٣٠٠ ٠٠٠	١	١	٣
٤٦٦ ٦٦٧	٤٦٦ ٦٦٧	٠	٢	٣

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٣	٢	١	٤٦٦ ٦٦٧	٩٣٣ ٣٣٣
٣	٢	٢	٠٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٣	٣	٠	٢٩١ ٦٦٧	٢٩١ ٦٦٧
٣	٣	١	٥٢٥ ٠٠٠	٨١٦ ٦٦٧
٣	٣	٢	١٧٥ ٠٠٠	٩٩١ ٦٦٧
٣	٣	٣	٠٠٨ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	١	٠	٦٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٤	١	١	٤٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٢	٠	٣٣٣ ٣٣٣	٣٣٣ ٣٣٣
٤	٢	١	٥٣٣ ٣٣٣	٨٦٦ ٦٦٧
٤	٢	٢	١٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٣	٠	١٦٦ ٦٦٧	١٦٦ ٦٦٧
٤	٣	١	٥٠٠ ٠٠٠	٦٦٦ ٦٦٧
٤	٣	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٩٦٦ ٦٦٧
٤	٣	٣	٠٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٤	٠	٠٧١ ٤٢٩	٠٧١ ٤٢٩
٤	٤	١	٣٨٠ ٩٥٢	٤٥٢ ٣٨١
٤	٤	٢	٤٢٨ ٥٧١	٨٨٠ ٩٥٢
٤	٤	٣	١١٤ ٢٨٦	٩٩٥ ٢٣٨
٤	٤	٤	٠٠٤ ٧٦٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	١	٠	٥٠٠ ٠٠٠	٥٠٠ ٠٠٠
٥	١	١	٥٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٢	٠	٢٢٢ ٢٢٢	٢٢٢ ٢٢٢

تابع جدول ٦
التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٥	٢	١	٥٥٥ ٥٥٦	٧٧٧ ٧٧٨
٥	٢	٢	٢٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٣	٠	٠٨٣ ٣٣٣	٠٨٣ ٣٣٣
٥	٣	١	٤١٦ ٦٦٧	٥٠٠ ٠٠٠
٥	٣	٢	٤١٦ ٦٦٧	٩١٦ ٦٦٧
٥	٣	٣	٠٨٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٤	٠	٠٢٣ ٨١٠	٠٢٣ ٨١٠
٥	٤	١	٢٣٨ ٠٩٥	٢٦١ ٩٠٥
٥	٤	٢	٤٧٦ ١٩٠	٧٣٨ ٠٩٥
٥	٤	٣	٢٣٨ ٠٩٥	٩٧٦ ١٩٠
٥	٤	٤	٠٢٣ ٨١٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٥	٠	٠٠٣ ٩٦٨	٠٠٣ ٩٦٨
٥	٥	١	٠٩٩ ٢٠٦	١٠٣ ١٧٥
٥	٥	٢	٣٩٦ ٨٢٥	٥٠٠ ٠٠٠
٥	٥	٣	٣٩٦ ٨٢٥	٨٩٦ ٨٢٥
٥	٥	٤	٠٩٩ ٢٠٦	٩٩٦ ٠٣٢
٥	٥	٥	٠٠٣ ٩٦٨	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	١	٠	٤٠٠ ٠٠٠	٤٠٠ ٠٠٠
٦	١	١	٦٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٢	٠	١٣٣ ٣٣٣	١٣٣ ٣٣٣
٦	٢	١	٥٣٣ ٣٣٣	٦٦٦ ٦٦٧
٦	٢	٢	٣٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٣	٠	٠٣٣ ٣٣٣	٠٣٣ ٣٣٣

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٦	٣	١	٣٠٠٠٠٠	٣٣٣٣٣٣
٦	٣	٢	٥٠٠٠٠٠	٨٣٣٣٣٣
٦	٣	٣	١٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٤	٠	٠٠٤ ٧٦٢	٠٠٤ ٧٦٢
٦	٤	١	١١٤ ٢٨٦	١١٩ ٠٤٨
٦	٤	٢	٤٢٨ ٥٧١	٥٤٧ ٦١٩
٦	٤	٣	٣٨٠ ٩٥٢	٩٢٨ ٥٧١
٦	٤	٤	٠٧١ ٤٢٩	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٥	١	٠٢٣ ٨١٠	٠٢٣ ٨١٠
٦	٥	٢	٢٣٨ ٠٩٥	٢٦١ ٩٠٥
٦	٥	٣	٤٧٦ ١٩٠	٧٣٨ ٠٩٥
٦	٥	٤	٢٣٨ ٠٩٥	٩٧٦ ١٩٠
٦	٥	٥	٠٢٣ ٨١٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٦	٢	٠٧١ ٤٢٩	٠٧١ ٤٢٩
٦	٦	٣	٣٨٠ ٩٥٢	٤٥٢ ٣٨١
٦	٦	٤	٤٢٨ ٥٧١	٨٨٠ ٩٥٢
٦	٦	٥	١١٤ ٢٨٦	٩٩٥ ٢٣٨
٦	٦	٦	٠٠٤ ٧٦٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	١	٠	٣٠٠ ٠٠٠	٣ ٠٠ ٠٠٠
٧	٧	١	٧٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٢	٠	٠٦٦ ٦٦٧	٠٦٦ ٦٦٧
٧	٢	١	٤٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٧	٢	٢	٤٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٣	٠	٠٠٨ ٣٣٣	٠٠٨ ٣٣٣

تابع جدول ٦
التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٧	٣	١	١٧٥ ٠٠٠	١٨٣ ٣٣٣
٧	٣	٢	٥٢٥ ٠٠٠	٧٠٨ ٣٣٣
٧	٣	٣	٢٩١ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٤	١	٠٣٣ ٣٣٣	٠٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٣٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٣	٥٠٠ ٠٠٠	٨٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٤	١٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٥	٢	٠٨٣ ٣٣٣	٠٨٣ ٣٣٣
٧	٥	٣	٤١٦ ٦٦٧	٥٠٠ ٠٠٠
٧	٥	٤	٤١٦ ٦٦٧	٩١٦ ٦٦٧
٧	٥	٥	٠٨٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٦	٣	١٦٦ ٦٦٧	١٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٤	٥٠٠ ٠٠٠	٦٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٥	٣٠٠ ٠٠٠	٩٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٦	٠٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٧	٤	٢٩١ ٦٦٧	٢٩١ ٦٦٧
٧	٧	٥	٥٢٥ ٠٠٠	٨١٦ ٦٦٧
٧	٧	٦	١٧٥ ٠٠٠	٩٩١ ٦٦٧
٧	٧	٧	٠٠٠ ٨٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	١	٠	٢٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠
٨	١	١	٨٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٢	٠	٠٢٢ ٢٢٢	٠٢٢ ٢٢٢
٨	٢	١	٣٥٥ ٥٥٦	٣٧٧ ٧٧٨
٨	٢	٢	٦٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٨	٣	١	٠٦٦ ٦٦٧	٠٦٦ ٦٦٧
٨	٣	٢	٤٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٨	٣	٣	٤٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٤	٢	١٣٣ ٣٣٣	١ ٣٣٣ ٣٣٣
٨	٤	٣	٥٣٣ ٣٣٣	٦٦٦ ٦٦٧
٨	٤	٤	٣٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٥	٣	٢٢٢ ٢٢٢	٢٢٢ ٢٢٢
٨	٥	٤	٥٥٥ ٥٥٦	٧٧٧ ٧٧٨
٨	٥	٥	٢٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٦	٤	٣٣٣ ٣٣٣	٣٣٣ ٣٣٣
٨	٦	٥	٥٣٣ ٣٣٣	٨٦٦ ٦٦٧
٨	٦	٦	١٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٧	٥	٤٦٦ ٦٦٧	٤٦٦ ٦٦٧
٨	٧	٦	٤٦٦ ٦٦٧	٩٣٣ ٣٣٣
٨	٧	٧	٠٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٨	٦	٦٢٢ ٢٢٢	٦٢٢ ٢٢٢
٨	٨	٧	٣٥٥ ٥٥٦	٩٧٧ ٧٧٨
٨	٨	٨	٠٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	١	٠	١٠٠ ٠٠٠	١٠٠ ٠٠٠
٩	١	١	٩٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٢	١	٢٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠
٩	٢	٢	٨٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٣	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٣٠٠ ٠٠٠
٩	٣	٣	٧٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	أ	س	ح (س)	ح (س)
٩	٤	٣	٤٠٠ ٠٠٠	٤٠٠ ٠٠٠
٩	٤	٤	٦٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٥	٤	٥٠٠ ٠٠٠	٥٠٠ ٠٠٠
٩	٥	٥	٥٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٦	٥	٦٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٩	٦	٦	٤٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٧	٦	٧٠٠ ٠٠٠	٧٠٠ ٠٠٠
٩	٧	٧	٣٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٨	٧	٨٠٠ ٠٠٠	٨٠٠ ٠٠٠
٩	٨	٨	٢٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٩	٨	٩٠٠ ٠٠٠	٩٠٠ ٠٠٠
٩	٩	٩	١٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠

جـدول ٧

احتمالات الجداول الرباعية

Probabilities for Fourfold tables

ن حجم العينة الكلى
$ى_١$ أقل تكرار بين الصفوف والأعمدة
$ى_٢$ أقل تكرار بعد $ى_١$
س تكرار الخلية المناظرة لأقل تكرارين

	س

$ى_١$ (على يمين الجدول)، $ى_٢$ و ن (أسفل الجدول)

والجداول تستخدم فى اختبار فيشر Fisher's exact test وتوضح الاحتمالات التالية (ن ≥ ١٥) .

المشاهد : وهو الاحتمال المتجمع للحالة المشاهدة والحالات الأخرى الأكثر تطرفا فى نفس الاتجاه .

الأخرى : وهو احتمال الحالات الأخرى الأكثر تطرفا فى الاتجاه المعاكس .

الجداول تغطى الحالات لقيم ن ≥ ١٥ . لقيم ن الكبيرة ، $ى_١$ ، $ى_٢$ يمكن استخدام قيم $كا^٢$ لتحديد المنطقة الحرجة وهى تعطى نفس الاحتمالات تقريبا .

تابع جدول ٧

احتمالات الجداول الرباعية

ن	ی١	ی٢	س	احتمال			ن	ی١	ی٢	س	احتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
٢	١	١	٠	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١	٦	١	٣	٠	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
٣	١	١	٠	٠,٦٦٧	٠,٣٣٣	١	٦	٢	٢	٠	٠,٤٠٠	٠,٠٦٧	٠,٤٦٧
			١	٠,٣٣٣	٠,٠٠٠	٠,٣٣٣				١	٠,٦٠٠	٠,٤٠٠	١
٤	١	١	٠	٠,٧٥٠	٠,٢٥٠	١				٢	٠,٠٦٧	٠,٠٠٠	٠,٠٦٧
			١	٠,٢٥٠	٠,٠٠٠	٠,٢٥٠	٦	٢	٣	٠	٠,٢٠٠	٠,٢٠٠	٠,٤٠٠
٤	١	٢	٠	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				١	٠,٨٠٠	٠,٨٠٠	١
			١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٢	٠,٢٠٠	٠,٢٠٠	٠,٤٠٠
٤	٢	٢	٠	٠,١٦٧	٠,١٦٧	٠,٣٣٣	٦	٣	٣	٠	٠,٠٥٠	٠,٠٥٠	٠,١٠٠
			١	٠,٨٣٣	٠,٨٣٣	١				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			٢	٠,١٦٧	٠,١٦٧	٠,٣٣٣				٢	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
٥	١	١	٠	٠,٨٠٠	٠,٢٠٠	١				٣	٠,٠٥٠	٠,٠٥٠	٠,١٠٠
			١	٠,٢٠٠	٠,٠٠٠	٠,٢٠٠	٧	١	١	٠	٠,٨٥٧	٠,١٤٣	١
٥	١	٢	٠	٠,٦٠٠	٠,٤٠٠	١				١	٠,١٤٣	٠,٠٠٠	٠,١٤٣
			١	٠,٤٠٠	٠,٠٠٠	٠,٤٠٠	٧	١	٢	٠	٠,٧١٤	٠,٢٨٦	١
٥	٢	٢	٠	٠,٣٠٠	٠,١٠٠	٠,٤٠٠				١	٠,٢٨٦	٠,٠٠٠	٠,٢٨٦
			١	٠,٧٠٠	٠,٣٠٠	١	٧	١	٣	٠	٠,٥٧١	٠,٤٢٩	١
			٢	٠,١٠٠	٠,٠٠٠	٠,١٠٠				١	٠,٤٢٩	٠,٠٠٠	٠,٤٢٩
٦	١	١	٠	٠,٨٣٣	٠,١٦٧	١	٧.	٢	٢	٠	٠,٤٧٦	٠,٠٤٨	٠,٥٢٤
			١	٠,١٦٧	٠,٠٠٠	٠,١٦٧				١	٠,٥٢٤	٠,٤٧٦	١
٦	١	٢	٠	٠,٦٦٧	٠,٣٣٣	١				٢	٠,٠٤٨	٠,٠٠٠	٠,٠٤٨
			١	٠,٣٣٣	٠,٠٠٠	٠,٣٣٣	٧	٢	٣	٠	٠,٢٨٦	٠,١٤٣	٠,٤٢٩

تابع جدول ٧

إحتمالات الجداول الرباعية

ن	ى١	ى٢	س	إحتمال			ن	ى١	ى٢	س	إحتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
٧	٢	٣	١	٠,٧١٤	٠,٢٨٦	١	٨	٢	٤	٢	٠,٢١٤	٠,٢١٤	٠,٤٢٩
			٢	٠,١٤٣	٠,٠٠٠	٠,١٤٣	٨	٣	٣	٠	٠,١٧٩	٠,٠١٨	٠,١٩٦
٧	٣	٣	٠	٠,١١٤	٠,٠٢٩	٠,١٤٣				١	٠,٧١٤	٠,٢٨٦	١
			١	٠,٦٢٩	٠,٣٧١	١				٢	٠,٢٨٦	٠,١٧٩	٠,٤٦٤
			٢	٠,٣٧١	٠,١١٤	٠,٤٨٦				٣	٠,٠١٨	٠,٠٠٠	٠,٠١٨
			٣	٠,٠٢٩	٠,٠٠٠	٠,٠٢٩	٨	٣	٤	٠	٠,٠٧١	٠,٠٧١	٠,١٤٣
٨	١	١	٠	٠,٨٧٥	٠,١٢٥	١				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			١	٠,١٢٥	٠,٠٠٠	٠,١٢٥				٢	,٥٠٠	,٥٠٠	١
٨	١	٢	٠	٠,٧٥٠	٠,٢٥٠	١				٣	٠,٠٧١	٠,٠٧١	٠,١٤٣
			١	٠,٢٥٠	٠,٠٠٠	٠,٢٥٠	٨	٤	٤	٠	٠,٠١٤	٠,٠١٤	٠,٠٢٩
٨	١	٣	٠	٠,٦٢٥	٠,٣٧٥	١				١	٠,٢٤٣	٠,٢٤٣	٠,٤٨٦
			١	٠,٣٧٥	٠,٠٠٠	٠,٣٧٥				٢	٠,٧٥٧	٠,٧٥٧	١
٨	١	٤	٠	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٣	٠,٢٤٣	٠,٢٤٣	٠,٤٨٦
			١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٤	٠,٠١٤	٠,٠١٤	٠,٠٢٩
٨	٢	٢	٠	٠,٥٣٦	٠,٤٦٤	١	٩	١	١	٠	٠,٨٨٩	٠,١١١	١
			١	٠,٤٦٤	٠,٥٣٦	١				١	٠,١١١	٠,٠٠٠	٠,١١١
			٢	٠,٠٣٦	٠,٠٠٠	٠,٠٣٦	٩	١	٢	٠	٠,٧٧٨	٠,٢٢٢	١
٨	٢	٣	٠	٠,٣٥٧	٠,١٠٧	٠,٤٦٤				١	٠,٢٢٢	٠,٠٠٠	٠,٢٢٢
			١	٠,٦٤٣	٠,٣٥٧	١	٩	١	٣	٠	٠,٦٦٧	٠,٣٣٣	١
			٢	٠,١٠٧	٠,٠٠٠	٠,١٠٧				١	٠,٣٣٣	٠,٠٠٠	٠,٣٣٣
٨	٢	٤	٠	٠,٢١٤	٠,٢١٤	٠,٤٢٩	٩	١	٤	٠	٠,٥٥٦	٠,٤٤٤	١
			١	٠,٧٨٦	٠,٧٨٦	١				١	٠,٤٤٤	٠,٠٠٠	٠,٤٤٤

تابع جدول ٧

احتمالات الجداول الرباعية

ن	ى١	ى٢	س	احتمال			ن	ى١	ى٢	س	احتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
٩	٢	٢	٠	٠,٥٨٣	٠,٤١٧	١	١٠	١	١	٠	٠,٩٠٠	٠,١٠٠	١
			١	٠,٤١٧	٠,٠٠٠	٠,٤١٧				١	٠,١٠٠	٠,٠٠٠	٠,١٠٠
			٢	٠,٠٢٨	٠,٠٠٠	٠,٠٢٨	١٠	١	٢	٠	٠,٨٠٠	٠,٢٠٠	١
٩	٢	٣	٠	٠,٤١٧	٠,٠٨٣	٠,٥٠٠				١	٠,٢٠٠	٠,٠٠٠	٠,٢٠٠
			١	٠,٥٨٣	٠,٤١٧	١	١٠	١	٣	٠	٠,٧٠٠	٠,٣٠٠	١
			٢	٠,٠٨٣	٠,٠٠٠	٠,٠٨٣				١	٠,٣٠٠	٠,٠٠٠	٠,٣٠٠
٩	٢	٤	٠	٠,٢٧٨	٠,١٦٧	٠,٤٤٤	١٠	١	٤	٠	٠,٦٠٠	٠,٤٠٠	١
			١	٠,٧٢٢	٠,٢٧٨	١				١	٠,٤٠٠	٠,٠٠٠	٠,٤٠٠
			٢	٠,١٦٧	٠,٠٠٠	٠,١٦٧	١٠	١	٥	٠	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
٩	٣	٣	٠	٠,٢٣٨	٠,٢٢٦	٠,٤٦٤				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			١	٠,٧٧٤	٠,٧٧٤	١	١٠	٢	٢	٠	٠,٦٢٢	.٠٣٧٨	١
			٢	٠,٢٢٦	٠,٢٣٨	٠,٤٦٤				١	٠,٣٧٨	٠,٠٠٠	٠,٣٧٨
			٣	٠,٠١٢	٠,٠٠٠	٠,٠١٢				٢	٠,٠٢٢	٠,٠٠٠	٠,٠٢٢
٩	٣	٤	٠	٠,١١٩	٠,٠٤٨	٠,١٦٧	١٠	٢	٣	٠	٠,٤٦٧	٠,٠٦٧	٠,٥٣٣
			١	٠,٥٩٥	٠,٤٥٠	١				١	٠,٥٣٣	٠,٤٦٧	١
			٢	٠,٤٠٥	٠,١١٩	٠,٥٢٤				٢	٠,٠٦٧	٠,٠٠٠	٠,٠٦٧
			٣	٠,٠٤٨	٠,٠٠٠	٠,٠٤٨	١٠	٢	٤	٠	٠,٣٣٣	٠,١٣٣	٠,٤٦٧
٩	٤	٤	٠	٠,٠٤٠	٠,٠٠٨	٠,٠٤٨				١	٠,٦٦٧	٠,٣٣٣	١
			١	٠,٣٥٧	٠,١٦٧	٠,٥٢٤				٢	٠,١٣٣	٠,٠٠٠	٠,١٣٣
			٢	٠,٦٤٣	٠,٣٥٧	١	١٠	٢	٥	٠	٠,٢٢٢	٠,٢٢٢	٠,٤٤٤
			٣	٠,١٦٧	٠,٠٤٠	٠,٢٠٦				١	٠,٧٧٨	٠,٧٧٨	١
			٤	٠,٠٠٨	٠,٠٠٠	٠,٠٠٨				٢	٠,٢٢٢	٠,٢٢٢	٠,٤٤٤

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

ن	ى١	ى٢	س	احتمال			ن	ى١	ى٢	س	احتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
١٠	٣	٣	٠	٠٫٢٩٢	٠٫١٨٣	٠٫٤٧٥	١٠	٥	٥	٠	٠٫٠٠٤	٠٫٠٠٤	٠٫٠٠٨
			١	٠٫٧٠٨	٠٫٢٩٢	١				١	٠٫١٠٣	٠٫١٠٣	٠٫٢٠٦
			٢	٠٫١٨٣	٠٫٠٠٠	٠٫١٨٣				٢	٠٫٥٠٠	٠٫٥٠٠	١
			٣	٠٫٠٠٨	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٨				٣	٠٫٥٠٠	٠٫٥٠٠	١
١٠	٣	٤	٠	٠٫١٦٧	٠٫٠٣٣	٠٫٢٠٠				٤	٠٫١٠٣	٠٫١٠٣	٠٫٢٠٦
			١	٠٫٦٦٧	٠٫٣٣٣	١				٥	٠٫٠٠٤	٠٫٠٠٤	٠٫٠٠٨
			٢	٠٫٣٣٣	٠٫١٦٧	٠٫٥٠٠	١١	١	١	٠	٠٫٩٠٩	٠٫٠٩١	١
			٣	٠٫٠٣٣	٠٫٠٠٠	٠٫٠٣٣				١	٠٫٠٩١	٠٫٠٠٠	٠٫٠٩١
١٠	٣	٥	٠	٠٫٠٨٣	٠٫٠٨٣	٠٫١٦٧	١١	١	٢	٠	٠٫٨١٨	٠٫١٨٢	١
			١	٠٫٥٠٠	٠٫٥٠٠	١				١	٠٫١٨٢	٠٫٠٠٠	٠٫١٨٢
			٢	٠٫٥٠٠	٠٫٥٠٠	١	١١	١	٣	٠	٠٫٧٢٧	٠٫٢٧٣	١
			٣	٠٫٠٨٣	٠٫٠٨٣	٠٫١٦٧				١	٠٫٢٧٣	٠٫٠٠٠	٠٫٢٧٣
١٠	٤	٤	٠	٠٫٠٧١	٠٫٠٠٥	٠٫٠٧٦	١١	١	٤	٠	٠٫٦٣٦	٠٫٣٦٤	١
			١	٠٫٤٥٢	٠٫١١٩	٠٫٥٧١				١	٠٫٣٦٤	٠٫٠٠٠	٠٫٣٦٤
			٢	٠٫٥٤٨	٠٫٤٥٢	١	١١	١	٥	٠	٠٫٥٤٥	٠٫٤٥٥	١
			٣	٠٫١١٩	٠٫٠٧١	٠٫١٩٠				١	٠٫٤٥٥	٠٫٠٠٠	٠٫٤٤٥
			٤	٠٫٠٠٥	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٥	١١	٢	٢	٠	٠٫٦٥٥	٠٫٣٤٥	١
١٠	٤	٥	٠	٠٫٠٢٤	٠٫٠٢٤	٠٫٠٤٨				١	٠٫٣٤٥	٠٫٠٠٠	٠٫٣٤٥
			١	٠٫٢٦٢	٠٫٢٦٢	٠٫٥٢٤				٢	٠٫٠١٨	٠٫٠٠٠	٠٫٠١٨
			٢	٠٫٧٣٨	٠٫٧٣٨	١	١١	٢	٣	٠	٠٫٥٠٩	٠٫٠٥٥	٠٫٥٦٤
			٣	٠٫٢٦٢	٠٫٢٦٢	٠٫٥٢٤				١	٠٫٤٩١	٠٫٥٠٩	١
			٤	٠٫٠٢٤	٠٫٠٢٤	٠٫٠٤٨				٢	٠٫٠٥٥	٠٫٠٠٠	٠٫٠٥٥

تابع جدول ٧
إحتمالات الجداول الرباعية

ن	ى$_1$	ى$_2$	س	إحتمال			ن	ى$_1$	ى$_2$	س	إحتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
١١	٢	٤	٠	٠,٣٨٢	٠,١٠٩	٠,٤٩١	١١	٤	٤	٤	٠,٠٠٣	٠,٠٠٠	٠,٠٠٣
			١	٠,٦١٨	٠,٣٨٢	١	١١	٤	٥	٠	٠,٠٤٥	٠,٠١٥	٠,٠٦١
			٢	٠,١٠٩	٠,٠٠٠	٠,١٠٩				١	٠,٣٤٨	٠,١٩٧	٠,٥٤٥
١١	٢	٥	٠	٠,٢٧٣	٠,١٨٢	٠,٤٥٥				٢	٠,٦٥٢	٠,٣٤٨	١
			١	٠,٧٢٧	٠,٢٧٣	١				٣	٠,١٩٧	٠,٠٤٥	٠,٢٤٢
			٢	٠,١٨٢	٠,٠٠٠	٠,١٨٢				٤	٠,٠١٥	٠,٠٠٠	٠,٠١٥
١١	٣	٣	٠	٠,٣٣٩	٠,١٥٢	٠,٤٩١	١١	٥	٥	٠	٠,٠١٣	٠,٠٠٢	٠,٠١٥
			١	٠,٦٦١	٠,٣٣٩	١				١	٠,١٧٥	٠,٠٦٧	٠,٢٤٢
			٢	٠,١٥٢	٠,٠٠٠	٠,١٥٢				٢	٠,٦٠٨	٠,٣٩٢	١
			٣	٠,٠٠٦	٠,٠٠٠	٠,٠٠٦				٣	٠,٣٩٢	٠,١٧٥	٠,٥٦٧
١١	٣	٤	٠	٠,٢١٢	٠,٠٢٤	٠,٢٣٦				٤	٠,٠٦٧	٠,٠١٣	٠,٠٨٠
			١	٠,٧٢١	٠,٢٧٩	١				٥	٠,٠٠٢	٠,٠٠٠	٠,٠٠٢
			٢	٠,٢٧٩	٠,٢١٢	٠,٤٩١	١٢	١	١	٠	٠,٩١٧	٠,٠٨٣	١
			٣	٠,٠٢٤	٠,٠٠٠	٠,٠٢٤				١	٠,٠٨٣	٠,٠٠٠	٠,٠٨٣
١١	٣	٥	٠	٠,١٢١	٠,٠٦١	٠,١٨٢	١٢	١	٢	٠	٠,٨٣٣	٠,١٦٧	١
			١	٠,٥٧٦	٠,٤٢٤	١				١	٠,١٦٧	٠,٠٠٠	٠,١٦٧
			٢	٠,٤٢٤	٠,١٢١	٠,٥٤٥	١٢	١	٣	٠	٠,٧٥٠	٠,٢٥٠	١
			٣	٠,٠٦١	٠,٠٠٠	٠,٠٦١				١	٠,٢٥٠	٠,٠٠٠	٠,٢٥٠
١١	٤	٤	٠	٠,١٠٦	٠,٠٨٨	٠,١٩٤	١٢	١	٤	٠	٠,٦٦٧	٠,٣٣٣	١
			١	٠,٥٣٠	٠,٤٧٠	١				١	٠,٣٣٣	٠,٠٠٠	٠,٣٣٣
			٢	٠,٤٧٠	٠,١٠٦	٠,٥٧٦	١٢	١	٥	٠	٠,٥٨٣	٠,٤١٧	١
			٣	٠,٠٨٨	٠,٠٠٠	٠,٠٨٨				١	٠,٤١٧	٠,٠٠٠	٠,٤١٧

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

ن	ي$_{1}$	ي$_{2}$	س	احتمال: مشاهد	احتمال: أخرى	احتمال: مجموع	ن	ي$_{1}$	ي$_{2}$	س	احتمال: مشاهد	احتمال: أخرى	احتمال: مجموع
١٢	١	٦	٠	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١	١٢	٣	٤	١	٠,٧٦٤	٠,٧٦٤	١
			١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٢	٠,٢٣٦	٠,٢٥٥	٠,٤٩١
١٢	٢	٢	٠	٠,٦٨٢	٠,٣١٨	١				٣	٠,٠١٨	٠,٠٠٠	٠,٠١٨
			١	٠,٣١٨	٠,٠٠٠	٠,٣١٨	١٢	٣	٥	٠	٠,١٥٩	٠,٠٤٥	٠,٢٠٥
			٢	٠,٠١٥	٠,٠٠٠	٠,٠١٥				١	٠,٦٣٦	٠,٣٦٤	١
١٢	٢	٣	٠	٠,٥٤٥	٠,٤٥٥	١				٢	٠,٣٦٤	٠,١٥٩	٠,٥٢٣
			١	٠,٤٥٥	٠,٥٤٥	١				٣	٠,٠٤٥	٠,٠٠٠	٠,٠٤٥
			٢	٠,٠٤٥	٠,٠٠٠	٠,٠٤٥	١٢	٣	٦	٠	٠,٠٩١	٠,٠٩١	٠,١٨٢
١٢	٢	٤	٠	٠,٤٢٤	٠,٠٩١	٠,٥١٥				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			١	٠,٥٧٦	٠,٤٢٤	١				٢	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			٢	٠,٠٩١	٠,٠٠٠	٠,٠٩١				٣	٠,٠٩١	٠,٠٩١	٠,١٨٢
١٢	٢	٥	٠	٠,٣١٨	٠,١٥٢	٠,٤٧٠	١٢	٤	٤	٠	٠,١٤١	٠,٠٦٧	٠,٢٠٨
			١	٠,٦٨٢	٠,٣١٨	١				١	٠,٥٩٤	٠,٤٠٦	١
			٢	٠,١٥٢	٠,٠٠٠	٠,١٥٢				٢	٠,٤٠٦	٠,١٤١	٠,٥٤٧
١٢	٢	٦	٠	٠,٢٢٧	٠,٢٢٧	٠,٤٥٥				٣	٠,٠٦٧	٠,٠٠٠	٠,٠٦٧
			١	٠,٧٧٣	٠,٧٧٣	١				٤	٠,٠٠٢	٠,٠٠٠	٠,٠٠٢
			٢	٠,٢٢٧	٠,٢٢٧	٠,٤٥٥	١٢	٤	٥	٠	٠,٠٧١	٠,٠١٠	٠,٠٨١
١٢	٣	٣	٠	٠,٣٨٢	٠,١٢٧	٠,٩٠٥				١	٠,٤٢٤	٠,١٧٥	٠,٥٧٦
			١	٠,٦١٨	٠,٣٨٢	١				٢	٠,٥٧٦	٠,٤٢٤	١
			٢	٠,١٢٧	٠,٠٠٠	٠,١٢٧				٣	٠,١٥٢	٠,٠٧١	٠,٢٢٢
			٣	٠,٠٠٥	٠,٠٠٠	٠,٠٠٥				٤	٠,٠١٠	٠,٠٠٠	٠,٠١٠
١٢	٣	٤	٠	٠,٢٥٥	٠,٢٣٦	٠,٤٩١	١٢	٤	٦	٠	٠,٠٣٠	٠,٠٣٠	٠,٠٦١

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

ن	ى١	ى٢	س	احتمال			ن	ى١	ى٢	س	احتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
١٢	٤	٩	١	٠,٢٧٣	٠,٢٧٣	٠,٥٤٥	١٢	٦	٦	٦	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠٢
			٢	٠,٧٢٧	٠,٧٢٧	١	١٣	١	١	٠	٠,٩٢٣	٠,٠٧٧	١
			٣	٠,٢٧٣	٠,٢٧٣	٠,٥٤٥				١	٠,٠٧٧	٠,٠٠٠	٠,٠٧٧
			٤	٠,٠٣٠	٠,٠٣٠	٠,٠٦١	١٣	١	٢	٠	٠,٨٤٦	٠,١٥٤	١
١٢	٥	٥	٠	٠,٠٢٧	٠,٠٠١	٠,٠٢٨				١	٠,١٥٤	٠,٠٠٠	٠,١٥٤
			١	٠,٢٤٧	٠,٠٤٥	٠,٢٩٣	١٣	١	٣	٠	٠,٧٦٩	٠,٢٣١	١
			٢	٠,٦٨٩	٠,٣١١	١				١	٠,٢٣١	٠,٠٠٠	٠,٢٣١
			٣	٠,٣١١	٠,٢٤٧	٠,٥٥٨	١٣	١	٤	٠	٠,٦٩٢	٠,٣٠٨	١
			٤	٠,٠٤٥	٠,٠٢٧	٠,٠٧٢				١	٠,٣٠٨	٠,٠٠٠	٠,٣٠٨
			٥	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١	١٣	١	٥	٠	٠,٦١٥	٠,٣٨٥	١
١٢	٥	٦	٠	٠,٠٠٨	٠,٠٠٨	٠,٠١٥				١	٠,٣٨٥	٠,٠٠٠	٠,٣٨٥
			١	٠,١٢١	٠,١٢١	٠,٢٤٢	١٣	١	٦	٠	٠,٥٣٨	٠,٤٦٢	١
			٢	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				١	٠,٤٦٢	٠,٠٠٠	٠,٤٦٢
			٣	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١	١٣	٢	٢	٠	٠,٧٠٥	٠,٢٩٥	١
			٤	٠,١٢١	٠,١٢١	٠,٢٤٢				١	٠,٢٩٥	٠,٠٠٠	٠,٢٩٥
			٥	٠,٠٠٨	٠,٠٠٨	٠,٠١٥				٢	٠,٠١٣	٠,٠٠٠	٠,٠١٣
١٢	٦	٦	٠	٠,٠٠١	٠,٠٠١	٠,٠٠٢	١٣	٢	٣	٠	٠,٥٧٧	٠,٤٢٣	١
			١	٠,٠٤٠	٠,٠٤٠	٠,٠٨٠				١	٠,٤٢٣	٠,٠٠٠	٠,٤٢٣
			٢	٠,٢٨٤	٠,٢٨٤	٠,٥٦٧				٢	٠,٠٣٨	٠,٠٠٠	٠,٠٣٨
			٣	٠,٧١٦	٠,٧١٦	١	١٣	٢	٤	٠	٠,٤٦٢	٠,٠٧٧	٠,٥٣٨
			٤	٠,٢٨٤	٠,٢٨٤	٠,٥٦٧				١	٠,٥٣٨	٠,٤٦٢	١
			٥	٠,٠٤٠	٠,٠٤٠	٠,٠٨٠				٢	٠,٠٧٧	٠,٠٠٠	٠,٠٧٧

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

ن	ى١	ى٢	س	احتمال مشاهد	احتمال أخرى	احتمال مجموع	ن	ى١	ى٢	س	احتمال مشاهد	احتمال أخرى	احتمال مجموع
١٣	٢	٥	٠	٠,٣٥٩	٠,١٢٨	٠,٤٨٧	١٣	٤	٤	٠	٠,١٧٦	٠,٠٥٢	٠,٢٢٨
			١	٠,٦٤١	٠,٣٥٩	١				١	٠,٦٤٦	٠,٣٥٤	١
			٢	٠,١٢٨	٠,٠٠٠	٠,١٢٨				٢	٠,٣٥٤	٠,١٧٦	٠,٥[illegible]
١٣	٢	٦	٠	٠,٢٦٩	٠,١٩٢	٠,٤٦٢				٣	٠,٠٥٢	٠,٠٠٠	٠,٠٥٢
			١	٠,٧٣١	٠,٢٦٩	١				٤	٠,٠٠١	٠,٠٠	٠,٠٠١
			٢	٠,١٩٢	٠,٠٠٠	٠,١٩٢	١٣	٤	٥	٠	٠,٠٩٨	٠,٠٠٧	٠,١٠٥
١٣	٣	٣	٠	٠,٤٢٠	٠,١٠٨	٠,٥٢٨				١	٠,٤٩٠	٠,١١٩	٠,٦٠٨
			١	٠,٥٨٠	٠,٤٢٠	١				٢	٠,٥١٠	٠,٤٩٠	١
			٢	٠,١٠٨	٠,٠٠٠	٠,١٠٨				٣	٠,١١٩	٠,٠٩٨	٠,٢١٧
			٣	٠,٠٠٣	٠,٠٠٠	٠,٠٠٣				٤	٠,٠٠٧	٠,٠٠٠	٠,٠٠٧
١٣	٣	٤	٠	٠,٢٩٤	٠,٢٠٣	٠,٤٩٧	١٣	٤	٦	٠	٠,٠٤٩	٠,٠٢١	٠,٠٧٠
			١	٠,٧٠٦	٠,٢٩٤	١				١	٠,٣٤٣	٠,٢١٧	٠,٥٥٩
			٢	٠,٢٠٣	٠,٠٠٠	٠,٢٠٣				٢	٠,٦٥٧	٠,٣٤٣	١
			٣	٠,٠١٤	٠,٠٠٠	٠,٠١٤				٣	٠,٢١٧	٠,٠٤٩	٠,٢٦٦
١٣	٣	٥	٠	٠,١٩٦	٠,٠٣٥	٠,٢٣١				٤	٠,٠٢١	٠,٠٠٠	٠,٠٢١
			١	٠,٦٨٥	٠,٣١٥	١	١٣	٥	٥	٠	٠,٠٤٤	٠,٠٣٢	٠,٠٧٥
			٢	٠,٣١٥	٠,١٩٦	٠,٥١٠				١	٠,٣١٥	٠,٢٤٩	٠,٥٦٥
			٣	٠,٠٣٥	٠,٠٠٠	٠,٠٣٥				٢	٠,٦٨٥	٠,٣١٥	١
١٣	٣	٦	٠	٠,١٢٢	٠,٠٧٠	٠,١٩٢				٣	٠,٩٤٢	٠,٠٤٤	٠,٢٩٣
			١	٠,٥٦٣	٠,٤٣٧	١				٤	٠,٠٣٢	٠,٠٠٠	٠,٠٣٢
			٢	٠,٤٣٧	٠,١٢٢	٠,٥٥٩				٥	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١
			٣	٠,٠٧٠	٠,٠٠٠	٠,٠٧٠	١٣	٥	٦	٠	٠,٠١٦	٠,٠٠٥	٠,٠٢١

تابع جدول ٧

احتمالات الجداول الرباعية

ن	$ى_1$	$ى_2$	س	احتمال			ن	$ى_1$	$ى_2$	س	احتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
١٣	٥	٦	١	٠,١٧٩	٠,٠٨٦	٠,٢٦٦	١٤	١	٦	٠	٠,٥٧١	٠,٤٢٩	١
			٢	٠,٥٨٧	٠,٤١٣	١				١	٠,٤٢٩	٠,٠٠٠	٠,٤٢٩
			٣	٠,٤١٣	٠,١٧٩	٠,٥٩٢	١٤	١	٧	٠	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			٤	٠,٠٨٦	٠,٠١٦	٠,١٠٣				١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			٥	٠,٠٠٥	٠,٠٠٠	٠,٠٠٥	١٤	٢	٢	٠	٠,٧٢٥	٠,٢٧٥	١
١٣	٦	٦	٠	٠,٠٠٤	٠,٠٠١	٠,٠٠٥				١	٠,٢٧٥	٠,٠٠٠	٠,٢٧٥
			١	٠,٠٧٨	٠,٠٢٥	٠,١٠٣				٢	٠,٠١١	٠,٠٠٠	٠,٠١١
			٢	٠,٣٨٣	٠,٢٠٩	٠,٥٩٢	١٤	٢	٣	٠	٠,٦٠٤	٠,٣٩٦	١
			٣	٠,٦١٧	٠,٣٨٣	١				١	٠,٣٩٦	٠,٠٠٠	٠,٣٩٩
			٤	٠,٢٠٩	٠,٠٧٨	٠,٢٨٦				٢	٠,٠٣٣	٠,٠٠٠	٠,٠٣٣
			٥	٠,٠٢٥	٠,٠٠٤	٠,٠٢٩	١٤	٢	٤	٠	٠,٤٩٥	٠,٠٦٦	٠,٥٦٠
			٦	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١				١	٠,٥٠٥	٠,٤٩٥	١
١٤	١	١	٠	٠,٩٢٩	٠,٠٧١	١				٢	٠,٠٦٦	٠,٠٠٠	٠,٠٦٦
			١	٠,٠٧١	٠,٠٠٠	٠,٠٧١	١٤	٢	٥	٠	٠,٣٩٦	٠,١١٠	٠,٥٠٥
١٤	١	٢	٠	٠,٨٥٧	٠,١٤٣	١				١	٠,٦٠٤	٠,٣٩٦	١
			١	٠,١٤٣	٠,٠٠٠	٠,١٤٣				٢	٠,١١٠	٠,٠٠٠	٠,١١٠
١٤	١	٣	٠	٠,٧٨٦	٠,٢١٤	١	١٤	٢	٦	٠	٠,٣٠٨	٠,١٦٥	٠,٤٧٣
			١	٠,٢١٤	٠,٠٠٠	٠,٢١٤				١	٠,٦٩٢	٠,٣٠٨	١
١٤	١	٤	٠	٠,٢١٤	٠,٢٨٦	١				٢	٠,١٦٥	٠,٠٠٠	٠,١٦٥
			١	٠,٢٨٦	٠,٠٠٠	٠,٢٨٦	١٤	٢	٧	٠	٠,٢٣١	٠,٢٣١	٠,٤٦٢
١٤	١	٥	٠	٠,٦٤٣	٠,٣٥٧	١				١	٠,٧٦٩	٠,٧٦٩	١
			١	٠,٣٥٧	٠,٠٠٠	٠,٣٥٧				١	٠,٢٣١	٠,٢٣١	٠,٤٦٢

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

ن	ي$_1$	ي$_2$	س	احتمال			ن	ي$_1$	ي$_2$	س	احتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
١٤	٣	٣	٠	٠,٤٥٣	٠,٠٩٣	٠,٥٤٧	١٤	٤	٤	٢	٠,٣١١	٠,٢١٠	٠,٥٢٠
			١	٠,٥٤٧	٠,٤٥٣	١				٣	٠,٠٤١	٠,٠٠٠	٠,٠٤١
			٢	٠,٠٩٣	٠,٠٠٠	٠,٠٩٣				٤	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١
			٣	٠,٠٠٣	٠,٠٠٠	٠,٠٠٣	١٤	٤	٥	٠	٠,١٢٦	٠,٠٩٥	٠,٢٢١
١٤	٣	٤	٠	٠,٣٣٠	٠,١٧٦	٠,٥٠٥				١	٠,٥٤٥	٠,٤٥٥	١
			١	٠,٦٧٠	٠,٣٣٠	١				٢	٠,٤٤٥	٠,١٢٦	٠,٥٨٠
			٢	٠,١٧٦	٠,٠٠٠	٠,١٧٦				٣	٠,٠٩٥	٠,٠٠٠	٠,٠٩٥
			٣	٠,٠١١	٠,٠٠٠	٠,٠١١				٤	٠,٠٠٥	٠,٠٠٠	٠,٠٠٥
١٤	٣	٥	٠	٠,٢٣١	٠,٠٢٧	٠,٢٥٨	١٤	٤	٦	٠	٠,٠٧٠	٠,٠١٥	٠,٠٨٥
			١	٠,٧٢٥	٠,٢٧٥	١				١	٠,٦٠٤	٠,١٧٥	٠,٥٨٠
			٢	٠,٢٧٥	٠,٢٣١	٠,٥٠٥				٢	٠,٥٩٤	٠,٤٠٦	١
			٣	٠,٠٢٧	٠,٠٠٠	٠,٠٢٧				٣	٠,١٧٥	٠,٠٧٠	٠,٢٤٥
١٤	٣	٦	٠	٠,١٥٤	٠,٠٥٥	٠,٢٠٩				٤	٠,٠١٥	٠,٠٠٠	٠,٠١٥
			١	٠,٦١٥	٠,٣٨٥	١	١٤	٤	٧	٠	٠,٠٣٥	٠,٠٣٥	٠,٠٧٠
			٢	٠,٣٨٥	٠,١٥٤	٠,٥٣٨				١	٠,٢٨٠	٠,٢٨٠	٠,٥٥٩
			٣	٠,٠٥٥	٠,٠٠٠	٠,٠٥٥				٢	٠,٧٢٠	٠,٧٢٠	١
١٤	٣	٧	٠	٠,٠٩٦	٠,٠٩٦	٠,١٩٢				٣	٠,٢٨٠	٠,٢٨٠	٠,٥٥٩
			١	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٤	٠,٠٣٥	٠,٠٣٥	٠,٠٧٠
			٢	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١	١٤	٥	٥	٠	٠,٠٦٣	٠,٠٢٣	٠,٠٨٦
			٣	٠,٠٩٦	٠,٠٩٦	٠,١٩٢				١	٠,٣٧٨	٠,٢٠٣	٠,٥٨٠
١٤	٤	٤	٠	٠,٢١٠	٠,٠٤١	٠,٢٥١				٢	٠,٦٢٢	٠,٣٧٨	١
			١	٠,٦٨٩	٠,٣١١	١				٣	٠,٢٠٣	٠,٠٦٣	٠,٢٦٦

تابع جدول ٧

احتمالات الجداول الرباعية

ن	ى$_1$	ى$_2$	س	احتمال			ن	ى$_1$	ى$_2$	س	احتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
١٤	٥	٥	٤	٠,٠٢٣	٠,٠٠٠	٠,٠٢٣	١٤	٦	٧	١	٠,٠٥١	٠,٠٥١	٠,١٠٣
			٥	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠				٢	٠,٢٩٦	٠,٢٩٦	٠,٥٩٢
١٤	٥	٦	٠	٠,٠٢٨	٠,٠٠٣	٠,٠٣١				٣	٠,٧٠٤	٠,٧٠٤	١
			١	٠,٢٣٨	٠,٠٦٣	٠,٣٠١				٤	٠,٢٩٦	٠,٢٩٦	٠,٥٩٢
			٢	٠,٦٥٧	٠,٣٤٣	١				٥	٠,٠٥١	٠,٠٥١	٠,١٠٣
			٣	٠,٣٤٣	٠,٢٣٨	٠,٥٨٠				٦	٠,٠٠٢	٠,٠٠٢	٠,٠٠٥
			٤	٠,٠٦٣	٠,٠٢٨	٠,٠٩١	١٤	٧	٧	٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠
			٥	٠,٠٠٣	٠,٠٠٠	٠,٠٠٣				١	٠,٠١٥	٠,٠١٥	٠,٠٢٩
١٤	٥	٧	٠	٠,٠١٠	٠,٠١٠	٠,٠٢١				٢	٠,١٤٣	٠,١٤٣	٠,٢٨٦
			١	٠,١٣٣	٠,١٣٣	٠,٢٦٦				٣	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			٢	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٤	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١
			٣	٠,٥٠٠	٠,٥٠٠	١				٥	٠,١٤٣	٠,١٤٣	٠,٢٨٦
			٤	٠,١٣٣	٠,١٣٣	٠,٢٦٦				٦	٠,٠١٥	٠,٠١٥	٠,٠٢٩
			٥	٠,٠١٠	٠,٠١٠	٠,٠٢١				٧	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠١
١٤	٦	٦	٠	٠,٠٠٩	٠,٠٠٠	٠,٠١٠	١٥	١	١	٠	٠,٩٣٣	٠,٠٦٧	١
			١	٠,١٢١	٠,٠١٦	٠,١٣٨				١	٠,٠٦٧	٠,٠٠٠	٠,٠٦٧
			٢	٠,٤٧١	٠,١٥٦	٠,٦٢٧	١٥	١	٢	٠	٠,٨٩٧	٠,١٣٣	١
			٣	٠,٥٢٩	٠,٤٧١	١				١	٠,١٣٣	٠,٠٠٠	٠,١٣٣
			٤	٠,١٥٦	٠,١٢١	٠,٢٧٧	١٥	١	٣	٠	٠,٨٠٠	٠,٢٠٠	١
			٥	٠,٠١٦	٠,٠٠٩	٠,٠٢٦				١	٠,٢٠٠	٠,٠٠٠	٠,٢٠٠
			٦	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	١٥	١	٤	٠	٠,٧٣٣	٠,٢٦٧	١
١٤	٦	٧	٠	٠,٠٠٢	٠,٠٠٢	٠,٠٠٥				١	٠,٠٦٧	٠,٠٠٠	٠,٢٦٧

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

ن	ى١	ى٢	س	احتمال			ن	ى١	ى٢	س	احتمال		
				مشاهد	أخرى	مجموع					مشاهد	أخرى	مجموع
١٥	١	٥	٠	٠,٦٦٧	٠,٣٣٣	١	١٥	٢	٧	١	٠,٧٣٣	٠,٢٦٧	١
			١	٠,٣٣٣	٠,٠٠٠	٠,٣٣٣				٢	٠,٢٠٠	٠,٠٠٠	٠,٢٠٠
١٥	١	٦	٠	٠,٦٠٠	٠,٤٠٠	١	١٥	٣	٣	٠	٠,٤٨٤	٠,٠٨١	٠,٥٦٥
			١	٠,٤٠٠	٠,٠٠٠	٠,٤٠٠				١	٠,٥١٦	٠,٤٨٤	١
١٥	١	٧	٠	٠,٥٣٣	٠,٤٦٧	١				٢	٠,٠٨١	٠,٠٠٠	٠,٠٨١
			١	٠,٤٦٧	٠,٠٠٠	٠,٤٦٧				٣	٠,٠٠٢	٠,٠٠٠	٠,٠٠٢
١٥	٢	٢	٠	٠,٧٤٣	٠,٢٥٧	١	١٥	٣	٤	٠	٠,٣٦٣	٠,١٥٤	٠,٥١٦
			١	٠,٢٥٧	٠,٠٠٠	٠,٢٥٧				١	٠,٦٣٧	٠,٣٦٣	١
			٢	٠,٠١٠	٠,٠٠٠	٠,٠١٠				٢	٠,١٥٤	٠,٠٠٠	٠,١٥٤
١٥	٢	٣	٠	٠,٦٢٩	٠,٣٧١	١				٣	٠,٠٠٩	٠,٠٠٠	٠,٠٠٩
			١	٠,٣٧١	٠,٠٠٠	٠,٣٧١	١٥	٣	٥	٠	٠,٢٦٤	٠,٢٤٢	٠,٥٠٥
			٢	٠,٠٢٩	٠,٠٠٠	٠,٠٢٩				١	٠,٧٥٨	٠,٧٥٨	١
١٥	٢	٤	٠	٠,٥٢٤	٠,٠٥٧	٠,٥٨١				٢	٠,٢٤٢	٠,٤٦٤	٠,٥٠٥
			١	٠,٤٧٦	..٠,٥٢٤	١				٣	٠,٠٢٢	٠,٠٠٠	٠,٠٢٢
			٢	٠,٠٥٧	٠,٠٠٠	٠,٠٥٧	١٥	٣	٦	٠	٠,١٨٥	٠,٠٤٤	٠,٢٢٩
١٥	٢	٥	٠	٠,٤٢٩	٠,٠٩٥	٠,٥٢٤				١	٠,٦٥٩	٠,٣٤١	١
			١	٠,٥٧١	٠,٤٢٩	١				٢	٠,٣٤١	٠,١٨٥	٠,٥٢٥
			٢	٠,٠٩٥	٠,٠٠٠	٠,٠٩٥				٣	٠,٠٤٤	٠,٠٠٠	٠,٠٤٤
١٥	٢	٦	٠	٠,٣٤٣	٠,١٤٣	٠,٤٨٦	١٥	٣	٧	٠	٠,١٢٣	٠,٠٧٧	٠,٢٠٠
			١	٠,٦٥٧	٠,٣٤٣	١				١	٠,٥٥٤	٠,٤٤٦	١
			٢	٠,١٤٣	٠,٠٠٠	٠,١٤٣				٢	٠,٤٤٦	٠,١٢٣	٠,٥٦٩
١٥	٢	٧	٠	٠,٢٦٧	٠,٢٠٠	٠,٤٦٧				٣	٠,٠٧٧	٠,٠٠٠	٠,٠٧٧

تابع جدول ٧
احتمالات الجداول الرباعية

ن	ى١	ى٢	س	احتمال: مشاهد	أخرى	مجموع
١٥	٤	٤	٠	٠,٢٤٢	٠,٠٣٣	٠,٢٧٥
			١	٠,٧٢٥	٠,٢٧٥	١
			٢	٠,٢٧٥	٠,٢٤٢	٠,٥١٦
			٣	٠,٠٣٣	٠,٠٠٠	٠,٠٣٣
			٤	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١
١٥	٤	٥	٠	٠,١٥٤	٠,٠٧٧	٠,٢٣١
			١	٠,٥٩٣	٠,٤٠٧	١
			٢	٠,٤٠٧	٠,١٥٤	٠,٥٦٠
			٣	٠,٠٧٧	٠,٠٠٠	٠,٠٧٧
			٤	٠,٠٠٤	٠,٠٠٠	٠,٠٠٤
١٥	٤	٦	٠	٠,٠٩٢	٠,٠١١	٠,١٠٣
			١	٠,٤٦٢	٠,١٤٣	٠,٦٠٤
١٥	٤	٦	٢	٠,٥٣٨	٠,٤٦٢	١
			٣	٠,١٤٣	٠,٠٩٢	٠,٢٣٥
			٤	٠,٠١١	٠,٠٠٠	٠,٠١١
١٥	٤	٧	٠	٠,٠٥١	٠,٠٢٦	٠,٠٧٧
			١	٠,٣٣٨	٠,٢٣١	٠,٥٦٩
			٢	٠,٦٦٢	٠,٣٣٨	١
			٣	٠,٢٣١	٠,٠٥١	٠,٢٨٢
			٤	٠,٠٢٦	٠,٠٠٠	٠,٠٢٦
١٥	٥	٥	٠	٠,٠٨٤	٠,٠١٧	٠,١٠١
			١	٠,٤٣٤	٠,١٦٧	٠,٦٠٠

ن	ى١	ى٢	س	احتمال: مشاهد	أخرى	مجموع
١٥	٥	٥	٢	٠,٥٦٦	٠,٤٣٤	١
			٣	٠,١٦٧	٠,٠٨٤	٠,٢٥١
			٤	٠,٠١٧	٠,٠٠٠	٠,٠١٧
			٥	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠
١٥	٥	٦	٠	٠,٠٤٢	٠,٠٤٧	٠,٠٨٩
			١	٠,٢٩٤	٠,٢٨٧	٠,٥٨٠
			٢	٠,٧١٣	٠,٧١٣	١
			٣	٠,٢٨٧	٠,٢٩٤	٠,٥٨٠
			٤	٠,٠٤٧	٠,٠٤٢	٠,٠٨٩
			٥	٠,٠٠٢	٠,٠٠٠	٠,٠٠٢
١٥	٥	٧	٠	٠,٠١٩	٠,٠٠٧	٠,٠٢٦
			١	٠,١٨٢	٠,١٠٠	٠,٢٨٢
			٢	٠,٥٧٣	٠,٤٢٧	١
			٣	٠,٤٢٧	٠,١٨٢	٠,٦٠٨
١٥	٥	٧	٤	٠,١٠٠	٠,٠١٩	٠,١١٩
			٥	٠,٠٠٧	٠,٠٠٠	٠,٠٠٧
١٥	٦	٦	٠	٠,٠١٧	٠,٠١١	٠,٠٢٨
			١	٠,١٦٨	٠,١١٩	٠,٢٨٧
			٢	٠,٥٤٥	٠,٤٥٥	١
			٣	٠,٤٥٥	٠,١٦٨	٠,٦٢٢
			٤	٠,١١٩	٠,٠١٧	٠,١٣٦
			٥	٠,٠١١	٠,٠٠٠	٠,٠١١

تابع جدول ٧

احتمالات الجداول الرباعية

ن	ى١	ى٢	س	احتمال									
				مشاهد	أخرى	مجموع							
١٥	٦	٦	٦	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠							
١٥	٦	٧	٠	٠,٦٠٠	٠,٠١١	٠,٠٠٧							
			١	٠,٠٨٤	٠,٠٣٥	٠,١١٩							
			٢	٠,٣٧٨	٠,٢٣١	٠,٦٠٨							
			٣	٠,٦٢٢	٠,٣٧٨	١							
			٤	٠,٢٣١	٠,٠٨٤	٠,٣١٥							
			٥	٠,٠٣٥	٠,٠٠٦	٠,٠٤١							
			٦	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١							
١٥	٧	٧	٠	٠,٠٠١	٠,٠٠٠	٠,٠٠١							
			١	٠,٠٣٢	٠,٠٠٩	٠,٠٤١							
			٢	٠,٢١٤	٠,١٠٠	٠,٣١٥							
			٣	٠,٥٩٥	٠,٤٠٥	١,٠٠٠							
			٤	٠,٤٠٥	٠,٢١٤	٠,٦١٩							
			٥	٠,١٠٠	٠,٠٣٢	٠,١٣٢							
			٦	٠,٠٠٩	٠,٠٠١	٠,٠١٠							
			٧	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠							

جدول ٨

توزيع ذى الحدين المتجمع

Cumulative binomial distribution

الجدول يعرض قيم $ح_{ن، و}(س)$

$$ح_{ن، و}(س) = ١ - ح_{ن، ١ - و}(ن - س - ١)$$

ن	س/و	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١	٠	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	٠,٩٥	٠,٩٩
٢	٠	٠,٢٥	٠,٣٦	٠,٤٩	٠,٦٤	٠,٨١	٠,٩٠٢٥	٠,٩٨٠١
	١	٠,٧٥	٠,٨٤	٠,٩١	٠,٩٦	٠,٩٩	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٩٩
٣	٠	٠,١٢٥	٠,٢١٦	٠,٣٤٣	٠,٥١٢	٠,٧٢٩	٠,٨٥٧٤	٠,٩٧٠٣
	١	٠,٥٠	٠,٦٤٨	٠,٧٨٤	٠,٨٩٦	٠,٩٧٢	٠,٩٩٢٧	٠,٩٩٩٧
	٢	٠,٨٧٥	٠,٩٣٦	٠,٩٧٣	٠,٩٩٢	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩٩	١
٤	٠	٠,٠٦٢٥	٠,١٢٩٦	٠,٢٤٠١	٠,٤٠٩٦	٠,٦٥٦١	٠,٨١٤٥	٠,٩٦٠٦
	١	٠,٣١٢٥	٠,٤٧٥٢	٠,٦٥١٧	٠,٨١٩٢	٠,٩٤٧٧	٠,٩٨٦	٠,٩٩٩٤
	٢	٠,٦٨٧٥	٠,٨٢٠٨	٠,٩١٦٣	,٩٧٢٨	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٩٥	١
	٣	٠,٩٣٧٥	٠,٩٧٤٤	٠,٩٩١٩	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٩	١	١
٥	٠	٠,٠٣١٣	٠,٠٧٧٨	,١٦٨١	٠,٣٢٧٧	٠,٥٩٠٥	٠,٧٧٣٨	٠,٩٥١٠
	١	٠,١٨٧٥	,٣٣٧	٠,٥٢٨٢	٠,٧٣٧٣	٠,٩١٨٥	٠,٩٧٧٤	٠,٩٩٩
	٢	٠,٥٠٠٠	٠,٦٨٢٦	٠,٨٣٦٩	٠,٩٤٢١	٠,٩٩١٤	٠,٩٩٨٨	١
	٣	٠,٨١٢٥	٠,٩١٣	٠,٩٦٩٢	٠,٩٩٣٣	٠,٩٩٩٥	١	١
	٤	٠,٩٦٨٨	٠,٩٨٩٨	٠,٩٩٧٦	٠,٩٩٩٧	١	١	١
٦	٠	٠,٠١٥٦	٠,٠٤٦٧	٠,١١٧٦	٠,٢٦٢١	٠,٥٣١٤	٠,٧٣٥١	٠,٩٤١٥
	١	٠,١٠٩٤	٠,٢٣٣٣	٠,٤٤٠٢	٠,٦٥٥٤	٠,٨٨٥٧	٠,٩٦٧٢	٠,٩٩٨٥
	٢	٠,٣٤٣٨	٠,٥٤٤٣	٠,٧٤٤٣	٠,٩٠١١	٠,٩٨٤١	٠,٩٩٧٨	١
	٣	٠,٦٥٦٣	٠,٨٢٠٨	٠,٩٢٩٥	٠,٩٨٣	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٩٩	١
	٤	٠,٨٩٠٦	٠,٩٥٩	٠,٩٨٩١	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٩	١	١

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ف		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٦	٥	٠,٩٨٤٤	٠,٩٩٥٩	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١
٧	٠	٠,٠٠٧٨	٠,٠٢٨٠	٠,٠٨٢٤	٠,٢٠٩٧	٠,٤٧٨٣	٠,٦٩٨٣	٠,٩٣٢١
	١	٠,٠٦٢٥	٠,١٥٨٦	٠,٣٢٩٤	٠,٥٧٦٧	٠,٨٥٠٣	٠,٩٥٥٦	٠,٩٩٨٠
	٢	٠,٢٢٦٦	٠,٤١٩٩	٠,٦٤٧١	٠,٨٥٢٠	٠,٩٧٤٣	٠,٩٩٦٢	١
	٣	٠,٥٠٠٠	٠,٧١٠٢	٠,٨٧٤٠	٠,٩٦٦٧	٠,٩٩٧٣	٠,٩٩٩٨	١
	٤	٠,٧٧٣٤	٠,٩٠٣٧	٠,٩٧١٢	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٩٨	١	١
	٥	٠,٩٣٧٥	٠,٩٨١٢	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٩٦	١	١	١
	٦	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١
٨	٠	٠,٠٠٣٩	٠,٠١٦٨	٠,٠٥٧٦	٠,١٦٧٨	٠,٤٣٠٥	٠,٦٦٣٤	٠,٩٢٢٧
	١	٠,٠٣٥٢	٠,١٠٦٤	٠,٢٥٥٣	٠,٥٠٣٣	٠,٨١٣١	٠,٩٤٢٨	٠,٩٩٧٣
	٢	٠,١٤٤٥	٠,٣١٥٤	٠,٥٥١٨	٠,٧٩٦٩	٠,٩٦١٩	٠,٩٩٤٢	٠,٩٩٩٩
	٣	٠,٣٦٣٣	٠,٥٩٤١	٠,٨٠٥٩	٠,٩٤٣٧	٠,٩٩٥	٠,٩٩٩٦	١
	٤	٠,٦٣٦٧	٠,٨٢٦٣	٠,٩٤٢٠	٠,٩٨٩٦	,٩٩٩٦	١	١
	٥	٠,٨٥٥٥	٠,٩٥٠٢	٠,٩٨٨٧	٠,٩٩٨٨	١	١	١
	٦	٠,٩٦٤٨	٠,٩٩١٥	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٧	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
٩	٠	٠,٠٠٢	٠,٠١٠١	٠,٠٤٠٤	٠,١٣٤٢	٠,٣٨٧٤	٠,٦٣٠٢	٠,٩١٣٥
	١	٠,٠١٩٥	٠,٠٧٠٥	٠,١٩٦٠	٠,٤٣٦٢	٠,٧٧٤٨	٠,٩٢٨٨	٠,٩٩٦٦
	٢	٠,٠٨٩٨	٠,٢٣١٨	٠,٤٦٢٨	٠,٧٣٨٢	٠,٩٤٧٠	٠,٩٩١٦	٠,٩٩٩٩
	٣	٠,٢٥٣٩	٠,٤٨٢٦	٠,٧٢٩٧	٠,٩١٤٤	٠,٩٩١٧	٠,٩٩٩٤	١
	٤	٠,٥٠٠٠	٠,٧٣٣٤	٠,٩٠١٢	٠,٩٨٠٤	٠,٩٩٩١	١	١
	٥	٠,٧٤٦١	٠,٩٠٠٦	٠,٩٧٤٧	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٩٩	١	١
	٦	٠,٩١٠٢	٠,٩٧٥٠	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٩٧	١	١	١
	٧	٠,٩٨٠٥	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٩٦	١	١	١	١

تابع جدول ٨

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٩	٨	٠,٩٩٨٠	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١	١
١٠	٠	٠,٠٠١	٠,٠٠٦	٠,٠٢٨٢	,١٠٧٤	٠,٣٤٨٧	٠,٥٩٨٧	٠,٩٠٤٤
	١	٠,٠١٠٧	٠,٠٤٦٤	٠,١٤٩٣	٠,٣٧٥٨	٠,٧٣٦١	٠,٩١٣٩	٠,٩٩٥٧
	٢	٠,٠٥٤٧	٠,١٦٧٣	٠,٣٨٢٨	٠,٦٧٧٨	٠,٩٢٩٨	٠,٩٨٨٥	٠,٩٩٩٩
	٣	٠,١٧١٩	٠,٣٨٢٣	٠,٦٤٩٦	٠,٨٧٩١	٠,٩٨٧٢	٠,٩٩٩٠	١
	٤	٠,٣٧٧	٠,٦٣٣١	٠,٨٤٩٧	٠,٩٦٧٢	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٩	١
	٥	٠,٦٢٣	٠,٦٣٣٨	٠,٩٥٢٦	٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٩٩	١	١
	٦	٠,٨٢٨١	٠,٩٤٥٢	٠,٩٨٩٤	٠,٩٩٩١	١	١	١
	٧	٠,٩٤٥٣	٠,٩٨٧٧	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٨	٠,٩٨٩٣	٠,٩٩٨٣	١	١	١	١	١
	٩	٠,٩٩٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
١١	٠	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٣٦	٠,٠١٩٨	٠,٠٨٥٩	٠,٣١٣٨	٠,٥٦٨٨	٠,٨٩٥٣
	١	٠,٠٠٥٩	٠,٠٣٠٢	٠,١١٣٠	٠,٣٢٢١	٠,٦٩٧٤	٠,٨٩٨١	٠,٩٩٤٨
	٢	٠,٠٣٢٧	٠,١١٨٩	٠,٣١٢٧	٠,٦١٧٤	٠,٩١٠٤	٠,٩٨٤٨	٠,٩٩٩٨
	٣	٠,١١٣٣	٠,٢٩٦٣	٠,٥٦٩٦	٠,٨٣٦٩	٠,٩٨١٥	٠,٩٩٨٤	١,٠٠٠
	٤	٠,٢٧٤٤	٠,٥٣٢٨	٠,٧٨٩٧	٠,٩٤٩٦	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠
	٥	٠,٥٠٠٠	٠,٧٥٣٥	٠,٩٢١٨	٠,٩٨٨٣	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠	١
	٦	٠,٧٢٥٦	٠,٩٠٠٦	٠,٩٧٨٤	٠,٩٩٨٠	١,٠٠٠	١	١
	٧	٠,٨٨٦٧	٠,٩٧٠٧	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	٨	٠,٩٦٧٣	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠	١	١	١
	٩	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٩٣	١	١	١	١	١
	١٠	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١	١	١
١٢	٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٢٢	٠,٠١٣٨	٠,٠٦٨٧	٠,٢٨٢٤	٠,٥٤٠٤	٠,٨٨٦٤
	١	٠,٠٠٣٢	٠,٠١٩٦	٠,٠٨٥٠	٠,٢٧٤٩	٠,٦٥٩٠	٠,٨٨١٦	٠,٩٩٣٨

تابع جدول ٨

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٢	٢	٠,٠١٩٣	٠,٠٨٣٤	٠,٢٥٢٨	٠,٥٥٨٣	٠,٨٨٩١	٠,٩٨٠٤	٠,٩٩٩٨
	٣	٠,٠٧٣٠	٠,٢٢٥٣	٠,٤٩٢٥	٠,٧٩٤٦	٠,٩٧٤٤	٠,٩٩٧٨	١,٠٠٠٠
	٤	٠,١٩٣٨	٠,٤٣٨٢	٠,٧٢٣٧	٠,٩٢٧٤	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٣٨٧٢	٠,٦٦٥٢	٠,٨٨٢١	٠,٩٨٠٦	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٦٢١٨	٠,٨٤١٨	٠,٩٦١٤	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٨٠٦٢	٠,٩٤٢٧	٠,٩٩٠٥	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٩٢٧٠	٠,٩٨٤٧	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٩	٠,٩٨٠٧	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٠	٠,٩٩٦٨	,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١١	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
١٣	٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١٣	٠,٠٠٩٧	٠,٠٥٥٠	٠,٢٥٤٢	٠,٥١٣٣	٠,٨٧٧٥
	١	٠,٠٠١٧	٠,٠١٢٦	٠,٠٦٣٧	٠,٢٣٣٦	٠,٦٢١٣	٠,٨٦٤٦	٠,٩٩٢٨
	٢	٠,٠١١٢	٠,٠٥٧٩	٠,٢٠٢٥	٠,٥٠١٧	٠,٨٦٦١	٠,٩٧٥٥	٠,٩٩٩٧
	٣	٠,٠٤٦١	٠,١٦٨٦	٠,٤٢٠٦	٠,٧٤٧٣	٠,٩٦٥٨	٠,٩٩٦٩	١,٠٠٠٠
	٤	٠,١٣٣٤	٠,٣٥٣٠	٠,٦٥٤٣	٠,٩٠٠٩	٠,٩٩٣٥	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٢٩٠٥	٠,٥٧٤٤	٠,٨٣٤٦	٠,٩٧٠٠	٠,٩٩٩١	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٥٠٠٠	٠,٧٧١٢	٠,٩٣٧٦	٠,٩٩٣٠	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٧٠٩٥	٠,٩٠٢٣	٠,٩٨١٨	٠,٩٩٨٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٨٦٦٦	٠,٩٦٧٩	٠,٩٩٦٠	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	٩	٠,٩٥٣٩	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٠	٠,٩٨٨٨	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١١	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٤	٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٨	٠,٠٠٦٨	٠,٠٤٤٠	٠,٢٢٨٨	٠,٤٨٧٧	٠,٨٦٨٧
	١	٠,٠٠٠٩	٠,٠٠٨١	٠,٠٤٧٥	٠,١٩٧٩	٠,٥٨٤٦	٠,٨٤٧٠	٠,٩٩١٦
	٢	٠,٠٠٦٥	٠,٠٣٩٨	٠,١٦٠٨	٠,٤٤٨١	٠,٨٤١٦	٠,٩٦٩٩	٠,٩٩٩٧
	٣	٠,٠٢٨٧	٠,١٢٤٣	٠,٣٥٥٢	٠,٦٩٨٢	٠,٩٥٥٩	٠,٩٩٥٨	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٨٩٨	٠,٢٧٩٣	٠,٥٨٤٢	٠,٨٧٠٢	٠,٩٩٠٨	٠,٩٩٩٦	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٢١٢٠	٠,٤٨٥٩	٠,٧٨٠٥	٠,٩٥٦١	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٣٩٥٣	٠,٦٩٢٥	٠,٩٠٦٧	٠,٩٨٨٤	,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٦٠٤٧	٠,٨٤٩٩	٠,٩٦٨٥	٠,٩٩٧٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٧٨٨٠	٠,٩٤١٧	٠,٩٩١٧	٠,٩٩٩٦	١	١	١
	٩	٠,٩١٠٢	٠,٩٨٢٥	٠,٩٩٨٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٠	٠,٩٧١٣	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١
	١١	٠,٩٩٣٥	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
١٥	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٤٧	٠,٠٣٥٢	٠,٢٠٥٩	٠,٤٦٣٣	٠,٨٦٠١
	١	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٥٢	٠,٠٣٥٣	٠,١٦٧١	٠,٥٤٩٠	٠,٨٢٩٠	٠,٩٩٠٤
	٢	٠,٠٠٣٧	٠,٠٧٢١	٠,١٢٦٨	٠,٣٩٨٠	٠,٨١٥٩	٠,٩٦٣٨	٠,٩٩٩٦
	٣	٠,٠١٧٦	٠,٠٩٠٥	٠,٢٩٦٩	٠,٦٤٨٢	٠,٩٤٤٤	٠,٩٩٤٥	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٥٩٢	٠,٢١٧٣	٠,٥١٥٥	٠,٨٣٥٨	٠,٩٨٧٣	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠
	٥	٠,١٥٠٩	٠,٤٠٣٢	٠,٧٢١٦	٠,٩٣٨٩	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٣٠٣٦	٠,٦٠٩٨	٠,٨٦٨٩	٠,٩٨١٩	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٥٠٠٠	٠,٧٨٦٩	٠,٩٥٠٠	٠,٩٩٥٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٦٩٦٤	٠,٩٠٥٠	٠,٩٨٤٨	٠,٩٩٩٢	١	١	١

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٥	٩	٠,٨٤٩١	٠,٩٦٦٢	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١٠	٠,٩٤٠٨	٠,٩٩٠٧	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١١	٠,٩٨٢٤	٠,٩٩٨١	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٦	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٣٣	٠,٠٢٨١	٠,١٨٥٣	٠,٤٤٠١	٠,٨٥١٥
	١	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٣٣	٠,٠٢٦١	٠,١٤٠٧	٠,٥١٤٧	٠,٨١٠٨	٠,٩٨٩١
	٢	٠,٠٠٢١	٠,٠١٨٣	٠,٠٩٩٤	٠,٣٥١٨	٠,٧٨٩٢	٠,٩٥٧١	٠,٩٩٩٥
	٣	٠,٠١٠٦	٠,٠٦٥١	٠,٢٤٥٩	٠,٥٩٨١	٠,٩٣١٦	٠,٩٩٣٠	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٣٨٤	٠,١٦٦٦	٠,٤٤٩٩	٠,٧٩٨٢	٠,٩٨٣٠	٠,٩٩٩١	١,٠٠٠٠
	٥	٠,١٠٥١	٠,٣٢٨٨	٠,٦٥٩٨	٠,٩١٨٣	٠,٩٩٦٧	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٢٢٧٢	٠,٥٢٧٢	٠,٨٢٤٧	٠,٩٧٣٣	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٤٠١٨	٠,٧١٦١	٠,٩٢٥٦	٠,٩٩٣٠	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٥٩٨٢	٠,٨٥٧٧	٠,٩٧٤٣	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٧٧٢٨	٠,٩٤١٧	٠,٩٩٢٩	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	١٠	٠,٨٩٤٩	٠,٩٨٠٩	٠,٩٩٨٤	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١١	٠,٩٦١٦	٠,٩٩٥١	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٨٩٤	٠,٩٩٩١	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٥	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٧	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٢٣	٠,٠٢٢٥	٠,١٦٦٨	٠,٤١٨١	٠,٨٤٢٩
	١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٢١	٠,٠١٩٣	٠,١١٨٢	٠,٤٨١٨	٠,٧٩٢٢	٠,٩٨٧٧
	٢	٠,٠٠١٢	٠,٠١٢٣	٠,٠٧٧٤	٠,٣٠٩٦	٠,٧٦١٨	٠,٩٤٩٧	٠,٩٩٩٤
	٣	٠,٠٠٦٤	٠,٠٤٦٤	٠,٢٠١٩	٠,٥٤٨٩	٠,٩١٧٤	٠,٩٩١٢	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٢٤٥	٠,١٢٦٠	٠,٣٨٨٧	٠,٧٥٨٢	٠,٩٧٧٩	٠,٩٩٨٨	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٧١٧	٠,٢٦٣٩	٠,٥٩٦٨	٠,٨٩٤٣	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	٦	٠,١٦٦٢	٠,٤٤٧٨	٠,٧٧٥٢	٠,٩٦٢٣	٠,٩٩٩٢	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٣١٤٥	٠,٦٤٠٥	٠,٨٩٥٤	٠,٩٨٩١	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٥٠٠٠	٠,٨٠١١	٠,٩٥٩٧	٠,٩٩٧٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٦٨٥٥	٠,٩٠٨١	٠,٩٨٧٣	٠,٩٩٩٥	١	١	١
	١٠	٠,٨٣٣٨	٠,٩٦٥٢	٠,٩٩٦٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١١	٠,٩٢٨٣	٠,٩٨٩٤	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٢	٠,٩٧٥٥	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٦	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٨	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١٦	٠,٠٢٨٠	٠,١٥٠١	٠,٣٩٧٢	٠,٨٣٤٥
	١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١٣	٠,٠١٤٢	٠,٠٩٩١	٠,٤٥٠٣	٠,٧٧٣٥	٠,٩٨٦٢
	٢	٠,٠٠٠٧	٠,٠٠٨٢	٠,٠٦٠٠	٠,٢٧١٣	٠,٧٣٣٨	٠,٩٤١٩	٠,٩٩٩٣
	٣	٠,٠٠٣٨	٠,٠٣٢٨	٠,١٦٤٦	٠,٥٠١٠	٠,٩٠١٨	٠,٩٨٩١	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠١٥٤	٠,٠٩٤٢	٠,٣٣٢٧	٠,٧١٦٤	٠,٩٧١٨	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٤٨١	٠,٢٠٨٨	٠,٥٣٤٤	٠,٨٦٧١	٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠

تابع جدول ٨

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ق		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٨	٦	٠,١١٨٩	٠,٣٧٤٣	٠,٧٢١٧	٠,٩٤٨٧	٠,٩٩٨٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٢٤٠٣	٠,٥٦٣٤	٠,٨٥٩٣	٠,٩٨٣٧	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٤٠٧٣	٠,٧٣٦٨	٠,٩٤٠٤	٠,٩٩٥٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٥٩٢٧	٠,٨٦٥٣	٠,٩٧٩٠	٠,٩٩٩١	١	١	١
	١٠	٠,٧٥٩٧	٠,٩٤٢٤	٠,٩٩٣٩	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	١١	٠,٨٨١١	٠,٩٧٩٧	٠,٩٩٨٦	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٢	٠,٩٥١٩	٠,٩٩٤٢	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٨٤٦	٠,٩٩٨٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٦	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١	١
	١٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٩	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١١	٠,٠١٤٤	٠,١٣٥١	٠,٣٧٧٤	٠,٨٢٦٢
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٨	٠,٠١٠٤	٠,٠٨٢٩	٠,٤٢٠٣	٠,٧٥٤٧	٠,٩٨٤٧
	٢	٠,٠٠٠٤	٠,٠٠٥٥	٠,٠٤٦٢	٠,٢٣٦٩	٠,٧٠٥٤	٠,٩٣٣٥	٠,٩٩٩١
	٣	٠,٠٠٢٢	٠,٠٢٣٠	٠,١٣٣٢	٠,٤٥٥١	٠,٨٨٥٠	٠,٩٨٦٨	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٠٩٦	٠,٠٩٩٦	٠,٢٨٢٢	٠,٦٧٣٣	٠,٩٦٤٨	٠,٩٩٨٠	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٣١٨	٠,١٦٢٩	٠,٤٧٣٩	٠,٨٣٦٩	٠,٩٩١٤	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٠٨٣٥	٠,٣٠٨١	٠,٦٦٥٥	٠,٩٣٢٤	٠,٩٩٨٣	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,١٧٩٦	٠,٤٨٧٨	٠,٨١٨٠	٠,٩٧٦٧	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٣٢٣٨	٠,٦٦٧٥	٠,٩١٦١	٠,٩٩٣٣	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٥٠٠٠	٠,٨١٣٩	٠,٩٦٧٤	٠,٩٩٨٤	١	١	١
	١٠	٠,٦٧٦٢	٠,٩١١٥	٠,٩٨٩٥	٠,٩٩٩٧	١	١	١

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ف	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٩	١١	٠,٨٢٠٤	٠,٩٦٤٨	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١٢	٠,٩١٦٥	٠,٩٨٨٤	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٣	٠,٩٦٨٢	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٠٤	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٦	٠,٩٩٩٦	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
٢٠	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٨	٠,٠١١٥	٠,١٢١٦	٠,٣٥٨٥	٠,٨١٧٩
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٧٦	٠,٠٦٩٢	٠,٣٩١٧	٠,٧٣٥٨	٠,٩٨٣١
	٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٣٦	٠,٠٣٥٥	٠,٢٠٦١	٠,٦٧٦٩	٠,٩٢٤٥	٠,٩٩٩٠
	٣	٠,٠٠١٣	٠,٠١٦٠	٠,١٠٧١	٠,٤١١٤	٠,٨٦٧٠	٠,٩٨٤١	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٠٥٩	٠,٠٥١٠	٠,٢٣٧٥	٠,٦٢٩٦	٠,٩٥٦٨	٠,٩٩٧٤	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٢٠٧	٠,١٢٥٦	٠,٤١٦٤	٠,٨٠٤٢	٠,٩٨٨٧	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٠٥٧٧	٠,٢٥٠٠	٠,٦٠٨٠	٠,٩١٣٣	٠,٩٩٧٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,١٣١٦	٠,٤١٥٩	٠,٧٧٢٣	٠,٩٦٧٩	٠,٩٩٩٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٢٥١٧	٠,٥٩٥٦	٠,٨٨٦٧	٠,٩٩٠٠	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٤١١٩	٠,٧٥٥٣	٠,٩٥٢٠	٠,٩٩٧٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٠	٠,٥٨٨١	٠,٨٧٢٥	٠,٩٨٢٩	٠,٩٨٧٩	٠,٩٩٩٤	١	١
	١١	٠,٧٤٨٣	٠,٩٤٣٥	٠,٩٩٤٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١٢	٠,٨٦٨٤	٠,٩٧٩٠	٠,٩٩٨٧	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٣	٠,٩٤٢٣	٠,٩٩٣٥	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٧٩٣	٠,٩٩٨٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١	١

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ف		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٢٠	١٦	٠,٩٩٨٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١	١
	١٨	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
٥٠	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٢	٠,٠٧٦٩	٠,٦٠٥٠
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٣٣٨	٠,٢٧٩٤	٠,٩١٠٦
	٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٣	٠,١١١٧	٠,٥٤٠٥	٠,٩٨٦٢
	٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٧	٠,٢٥٠٣	٠,٧٦٠٤	٠,٩٩٨٤
	٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠١٨٥	٠,٤٣١٢	٠,٨٩٦٤	٠,٩٩٩٩
	٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٧	٠,٠٤٨٠	٠,٦١٦١	٠,٩٦٢٢	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٥	٠,١٠٣٤	٠,٧٧٠٢	٠,٩٨٨٢	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٧٣	٠,١٩٠٤	٠,٨٧٧٩	٠,٩٩٦٨	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠١٨٣	٠,٣٠٧٣	٠,٩٤٢١	٠,٩٩٩٢	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٨	٠,٠٤٠٢	٠,٤٤٣٧	٠,٩٧٥٥	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠
	١٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٢	٠,٠٧٨٩	٠,٥٨٣٦	٠,٩٩٠٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٧	٠,١٣٩٠	٠,٧١٠٧	٠,٩٩٦٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠١٣٣	٠,٢٢٢٩	٠,٨١٣٩	٠,٩٩٩٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٣	٠,٠٠٠٥	٠,٠٢٨٠	٠,٣٢٧٩	٠,٨٨٩٤	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٤	٠,٠٠١٣	٠,٠٥٤٠	٠,٤٤٦٨	٠,٩٣٩٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٥	٠,٠٠٣٣	٠,٠٩٥٥	٠,٥٦٩٢	٠,٩٦٩٢	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٦	٠,٠٠٧٧	٠,١٥٦١	٠,٦٨٣٩	٠,٩٨٥٦	١	١	١
	١٧	٠,٠١٦٤	٠,٢٣٦٩	٠,٧٨٢٢	٠,٩٩٣٧	١	١	١
	١٨	٠,٠٣٢٥	٠,٣٣٥٦	٠,٨٥٩٤	٠,٩٩٧٥	١	١	١
	١٩	٠,٠٥٩٥	٠,٤٤٦٥	٠,٩١٥٢	٠,٩٩٩١	١	١	١

تابع جدول ٨

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ف	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٥٠	٢٠	٠,١٠١٣	٠,٥٦١٠	٠,٩٥٢٢	٠,٩٩٩٧	١	١	١
	٢١	٠,١٦١١	٠,٦٧٠١	٠,٩٧٤٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٢٢	٠,٢٣٩٩	٠,٧٦٦٠	٠,٩٨٧٧	١,٠٠٠٠	١	١	١
	٢٣	٠,٣٣٥٩	٠,٨٤٣٨	٠,٩٩٤٤	١	١	١	١
	٢٤	٠,٤٤٣٩	٠,٩٠٢٢	٠,٩٩٧٦	١	١	١	١
	٢٥	٠,٥٥٦١	٠,٩٤٢٧	٠,٩٩٩١	١	١	١	١
	٢٦	٠,٦٦٤١	٠,٩٦٨٦	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	٢٧	٠,٧٦٠١	٠,٩٨٤٠	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	٢٨	٠,٨٣٨٩	٠,٩٩٢٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	٢٩	٠,٨٩٨٧	٠,٩٩٦٦	١	١	١	١	١
	٣٠	٠,٩٤٠٥	٠,٩٩٨٦	١	١	١	١	١
	٣١	٠,٩٦٧٥	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١	١
	٣٢	٠,٩٨٣٦	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١
	٣٣	٠,٩٩٢٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	٣٤	٠,٩٩٦٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	٣٥	٠,٩٩٨٧	١	١	١	١	١	١
	٣٦	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١	١	١
	٣٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١	١
	٣٨	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٠٠	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٩	٠,٣٦٦٠
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠٣٧١	٠,٧٣٥٨
	٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٩	٠,١١٨٣	٠,٩٢٠٦
	٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٧٨	٠,٢٥٧٨	٠,٩٨١٦

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ق		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٠٠	٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٣٧	٠,٤٣٦٠	٠,٩٩٦٦
	٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٥٧٦	٠,٦١٦٠	٠,٩٩٩٥
	٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,١١٧٢	٠,٧٦٦٠	٠,٩٩٩٩
	٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٢٠٦١	٠,٨٧٢٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٩	٠,٣٢٠٩	٠,٩٣٦٩	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٣	٠,٤٥١٣	٠,٩٧١٨	١,٠٠٠٠
	١٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٧	٠,٥٨٣٢	٠,٩٨٨٥	١,٠٠٠٠
	١١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠١٢٦	٠,٧٠٣٠	٠,٩٩٥٧	١,٠٠٠٠
	١٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٥٣	٠,٨٠١٨	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠
	١٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٤٦٩	٠,٨٧٦١	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠
	١٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٨٠٤	٠,٩٢٧٤	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	١٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٤	٠,١٢٨٥	٠,٩٦٠١	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٠	٠,١٩٢٣	٠,٩٧٩٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٢	٠,٢٧١٢	٠,٩٩٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٥	٠,٣٦٢١	٠,٩٩٥٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٨٩	٠,٤٦٠٢	٠,٩٩٨٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠١٦٥	٠,٥٥٩٥	٠,٩٩٩٢	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٨٨	٠,٦٥٤٠	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٤٧٩	٠,٧٣٨٩	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠٧٥٥	٠,٨١٠٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٦	٠,١١٣٦	٠,٨٦٨٦	١	١	١
	٢٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٢	٠,١٦٣١	٠,٩١٢٥	١	١	١
	٢٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٤	٠,٢٢٤٤	٠,٩٤٤٢	١	١	١

تابع جدول ٨

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٠٠	٢٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٦	٠,٢٩٦٤	٠,٩٦٥٨	١	١	١
	٢٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٨٤	٠,٣٧٦٨	٠,٩٨٠٠	١	١	١
	٢٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠١٤٨	٠,٤٦٢٣	٠,٩٨٨٨	١	١	١
	٣٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٤٨	٠,٥٤٩١	٠,٩٩٣٩	١	١	١
	٣١	٠,٠٠٠١	٠,٠٣٩٨	٠,٦٣٣١	٠,٩٩٦٩	١	١	١
	٣٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٦١٥	٠,٧١٠٧	٠,٩٩٨٤	١	١	١
	٣٣	٠,٠٠٠٤	٠,٠٩١٣	٠,٧٧٩٣	٠,٩٩٩٣	١	١	١
	٣٤	٠,٠٠٠٩	٠,١٣٠٣	٠,٨٣٧١	٠,٩٩٩٧	١	١	١
	٣٥	٠,٠٠١٨	٠,١٧٩٥	٠,٨٨٣٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٣٦	٠,٠٠٣٣	٠,٢٣٨٦	٠,٩٢٠١	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٣٧	٠,٠٠٦٠	٠,٣٠٦٨	٠,٩٤٧٠	١,٠٠٠٠	١	١	١
	٣٨	٠,٠١٠٥	٠,٣٨٢٢	٠,٩٦٦٠	١	١	١	١
	٣٩	٠,٠١٧٦	٠,٤٦٢١	٠,٩٧٩٠	١	١	١	١
	٤٠	٠,٠٢٨٤	٠,٥٤٣٣	٠,٩٨٧٥	١	١	١	١
	٤١	٠,٠٤٤٣	٠,٦٢٢٥	٠,٩٩٢٨	١	١	١	١
	٤٢	٠,٠٦٦٦	٩,٦٩٦٧	٠,٩٩٦٠	١	١	١	١
	٤٣	٠,٠٩٦٧	٠,٧٦٣٥	٠,٩٩٦٩	١	١	١	١
	٤٤	٠,١٣٥٦	٠,٨٢١١	٠,٩٩٨٩	١	١	١	١
	٤٥	٠,١٨٤١	٠,٨٦٨٩	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١
	٤٦	٠,٢٤٢١	٠,٩٠٧٠	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	٤٧	٠,٣٠٨٦	٠,٩٣٦٢	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	٤٨	٠,٣٨٢٢	٠,٩٥٧٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	٤٩	٠,٤٦٠٢	٠,٩٧٢٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١

تابع جدول ٨
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٠٠	٥٠	٠,٥٣٩٨	٠,٩٨٣٢	١	١	١	١	١
	٥١	٠,٦١٧٨	٠,٩٩٠٠	١	١	١	١	١
	٥٢	٠,٦٩١٤	٠,٩٩٤٢	١	١	١	١	١
	٥٣	٠,٧٥٧٩	٠,٩٩٦٨	١	١	١	١	١
	٥٤	٠,٨١٥٩	٠,٩٩٨٣	١	١	١	١	١
	٥٥	٠,٨٦٤٤	٠,٩٩٩١	١	١	١	١	١
	٥٦	٠,٩٠٣٣	٠,٩٩٩٦	١	١	١	١	١
	٥٧	٠,٩٣٣٤	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١
	٥٨	٠,٩٥٥٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	٥٩	٠,٩٧١٦	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	٦٠	٠,٩٨٢٤	١	١	١	١	١	١
	٦١	٠,٩٨٩٥	١	١	١	١	١	١
	٦٢	٠,٩٩٤٠	١	١	١	١	١	١
	٦٣	٠,٩٩٦٧	١	١	١	١	١	١
	٦٤	٠,٩٩٨٢	١	١	١	١	١	١
	٦٥	٠,٩٩٩١	١	١	١	١	١	١
	٦٦	٠,٩٩٩٦	١	١	١	١	١	١
	٦٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١	١
	٦٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١	١
	٦٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١

جدول ٩

توزيع بواسون

Poisson distribution

القيم تقسم على ١٠٠٠٠

س / م	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	١
٠	٩٠٤٨	٨١٨٧	٧٤٠٨	٦٧٠٣	٦٠٦٥	٥٤٨٨	٤٩٦٦	٤٤٩٣	٤٠٦٦	٣٦٧٩
١	٠٩٠٥	١٦٣٧	٢٢٢٢	٢٦٨١	٣٠٣٣	٣٢٩٣	٣٤٧٦	٣٥٩٥	٣٦٥٩	٣٦٧٩
٢	٠٠٤٥	٠١٦٤	٠٣٣٣	٠٥٣٦	٠٧٥٨	٠٩٨٨	١٢١٧	١٤٣٨	١٦٤٧	١٨٣٩
٣	٠٠٠٢	٠٠١١	٠٠٣٣	٠٠٧٢	٠١٢٦	٠١٩٨	٠٢٨٤	٠٣٨٣	٠٤٩٤	٠٦١٣
٤	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٧	٠٠١٦	٠٠٣٠	٠٠٥٠	٠٠٧٧	٠١١١	٠١٥٣
٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١٢	٠٠٢٠	٠٠٣١
٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥
٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١
س / م	١,١	١,٢	١,٣	١,٤	١,٥	١,٦	١,٧	١,٨	١,٩	٢
٠	٣٣٢٩	٣٠١٢	٢٧٢٥	٢٤٦٦	٢٢٣١	٢٠١٩	١٨٢٧	١٦٥٣	١٤٩٦	١٣٥٣
١	٣٦٦٢	٣٦١٤	٣٥٤٣	٣٤٥٢	٣٣٤٧	٣٢٣٠	٣١٠٦	٢٩٧٥	٢٨٤٢	٢٧٠٧
٢	٢٠١٤	٢١٦٩	٢٣٠٣	٢٤١٧	٢٥١٠	٢٥٨٤	٢٦٤٠	٢٦٧٨	٢٧٠٠	٢٧٠٧
٣	٠٧٣٨	٠٨٦٧	٠٩٩٨	١١٢٨	١٢٥٥	١٣٧٨	١٤٩٦	١٦٠٧	١٧١٠	١٨٠٤
٤	٠٢٠٣	٠٢٦٠	٠٣٢٤	٠٣٩٥	٠٤٧١	٠٥٥١	٠٦٣٦	٠٧٢٣	٠٨١٢	٠٩٠٢
٥	٠٠٤٥	٠٠٦٢	٠٠٨٤	٠١١١	٠١٤١	٠١٧٦	٠٢١٦	٠٢٦٠	٠٣٠٩	٠٣٦١
٦	٠٠٠٨	٠٠١٢	٠٠١٨	٠٠٢٦	٠٠٣٥	٠٠٤٧	٠٠٦١	٠٠٧٨	٠٠٩٨	٠١٢٠
٧	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٨	٠٠١١	٠٠١٥	٠٠٢٠	٠٠٢٧	٠٠٣٤
٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٩
٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

س/م	٢,١	٢,٢	٢,٣	٢,٤	٢,٥	٢,٦	٢,٧	٢,٨	٢,٩	٣
٠	١٢٢٥	١١٠٨	١٠٠٣	٠٩٠٧	٠٨٢١	٠٧٤٣	٠٦٧٢	٠٦٠٨	٠٥٥٠	٠٤٩٨
١	٢٥٧٢	٢٤٣٨	٢٣٠٦	٢١٧٧	٢٠٥٢	١٩٣١	١٨١٥	١٧٠٣	١٥٩٦	١٤٩٤
٢	٢٧٠٠	٢٦٨١	٢٦٥٢	٢٦١٣	٢٥٦٥	٢٥١٠	٢٤٥٠	٢٣٨٤	٢٣١٤	٢٢٤٠
٣	١٨٩٠	١٩٦٦	٢٠٣٣	٢٠٩٠	٢١٣٨	٢١٧٦	٢٢٠٥	٢٢٢٥	٢٢٣٧	٢٢٤٠
٤	٠٩٩٢	١٠٨٢	١١٦٩	١٢٥٤	١٣٣٦	١٤١٤	١٤٨٨	١٥٥٧	١٦٢٢	١٦٨٠
٥	٠٤١٧	٠٤٧٦	٠٥٣٨	٠٦٠٢	٠٦٦٨	٠٧٣٥	٠٨٠٤	٠٨٧٢	٠٩٤٠	١٠٠٨
٦	٠١٤٦	٠١٧٤	٠٢٠٦	٠٢٤١	٠٢٧٨	٠٣١٩	٠٣٦٢	٠٤٠٧	٠٤٥٥	٠٥٠٤
٧	٠٠٤٤	٠٠٥٥	٠٠٦٨	٠٠٨٣	٠٠٩٩	٠١١٨	٠١٣٩	٠١٦٣	٠١٨٨	٠٢١٦
٨	٠٠١١	٠٠١٥	٠٠١٩	٠٠٢٥	٠٠٣١	٠٠٣٨	٠٠٤٧	٠٠٥٧	٠٠٦٨	٠٠٨١
٩	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٨	٠٠٢٢	٠٠٢٧
١٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨
س/م	٣,١	٣,٢	٣,٣	٣,٤	٣,٥	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤
٠	٠٤٥٠	٠٤٠٨	٠٣٦٩	٠٣٣٤	٠٣٠٢	٠٢٧٣	٠٢٤٧	٠٢٢٤	٠٢٠٢	٠١٨٣
١	١٣٩٧	١٣٠٤	١٢١٧	١١٣٥	١٠٥٧	٠٩٨٤	٠٩١٥	٠٨٥٠	٠٧٨٩	٠٧٣٣
٢	٢١٦٥	٢٠٨٧	٢٠٠٨	١٩٢٩	١٨٥٠	١٧٧١	١٦٩٢	١٦١٥	١٥٣٩	١٤٦٥
٣	٢٢٣٧	٢٢٢٦	٢٢٠٩	٢١٨٦	٢١٥٨	٢١٢٥	٢٠٨٧	٢٠٤٦	٢٠٠١	١٩٥٤
٤	١٧٣٤	١٧٨١	١٨٢٣	١٨٥٨	١٨٨٨	١٩١٢	١٩٣١	١٩٤٤	١٩٥١	١٩٥٤
٥	١٠٧٥	١١٤٠	١٢٠٣	١٢٦٤	١٣٢٢	١٣٧٧	١٤٢٩	١٤٧٧	١٥٢٢	١٥٦٣
٦	٠٥٥٥	٠٦٠٨	٠٦٦٢	٠٧١٦	٠٧٧١	٠٨٢٦	٠٨٨١	٠٩٣٦	٠٩٨٩	١٠٤٢
٧	٠٢٤٦	٠٢٧٨	٠٣١٢	٠٣٤٨	٠٣٨٥	٠٤٢٥	٠٤٦٦	٠٥٠٨	٠٥٥١	٠٥٩٥
٨	٠٠٩٥	٠١١١	٠١٢٩	٠١٤٨	٠١٦٩	٠١٩١	٠٢١٥	٠٢٤١	٠٢٦٩	٠٢٩٨
٩	٠٠٣٣	٠٠٤٠	٠٠٤٧	٠٠٥٦	٠٠٦٦	٠٠٧٦	٠٠٨٩	٠١٠٢	٠١١٦	٠١٣٢

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

س/م	٣,١	٣,٢	٣,٣	٣,٤	٣,٥	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤
١٠	٠٠١٠	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢٣	٠٠٢٨	٠٠٣٣	٠٠٣٩	٠٠٤٥	٠٠٥٣
١١	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠١٩
١٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦
١٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢
١٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١
س/م	٤,١	٤,٢	٤,٣	٤,٤	٤,٥	٤,٦	٤,٧	٤,٨	٤,٩	٥
٠	٠١٦٦	٠١٥٠	٠١٣٦	٠١٢٣	٠١١١	٠١٠١	٠٠٩١	٠٠٨٢	٠٠٧٤	٠٠٦٧
١	٠٦٧٩	٠٦٣٠	٠٥٨٣	٠٥٤٠	٠٥٠٠	٠٤٦٢	٠٤٢٧	٠٣٩٥	٠٣٦٥	٠٣٣٧
٢	١٣٩٣	١٣٢٣	١٢٥٤	١١٨٨	١١٢٥	١٠٦٣	١٠٠٥	٠٩٤٨	٠٨٩٤	٠٨٤٢
٣	١٩٠٤	١٨٥٢	١٨٩٨	١٨٧٥	١٦٨٧	١٦٣١	١٥٧٤	١٥١٧	١٤٦٠	١٤٠٤
٤	١٩٥١	١٩٤٤	١٩٣٣	١٩١٧	١٨٩٨	١٨٧٥	١٨٤٩	١٨٢٠	١٧٨٩	١٧٥٥
٥	١٦٠٠	١٦٣٣	١٦٦٢	١٦٨٧	١٧٠٨	١٧٢٥	١٧٣٨	١٧٤٧	١٧٥٣	١٧٥٥
٦	١٠٩٣	١١٤٣	١١٩١	١٢٣٧	١٢٨١	١٣٢٣	١٣٦٢	١٣٩٨	١٤٣٢	١٤٦٢
٧	٠٦٤٠	٠٦٨٦	٠٧٣٢	٠٧٧٨	٠٨٢٤	٠٨٦٩	٠٩١٤	٠٩٥٩	١٠٠٢	١٠٤٤
٨	٠٣٢٨	٠٣٦٠	٠٣٩٣	٠٤٢٨	٠٤٦٣	٠٥٠٠	٠٥٣٧	٠٥٧٥	٠٦١٤	٠٦٥٣
٩	٠١٥٠	٠١٦٨	٠١٨٨	٠٢٠٩	٠٢٣٢	٠٢٥٥	٠٢٨٠	٠٣٠٧	٠٣٣٤	٠٣٦٣
١٠	٠٠٦١	٠٠٧١	٠٠٨١	٠٠٩٢	٠١٠٤	٠١١٨	٠١٣٢	٠١٤٧	٠١٦٤	٠١٨١
١١	٠٠٢٣	٠٠٢٧	٠٠٣٢	٠٠٣٧	٠٠٤٣	٠٠٤٩	٠٠٥٦	٠٠٦٤	٠٠٧٣	٠٠٨٢
١٢	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢٢	٠٠٢٦	٠٠٣٠	٠٠٣٤
١٣	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣
١٤	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥
١٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢

تابع جدول ٩

توزيع بواسـون

س / م	٥,١	٥,٢	٥,٣	٥,٤	٥,٥	٥,٦	٥,٧	٥,٨	٥,٩	٦
٠	٠٠٦١	٠٠٥٥	٠٠٥٠	٠٠٤٥	٠٠٤١	٠٠٣٧	٠٠٣٣	٠٠٣٠	٠٠٢٧	٠٠٢٥
١	٠٣١١	٠٢٨٧	٠٢٦٥	٠٢٤٤	٠٢٢٥	٠٢٠٧	٠١٩١	٠١٧٦	٠١٦٢	٠١٤٩
٢	٠٧٩٣	٠٧٤٦	٠٧٠١	٠٦٥٩	٠٦١٨	٠٥٨٠	٠٥٤٤	٠٥٠٩	٠٤٧٧	٠٤٤٦
٣	١٣٤٨	١٢٩٣	١٢٣٩	١١٨٥	١١٣٣	١٠٨٢	١٠٣٣	٠٩٨٥	٠٩٣٨	٠٨٩٢
٤	١٧١٩	١٦٨١	١٦٤١	١٦٠٠	١٥٥٨	١٥١٥	١٤٧٢	١٤٢٨	١٣٨٣	١٣٣٩
٥	١٧٥٣	١٧٤٨	١٧٤٠	١٧٢٨	١٧١٤	١٦٩٧	١٦٧٨	١٦٥٦	١٦٣٢	١٦٠٦
٦	١٤٩٠	١٥١٥	١٥٣٧	١٥٥٥	١٥٧١	١٥٨٤	١٥٩٤	١٦٠١	١٦٠٥	١٦٠٦
٧	١٠٨٦	١١٢٥	١١٦٣	١٢٠٠	١٢٣٤	١٢٦٧	١٢٩٨	١٣٢٦	١٣٥٣	١٣٧٧
٨	٠٦٩٢	٠٧٣١	٠٧٧١	٠٨١٠	٠٨٤٩	٠٨٨٧	٠٩٢٥	٠٩٦٢	٠٩٩٨	١٠٣٣
٩	٠٣٩٢	٠٤٢٣	٠٤٥٤	٠٤٨٦	٠٥١٩	٠٥٥٢	٠٥٨٦	٠٦٢٠	٠٦٥٤	٠٦٨٨
١٠	٠٢٠٠	٠٢٢٠	٠٢٤١	٠٢٦٢	٠٢٨٥	٠٣٠٩	٠٣٣٤	٠٣٥٩	٠٣٨٦	٠٤١٣
١١	٠٠٩٣	٠١٠٤	٠١١٦	٠١٢٩	٠١٤٣	٠١٥٧	٠١٧٣	٠١٩٠	٠٢٠٧	٠٢٢٥
١٢	٠٠٣٩	٠٠٤٥	٠٠٥١	٠٠٥٨	٠٠٦٥	٠٠٧٣	٠٠٨٢	٠٠٩٢	٠١٠٢	٠١١٣
١٣	٠٠١٥	٠٠١٨	٠٠٢١	٠٠٢٤	٠٠٢٨	٠٠٣٢	٠٠٣٦	٠٠٤١	٠٠٤٦	٠٠٥٢
١٤	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢٢
١٥	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩
١٦	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣
س / م	٦,١	٦,٢	٦,٣	٦,٤	٦,٥	٦,٦	٦,٧	٦,٨	٦,٩	٧
٠	٠٠٢٢	٠٠٢٠	٠٠١٨	٠٠١٧	٠٠١٥	٠٠١٤	٠٠١٢	٠٠١١	٠٠١٠	٠٠٠٩
١	٠١٣٧	٠١٢٦	٠١١٦	٠١٠٦	٠٠٩٨	٠٠٩٠	٠٠٨٢	٠٠٧٦	٠٠٧٠	٠٠٦٤
٢	٠٤١٧	٠٣٩٠	٠٣٦٤	٠٣٤٠	٠٣١٨	٠٢٩٦	٠٢٧٦	٠٢٥٨	٠٢٤٠	٠٢٢٣
٣	٠٨٤٨	٠٨٠٦	٠٧٦٥	٠٧٢٦	٠٦٨٨	٠٦٥٢	٠٦١٧	٠٥٨٤	٠٥٥٢	٠٥٢١

تابع جدول ٩

توزيع بواسون

س/م	٦,١	٦,٢	٦,٣	٦,٤	٦,٥	٦,٦	٦,٧	٦,٨	٦,٩	٧
٤	١٢٩٤	١٢٤٩	١٢٠٥	١١٦٢	١١١٨	١٠٧٦	١٠٣٤	٠٩٩٢	٠٩٥٢	٠٩١٢
٥	١٥٧٩	١٥٤٩	١٥١٩	١٤٨٧	١٤٥٤	١٤٢٠	١٣٨٥	١٣٤٩	١٣١٤	١٢٧٧
٦	١٦٠٥	١٦٠١	١٥٩٥	١٥٨٦	١٥٧٥	١٥٦٢	١٥٤٦	١٥٢٩	١٥١١	١٤٩٠
٧	١٣٩٩	١٤١٨	١٤٣٥	١٤٥٠	١٤٦٢	١٤٧٢	١٤٨٠	١٤٨٦	١٤٨٩	١٤٩٠
٨	١٠٦٦	١٠٩٩	١١٣٠	١١٦٠	١١٨٨	١٢١٥	١٢٤٠	١٢٦٣	١٢٨٤	١٣٠٤
٩	٠٧٢٣	٠٧٥٧	٠٧٩١	٠٨٢٥	٠٨٥٨	٠٨٩١	٠٩٢٣	٠٩٥٤	٠٩٨٥	١٠١٤
١٠	٠٤٤١	٠٤٦٩	٠٤٩٨	٠٥٢٨	٠٥٥٨	٠٥٨٨	٠٦١٨	٠٦٤٩	٠٦٧٩	٠٧١٠
١١	٠٢٤٥	٠٢٦٥	٠٢٨٥	٠٣٠٧	٠٣٣٠	٠٣٥٣	٠٣٧٧	٠٤٠١	٠٤٢٦	٠٤٥٢
١٢	٠١٢٤	٠١٣٧	٠١٥٠	٠١٦٤	٠١٧٩	٠١٩٤	٠٢١٠	٠٢٢٧	٠٢٤٥	٠٢٦٤
١٣	٠٠٥٨	٠٠٦٥	٠٠٧٣	٠٠٨١	٠٠٨٩	٠٠٩٨	٠١٠٨	٠١١٩	٠١٣٠	٠١٤٢
١٤	٠٠٢٥	٠٠٢٩	٠٠٣٣	٠٠٣٧	٠٠٤١	٠٠٤٦	٠٠٥٢	٠٠٥٨	٠٠٦٤	٠٠٧١
١٥	٠٠١٠	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٦	٠٠١٨	٠٠٢٠	٠٠٢٣	٠٠٢٦	٠٠٢٩	٠٠٣٣
١٦	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠١٠	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٤
١٧	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦
١٨	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢
س/م	٧,١	٧,٢	٧,٣	٧,٤	٧,٥	٧,٦	٧,٧	٧,٨	٧,٩	٨
٠	٠٠٠٨	٠٠٠٧	٠٠٠٧	٠٠٠٦	٠٠٠٦	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٣
١	٠٠٥٩	٠٠٥٤	٠٠٤٩	٠٠٤٥	٠٠٤١	٠٠٣٨	٠٠٣٥	٠٠٣٢	٠٠٢٩	٠٠٢٧
٢	٠٢٠٨	٠١٩٤	٠١٨٠	٠١٦٧	٠١٥٦	٠١٤٥	٠١٣٤	٠١٢٥	٠١١٦	٠١٠٧
٣	٠٤٩٢	٠٤٦٤	٠٤٣٨	٠٤١٣	٠٣٨٩	٠٣٦٦	٠٣٤٥	٠٣٢٤	٠٣٠٥	٠٢٨٦
٤	٠٨٧٤	٠٨٣٦	٠٧٩٩	٠٧٦٤	٠٧٢٩	٠٦٩٦	٠٦٦٣	٠٦٣٢	٠٦٠٢	٠٥٧٣
٥	١٢٤١	١٢٠٤	١١٦٧	١١٣٠	١٠٩٤	١٠٥٧	١٠٢١	٠٩٨٦	٠٩٥١	٠٩١٦

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

س/م	٧,١	٧,٢	٧,٣	٧,٤	٧,٥	٧,٦	٧,٧	٧,٨	٧,٩	٨
٦	١٤٦٨	١٤٤٥	١٤٢٠	١٣٩٤	١٣٦٧	١٣٣٩	١٣١١	١٢٨٢	١٢٥٢	١٢٢١
٧	١٤٨٩	١٤٨٦	١٤٨١	١٤٧٤	١٤٦٥	١٤٥٤	١٤٤٢	١٤٢٨	١٤١٣	١٣٩٦
٨	١٣٢١	١٣٣٧	١٣٥١	١٣٦٣	١٣٧٣	١٣٨٢	١٣٨٨	١٣٩٢	١٣٩٥	١٣٩٦
٩	١٠٤٢	١٠٧٠	١٠٩٦	١١٢١	١١٤٤	١١٦٧	١١٨٧	١٢٠٧	١٢٢٤	١٢٤١
١٠	٠٧٤٠	٠٧٧٠	٠٨٠٠	٠٨٢٩	٠٨٥٨	٠٨٨٧	٠٩١٤	٠٩٤١	٠٩٦٧	٠٩٩٣
١١	٠٤٧٨	٠٥٠٤	٠٥٣١	٠٥٥٨	٠٥٨٥	٠٦١٣	٠٦٤٠	٠٦٦٧	٠٦٩٥	٠٧٢٢
١٢	٠٢٨٣	٠٣٠٣	٠٣٢٣	٠٣٤٤	٠٣٦٦	٠٣٨٨	٠٤١١	٠٤٣٤	٠٤٥٧	٠٤٨١
١٣	٠١٥٤	٠١٦٨	٠١٨١	٠١٩٦	٠٢١١	٠٢٢٧	٠٢٤٣	٠٢٦٠	٠٢٧٨	٠٢٩٦
١٤	٠٠٧٨	٠٠٨٦	٠٠٩٥	٠١٠٤	٠١١٣	٠١٢٣	٠١٣٤	٠١٤٥	٠١٥٧	٠١٦٩
١٥	٠٠٣٧	٠٠٤١	٠٠٤٦	٠٠٥١	٠٠٥٧	٠٠٦٢	٠٠٦٩	٠٠٧٥	٠٠٨٣	٠٠٩٠
١٦	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢١	٠٠٢٤	٠٠٢٦	٠٠٣٠	٠٠٣٣	٠٠٣٧	٠٠٤١	٠٠٤٥
١٧	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١٠	٠٠١٢	٠٠١٣	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢١
١٨	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩
١٩	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤
٢٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢
س/م	٨,١	٨,٢	٨,٣	٨,٤	٨,٥	٨,٦	٨,٧	٨,٨	٨,٩	٩
٠	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١
١	٠٠٢٥	٠٠٢٣	٠٠٢١	٠٠١٩	٠٠١٧	٠٠١٦	٠٠١٤	٠٠١٣	٠٠١٢	٠٠١١
٢	٠١٠٠	٠٠٩٢	٠٠٨٦	٠٠٧٩	٠٠٧٤	٠٠٦٨	٠٠٦٣	٠٠٥٨	٠٠٥٤	٠٠٥٠
٣	٠٢٦٩	٠٢٥٢	٠٢٣٧	٠٢٢٢	٠٢٠٨	٠١٩٥	٠١٨٣	٠١٧١	٠١٦٠	٠١٥٠
٤	٠٥٤٤	٠٥١٧	٠٤٩١	٠٤٦٦	٠٤٤٣	٠٤٢٠	٠٣٩٨	٠٣٧٧	٠٣٥٧	٠٣٣٧
٥	٠٨٨٢	٠٨٤٩	٠٨١٦	٠٧٨٤	٠٧٥٢	٠٧٢٢	٠٦٩٢	٠٦٦٣	٠٦٣٥	٠٦٠٧

تابع جدول ٩

توزيع بواسون

س/م	٨,١	٨,٢	٨,٣	٨,٤	٨,٥	٨,٦	٨,٧	٨,٨	٨,٩	٩
٦	١١٩١	١١٦٠	١١٢٨	١٠٩٧	١٠٦٦	١٠٣٤	١٠٠٣	٠٩٧٢	٠٩٤١	٠٩١١
٧	١٣٧٨	١٣٥٨	١٣٣٨	١٣١٧	١٢٩٤	١٢٧١	١٢٤٧	١٢٢٢	١١٩٧	١١٧١
٨	١٣٩٥	١٣٩٢	١٣٨٨	١٣٨٢	١٣٧٥	١٣٦٦	١٣٥٦	١٣٤٤	١٣٣٢	١٣١٨
٩	١٢٥٦	١٢٦٩	١٢٨٠	١٢٩٠	١٢٩٩	١٣٠٦	١٣١١	١٣١٥	١٣١٧	١٣١٨
١٠	١٠١٧	١٠٤٠	١٠٦٣	١٠٨٤	١١٠٤	١١٢٣	١١٤٠	١١٥٧	١١٧٢	١١٨٦
١١	٠٧٤٩	٠٧٧٦	٠٨٠٢	٠٨٢٨	٠٨٥٣	٠٨٧٨	٠٩٠٢	٠٩٢٥	٠٩٤٨	٠٩٧٠
١٢	٠٥٠٥	٠٥٣٠	٠٥٥٥	٠٥٧٩	٠٦٠٤	٠٦٢٩	٠٦٥٤	٠٦٧٩	٠٧٠٣	٠٧٢٨
١٣	٠٣١٥	٠٣٣٤	٠٣٥٤	٠٣٧٤	٠٣٩٥	٠٤١٦	٠٤٣٨	٠٤٥٩	٠٤٨١	٠٥٠٤
١٤	٠١٨٢	٠١٩٦	٠٢١٠	٠٢٢٥	٠٢٤٠	٠٢٥٦	٠٢٧٢	٠٢٨٩	٠٣٠٦	٠٣٢٤
١٥	٠٠٩٨	٠١٠٧	٠١١٦	٠١٢٦	٠١٣٦	٠١٤٧	٠١٥٨	٠١٦٩	٠١٨٢	٠١٩٤
١٦	٠٠٥٠	٠٠٥٥	٠٠٦٠	٠٠٦٦	٠٠٧٢	٠٠٧٩	٠٠٨٦	٠٠٩٣	٠١٠١	٠١٠٩
١٧	٠٠٢٤	٠٠٢٦	٠٠٢٩	٠٠٣٣	٠٠٣٦	٠٠٤٠	٠٠٤٤	٠٠٤٨	٠٠٥٣	٠٠٥٨
١٨	٠٠١١	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢١	٠٠٢٤	٠٠٢٦	٠٠٢٩
١٩	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١٠	٠٠١١	٠٠١٢	٠٠١٤
٢٠	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٦
س/م	**٩,١**	**٩,٢**	**٩,٣**	**٩,٤**	**٩,٥**	**٩,٦**	**٩,٧**	**٩,٨**	**٩,٩**	**١٠**
٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠
١	٠٠١٠	٠٠٠٩	٠٠٠٩	٠٠٠٨	٠٠٠٧	٠٠٠٧	٠٠٠٦	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٥
٢	٠٠٤٦	٠٠٤٣	٠٠٤٠	٠٠٣٧	٠٠٣٤	٠٠٣١	٠٠٢٩	٠٠٢٧	٠٠٢٥	٠٠٢٣
٣	٠١٤٠	٠١٣١	٠١٢٣	٠١١٥	٠١٠٧	٠١٠٠	٠٠٩٣	٠٠٨٧	٠٠٨١	٠٠٧٦
٤	٠٣١٩	٠٣٠٢	٠٢٨٥	٠٢٦٩	٠٢٥٤	٠٢٤٠	٠٢٢٦	٠٢١٣	٠٢٠١	٠١٨٩
٥	٠٥٨١	٠٥٥٥	٠٥٣٠	٠٥٠٦	٠٤٨٣	٠٤٦٠	٠٤٣٩	٠٤١٨	٠٣٩٨	٠٣٧٨

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

س/م	٩,١	٩,٢	٩,٣	٩,٤	٩,٥	٩,٦	٩,٧	٩,٨	٩,٩	١٠
٦	٠٨٨١	٠٨٥١	٠٨٢٢	٠٧٩٣	٠٧٦٤	٠٧٣٦	٠٧٠٩	٠٦٨٢	٠٦٥٦	٠٦٣١
٧	١١٤٥	١١١٨	١٠٩١	١٠٦٤	١٠٣٧	١٠١٠	٠٩٨٢	٠٩٥٥	٠٩٢٨	٠٩٠١
٨	١٣٠٢	١٢٨٦	١٢٦٩	١٢٥١	١٢٣٢	١٢١٢	١١٩١	١١٧٠	١١٤٨	١١٢٦
٩	١٣١٧	١٣١٥	١٣١١	١٣٠٦	١٣٠٠	١٢٩٣	١٢٨٤	١٢٧٤	١٢٦٣	١٢٥١
١٠	١١٩٨	١٢١٠	١٢١٩	١٢٢٨	١٢٣٥	١٢٤١	١٢٤٥	١٢٤٩	١٢٥٠	١٢٥١
١١	٠٩٩١	١٠١٢	١٠٣١	١٠٤٩	١٠٦٧	١٠٨٣	١٠٩٨	١١١٢	١١٢٥	١١٣٧
١٢	٠٧٥٢	٠٧٧٦	٠٧٩٩	٠٨٢٢	٠٨٤٤	٠٨٦٦	٠٨٨٨	٠٩٠٨	٠٩٢٨	٠٩٤٨
١٣	٠٥٢٦	٠٥٤٩	٠٥٧٢	٠٥٩٤	٠٦١٧	٠٦٤٠	٠٦٦٢	٠٦٨٥	٠٧٠٧	٠٧٢٩
١٤	٠٣٤٢	٠٣٦١	٠٣٨٠	٠٣٩٩	٠٤١٩	٠٤٣٩	٠٤٥٩	٠٤٧٩	٠٥٠٠	٠٥٢١
١٥	٠٢٠٨	٠٢٢١	٠٢٣٥	٠٢٥٠	٠٢٦٥	٠٢٨١	٠٢٩٧	٠٣١٣	٠٣٣٠	٠٣٤٧
١٦	٠١١٨	٠١٢٧	٠١٣٧	٠١٤٧	٠١٥٧	٠١٦٨	٠١٨٠	٠١٩٢	٠٢٠٤	٠٢١٧
١٧	٠٠٦٣	٠٠٦٩	٠٠٧٥	٠٠٨١	٠٠٨٨	٠٠٩٥	٠١٠٣	٠١١١	٠١١٩	٠١٢٨
١٨	٠٠٣٢	٠٠٣٥	٠٠٣٩	٠٠٤٢	٠٠٤٦	٠٠٥١	٠٠٥٥	٠٠٦٠	٠٠٦٥	٠٠٧١
١٩	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢١	٠٠٢٣	٠٠٢٦	٠٠٢٨	٠٠٣١	٠٠٣٤	٠٠٣٧
٢٠	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١٠	٠٠١١	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩
٢١	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩
٢٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤
٢٣	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢

س/م	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠
١	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠
٢	٠٠١٠	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

س/م	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٣	٠٠٣٧	٠٠١٨	٠٠٠٨	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠
٤	٠١٠٢	٠٠٥٣	٠٠٢٧	٠٠١٣	٠٠٠٦	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠
٥	٠٢٢٤	٠١٢٧	٠٠٧٠	٠٠٣٧	٠٠١٩	٠٠١٠	٠٠٠٥	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١
٦	٠٤١١	٠٢٥٥	٠١٢٥	٠٠٨٧	٠٠٤٨	٠٠٢٦	٠٠١٤	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢
٧	٠٦٤٦	٠٤٣٧	٠٢٨١	٠١٧٤	٠١٠٤	٠٠٦٠	٠٠٣٤	٠٠١٨	٠٠١٠	٠٠٠٥
٨	٠٨٨٨	٠٦٥٥	٠٤٥٧	٠٣٠٤	٠١٩٤	٠١٢٠	٠٠٧٢	٠٠٤٢	٠٠٢٤	٠٠١٣
٩	١٠٨٥	٠٨٧٤	٠٦٦١	٠٤٧٣	٠٣٢٤	٠٢١٣	٠١٣٥	٠٠٨٣	٠٠٥٠	٠٠٢٩
١٠	١١٩٤	١٠٤٨	٠٨٥٩	٠٦٦٣	٠٤٨٦	٠٣٤١	٠٢٣٠	٠١٥٠	٠٠٩٥	٠٠٥٨
١١	١١٩٤	١١٤٤	١٠١٥	٠٨٤٤	٠٦٦٣	٠٤٩٦	٠٣٥٥	٠٢٤٥	٠١٦٤	٠١٠٦
١٢	١٠٩٤	١١٤٤	١٠٩٩	٠٩٨٤	٠٨٢٩	٠٦٦١	٠٥٠٤	٠٣٦٨	٠٢٥٩	٠١٧٦
١٣	٠٩٢٦	١٠٥٦	١٠٩٩	١٠٦٠	٠٩٥٦	٠٨١٤	٠٦٥٨	٠٥٠٩	٠٣٧٨	٠٢٧١
١٤	٠٧٢٨	٠٩٠٥	١٠٢١	١٠٦٠	١٠٢٤	٠٩٣٠	٠٨٠٠	٠٦٥٥	٠٥١٤	٠٣٨٧
١٥	٠٥٣٤	٠٧٢٤	٠٨٨٥	٠٩٨٩	١٠٢٤	٠٩٩٢	٠٩٠٦	٠٧٨٦	٠٦٥٠	٠٥١٦
١٦	٠٣٦٧	٠٥٤٣	٠٧١٩	٠٨٦٦	٠٩٦٠	٠٩٩٢	٠٩٦٣	٠٨٨٤	٠٧٧٢	٠٦٤٦
١٧	٠٢٣٧	٠٣٨٣	٠٥٥٠	٠٧١٣	٠٨٤٧	٠٩٣٤	٠٩٦٣	٠٩٣٦	٠٨٦٣	٠٧٦٠
١٨	٠١٤٥	٠٢٥٦	٠٣٩٧	٠٥٥٤	٠٧٠٦	٠٨٣٠	٠٩٠٩	٠٩٣٦	٠٩١١	٠٨٤٤
١٩	٠٠٨٤	٠١٦١	٠٢٧٢	٠٤٠٩	٠٥٥٧	٠٦٩٩	٠٨١٤	٠٨٨٧	٠٩١١	٠٨٨٨
٢٠	٠٠٤٦	٠٠٩٧	٠١٧٧	٠٢٨٦	٠٤١٨	٠٥٥٩	٠٦٩٢	٠٧٩٨	٠٨٦٦	٠٨٨٨
٢١	٠٠٢٤	٠٠٥٥	٠١٠٩	٠١٩١	٠٢٩٩	٠٤٢٦	٠٥٦٠	٠٦٨٤	٠٧٨٣	٠٨٤٦
٢٢	٠٠١٢	٠٠٣٠	٠٠٦٥	٠١٢١	٠٢٠٤	٠٣١٠	٠٤٣٣	٠٥٦٠	٠٦٧٦	٠٧٦٩
٢٣	٠٠٠٦	٠٠١٦	٠٠٣٧	٠٠٧٤	٠١٣٣	٠٢١٦	٠٣٢٠	٠٤٣٨	٠٥٥٩	٠٦٦٩
٢٤	٠٠٠٣	٠٠٠٨	٠٠٢٠	٠٠٤٣	٠٠٨٣	٠١٤٤	٠٢٢٦	٠٣٢٨	٠٤٤٢	٠٥٥٧
٢٥	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠١٠	٠٠٢٤	٠٠٥٠	٠٠٩٢	٠١٥٤	٠٢٣٧	٠٣٣٦	٠٤٤٦

تابع جدول ٩
توزيع بواسون

س/م	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٢٦	٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١٣	٠٠٢٩	٠٠٥٧	٠١٠١	٠١٦٤	٠٢٤٦	٠٣٤٣
٢٧	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٧	٠٠١٦	٠٠٣٤	٠٠٦٣	٠١٠٩	٠١٧٣	٠٢٥٤
٢٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٩	٠٠١٩	٠٠٣٨	٠٠٧٠	٠١١٧	٠١٨١
٢٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠١١	٠٠٢٣	٠٠٤٤	٠٠٧٧	٠١٢٥
٣٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٦	٠٠١٣	٠٠٢٦	٠٠٤٩	٠٠٨٣
٣١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٧	٠٠١٥	٠٠٣٠	٠٠٥٤
٣٢	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠٠٩	٠٠١٨	٠٠٣٤
٣٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١٠	٠٠٢٠
٣٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٦	٠٠١٢
٣٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٧
٣٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤
٣٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢
٣٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١
٣٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١

جدول ١٠

توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

Wilcoxon signed rank test

(١) القيم عبارة عن احتمال ص أو أقل (الجانب الأيسر) .

(٢) لقيم ن الكبيرة ، أكبر من ٢٠ نستخدم التوزيع الطبيعي ، باعتبار أن المتغير ط = $\frac{ص - \bar{ص}}{\sigma_{ص}}$ ،

$\bar{ص}$ = ن (ن + ١)/ ٤ ، $\sigma^{2}_{ص}$ = ن (ن + ١) (٢ن + ١) / ٢٤

ن = ٥	
ص	و (ص)
٠	٠,٠٣١٣
١	٠,٠٦٢٥
٢	٠,٠٩٣٨
٣	٠,١٥٦٣
٤	٠,٢١٨٨
٥	٠,٣١٢٥
٦	٠,٤٠٦٣
٧	٠,٥٠٠٠

ن = ٦	
ص	و (ص)
٤	٠,١٠٩٤
٥	٠,١٥٦٣
٦	٠,٢١٨٨
٧	٠,٢٨١٣
٨	٠,٣٤٣٨
٩	٠,٤٢١٩
١٠	٠,٥٠٠٠

ن = ٧	
ص	و (ص)
٦	٠,١٠٩٤
٧	٠,١٤٨٤
٨	٠,١٨٧٥
٩	٠,٢٣٤٤
١٠	٠,٢٨٩١
١١	٠,٣٤٣٨
١٢	٠,٤٠٦٣
١٣	٠,٤٦٨٨

ن = ٨	
ص	و (ص)
٤	٠,٠٢٧٣
٥	٠,٠٣٩١
٦	٠,٠٥٤٧
٧	٠,٠٧٤٢
٨	٠,٠٩٧٧
٩	٠,١٢٥٠
١٠	٠,١٥٦٣
١١	٠,١٩١٤
١٢	٠,٢٣٠٥
١٣	٠,٢٧٣٤
١٤	٠,٣٢٠٣
١٥	٠,٣٧١١
١٦	٠,٤٢١٩
١٧	٠,٤٧٢٧
١٨	٠,٥٢٧٣

ن = ٩	
ص	و (ص)
٠	٠,٠٠٢٠
١	٠,٠٠٣٩
٢	٠,٠٠٥٩
٣	٠,٠٠٩٨
٤	٠,٠١٣٧
٥	٠,٠١٩٥
٦	٠,٠٢٧٣
٧	٠,٠٣٧١
٨	٠,٠٤٨٨
٩	٠,٠٦٤٥
١٠	٠,٠٨٢٠
١١	٠,١٠١٦
١٢	٠,١٢٥٠
١٣	٠,١٥٠٤
١٤	٠,١٧٩٧

ن = ٦	
٠	٠,٠١٥٦
١	٠,٠٣١٣
٢	٠,٠٤٦٩
٣	٠,٠٧٨١

ن = ٧	
٠	٠,٠٠٧٨
١	٠,٠١٥٦
٢	٠,٠٢٣٤
٣	٠,٠٣٩١
٤	٠,٠٥٤٧
٥	٠,٠٧٨١

ن = ٨	
٠	٠,٠٠٣٩
١	٠,٠٠٧٨
٢	٠,٠١١٧
٣	٠,٠١٩٥

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

ن = ٩		ن = ١٠		ن = ١١		ن = ١١		ن = ١٢	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
١٥	٠,٢١٢٩	١١	٠,٠٥٢٧	٢	٠,٠٠١٥	٢٤	٠,٢٣٢٤	٩	٠,٠٠٨١
١٦	٠,٢٤٨٠	١٢	٠,٠٦٥٤	٣	٠,٠٠٢٤	٢٥	٠,٢٥٩٨	١٠	٠,٠١٠٥
١٧	٠,٢٨٥٢	١٣	٠,٠٨٠١	٤	٠,٠٠٣٤	٢٦	٠,٢٨٨٦	١١	٠,٠١٣٤
١٨	٠,٣٢٦٢	١٤	٠,٠٩٦٧	٥	٠,٠٠٤٩	٢٧	٠,٣١٨٨	١٢	٠,٠١٧١
١٩	٠,٣٦٧٢	١٥	٠,١١٦٢	٦	٠,٠٠٦٨	٢٨	٠,٣٥٠١	١٣	٠,٠٢١٢
٢٠	٠,٤١٠٢	١٦	٠,١٣٧٧	٧	٠,٠٠٩٣	٢٩	٠,٣٨٢٣	١٤	٠,٠٢٦١
٢١	٠,٤٥٥١	١٧	٠,١٦١١	٨	٠,٠١٢٢	٣٠	٠,٤١٥٥	١٥	٠,٠٣٢٠
٢٢	٠,٥٠٠٠	١٨	٠,١٨٧٥	٩	٠,٠١٦١	٣١	٠,٤٤٩٢	١٦	٠,٠٣٨٦
		١٩	٠,٢١٥٨	١٠	٠,٠٢١٠	٣٢	٠,٤٨٢٩	١٧	٠,٠٤٦١
ن	= ١٠	٢٠	٠,٢٤٦١	١١	٠,٠٢٦٩	٣٣	٠,٥١٧١	١٨	٠,٠٥٤٩
		٢١	٠,٢٧٨٣	١٢	٠,٠٣٣٧			١٩	٠,٠٦٤٧
٠	٠,٠٠١٠	٢٢	٠,٣١٢٥	١٣	٠,٠٤١٥	ن	= ١٢	٢٠	٠,٠٧٥٧
١	٠,٠٠٢٠	٢٣	٠,٣٤٧٧	١٤	٠,٠٥٠٨			٢١	٠,٠٨٨١
٢	٠,٠٠٢٩	٢٤	٠,٣٨٤٨	١٥	٠,٠٦١٥	٠	٠,٠٠٠٢	٢٢	٠,١٠١٨
٣	٠,٠٠٤٩	٢٥	٠,٤٢٢٩	١٦	٠,٠٧٣٧	١	٠,٠٠٠٥	٢٣	٠,١١٦٧
٤	٠,٠٠٦٨	٢٦	٠,٤٦٠٩	١٧	٠,٠٨٧٤	٢	٠,٠٠٠٧	٢٤	٠,١٣٣١
٥	٠,٠٠٩٨	٢٧	٠,٥٠٠٠	١٨	٠,١٠٣٠	٣	٠,٠٠١٢	٢٥	٠,١٥٠٦
٦	٠,٠١٣٧			١٩	٠,١٢٠١	٤	٠,٠٠١٧	٢٦	٠,١٦٩٧
٧	٠,٠١٨٦	ن	= ١١	٢٠	٠,١٣٩٢	٥	٠,٠٠٢٤	٢٧	٠,١٩٠٢
٨	٠,٠٢٤٤			٢١	٠,١٦٠٢	٦	٠,٠٠٣٤	٢٨	٠,٢١١٩
٩	٠,٠٣٢٢	٠	٠,٠٠٠٥	٢٢	٠,١٨٢٦	٧	٠,٠٠٤٦	٢٩	٠,٢٣٤٩
١٠	٠,٠٤٢٠	١	٠,٠٠١٠	٢٣	٠,٢٠٦٥	٨	٠,٠٠٦١	٣٠	٠,٢٥٩٣

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

ن = ١٢		ن = ١٣		ن = ١٣		ن = ١٤		ن = ١٤	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
٣١	٠,٢٨٤٧	١٠	٠,٠٠٥٢	٣٢	٠,١٨٧٩	٥	٠,٠٠٠٦	٢٧	٠,٠٥٩٤
٣٢	٠,٣١١٠	١١	٠,٠٠٦٧	٣٣	٠,٢٠٧٢	٦	٠,٠٠٠٩	٢٨	٠,٠٦٧٦
٣٣	٠,٣٣٨٦	١٢	٠,٠٠٨٥	٣٤	٠,٢٢٧٤	٧	٠,٠٠١٢	٢٩	٠,٠٧٦٥
٣٤	٠,٣٦٦٧	١٣	٠,٠١٠٧	٣٥	٠,٢٤٨٧	٨	٠,٠٠١٥	٣٠	٠,٠٨٦٣
٣٥	٠,٣٩٥٥	١٤	٠,٠١٣٣	٣٦	٠,٢٧٠٩	٩	٠,٠٠٢٠	٣١	٠,٠٩٦٩
٣٦	٠,٤٢٥٠	١٥	٠,٠١٦٤	٣٧	٠,٢٩٣٩	١٠	٠,٠٠٢٦	٣٢	٠,١٠٨٣
٣٧	٠,٤٥٤٨	١٦	٠,٠١٩٩	٣٨	٠,٣١٧٧	١١	٠,٠٠٣٤	٣٣	٠,١٢٠٦
٣٨	٠,٤٨٤٩	١٧	٠,٠٢٣٩	٣٩	٠,٣٤٢٤	١٢	٠,٠٠٤٣	٣٤	٠,١٣٣٨
٣٩	٠,٥١٥١	١٨	٠,٠٢٨٧	٤٠	٠,٣٦٧٧	١٣	٠,٠٠٥٤	٣٥	٠,١٤٧٩
		١٩	٠,٠٣٤١	٤١	٠,٣٩٣٤	١٤	٠,٠٠٦٧	٣٦	٠,١٦٢٩
ن = ١٣		٢٠	٠,٠٤٠٢	٤٢	٠,٤١٩٧	١٥	٠,٠٠٨٣	٣٧	٠,١٧٨٨
		٢١	٠,٠٤٧١	٤٣	٠,٤٤٦٣	١٦	٠,٠١٠١	٣٨	٠,١٩٥٥
٠	٠,٠٠٠١	٢٢	٠,٠٥٤٩	٤٤	٠,٤٧٣٠	١٧	٠,٠١٢٣	٣٩	٠,٢١٣١
١	٠,٠٠٠٢	٢٣	٠,٠٦٣٦	٤٥	٠,٥٠٠٠	١٨	٠,٠١٤٨	٤٠	٠,٢٣١٦
٢	٠,٠٠٠٤	٢٤	٠,٠٧٣٢			١٩	٠,٠١٧٦	٤١	٠,٢٥٠٨
٣	٠,٠٠٠٦	٢٥	٠,٠٨٣٩	ن = ١٤		٢٠	٠,٠٢٠٩	٤٢	٠,٢٧٠٨
٤	٠,٠٠٠٩	٢٦	٠,٠٩٥٥			٢١	٠,٠٢٤٧	٤٣	٠,٢٩١٥
٥	٠,٠٠١٢	٢٧	٠,١٠٨٢	٠	٠,٠٠٠١	٢٢	٠,٠٢٩٠	٤٤	٠,٣١٢٩
٦	٠,٠٠١٧	٢٨	٠,١٢١٩	١	٠,٠٠٠١	٢٣	٠,٠٣٣٨	٤٥	٠,٣٣٤٩
٧	٠,٠٠٢٣	٢٩	٠,١٣٦٧	٢	٠,٠٠٠٢	٢٤	٠,٠٣٩٢	٤٦	٠,٣٥٧٤
٨	٠,٠٠٣١	٣٠	٠,١٥٢٧	٣	٠,٠٠٠٣	٢٥	٠,٠٤٥٣	٤٧	٠,٣٨٠٤
٩	٠,٠٠٤٠	٣١	٠,١٦٩٨	٤	٠,٠٠٠٤	٢٦	٠,٠٥٢٠	٤٨	٠,٤٠٣٩

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

ن = ١٤		ن = ١٥		ن = ١٥		ن = ١٥		ن = ١٦	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
٤٩	٠,٤٢٧٦	١٥	٠,٠٠٤٢	٣٧	٠,١٠٣٩	٥٩	٠,٤٨٩٠	١٧	٠,٠٠٣١
٥٠	٠,٤٥١٦	١٦	٠,٠٠٥١	٣٨	٠,١١٤٧	٦٠	٠,٥١١٠	١٨	٠,٠٠٣٨
٥١	٠,٤٧٥٨	١٧	٠,٠٠٦٢	٣٩	٠,١٢٦٢			١٩	٠,٠٠٤٦
٥٢	٠,٥٠٠٠	١٨	٠,٠٠٧٥	٤٠	٠,١٣٨٤	ن = ١٦		٢٠	٠,٠٠٥٥
		١٩	٠,٠٠٩٠	٤١	٠,١٥١٤			٢١	٠,٠٠٦٥
ن = ١٥		٢٠	٠,٠١٠٨	٤٢	٠,١٦٥١	٠	٠,٠٠٠٠	٢٢	٠,٠٠٧٨
		٢١	٠,٠١٢٨	٤٣	٠,١٧٩٦	١	٠,٠٠٠٠	٢٣	٠,٠٠٩١
٠	٠,٠٠٠٠	٢٢	٠,٠١٥١	٤٤	٠,١٩٤٧	٢	٠,٠٠٠٠	٢٤	٠,٠١٠٧
١	٠,٠٠٠١	٢٣	٠,٠١٧٧	٤٥	٠,٢١٠٦	٣	٠,٠٠٠١	٢٥	٠,٠١٢٥
٢	٠,٠٠٠١	٢٤	٠,٠٢٠٦	٤٦	٠,٢٢٧١	٤	٠,٠٠٠١	٢٦	٠,٠١٤٥
٣	٠,٠٠٠٢	٢٥	٠,٠٢٤٠	٤٧	٠,٢٤٤٤	٥	٠,٠٠٠٢	٢٧	٠,٠١٦٨
٤	٠,٠٠٠٢	٢٦	٠,٠٢٧٧	٤٨	٠,٢٦٢٢	٦	٠,٠٠٠٢	٢٨	٠,٠١٩٣
٥	٠,٠٠٠٣	٢٧	٠,٠٣١٩	٤٩	٠,٢٨٠٧	٧	٠,٠٠٠٣	٢٩	٠,٠٢٢٢
٦	٠,٠٠٠٤	٢٨	٠,٠٣٦٥	٥٠	٠,٢٩٩٧	٨	٠,٠٠٠٤	٣٠	٠,٠٢٥٣
٧	٠,٠٠٠٦	٢٩	٠,٠٤١٦	٥١	٠,٣١٩٣	٩	٠,٠٠٠٥	٣١	٠,٠٢٨٨
٨	٠,٠٠٠٨	٣٠	٠,٠٤٧٣	٥٢	٠,٣٣٩٤	١٠	٠,٠٠٠٧	٣٢	٠,٠٣٢٧
٩	٠,٠٠١٠	٣١	٠,٠٥٣٥	٥٣	٠,٣٥٩٩	١١	٠,٠٠٠٨	٣٣	٠,٠٣٧٠
١٠	٠,٠٠١٣	٣٢	٠,٠٦٠٣	٥٤	٠,٣٨٠٨	١٢	٠,٠٠١١	٣٤	٠,٠٤١٦
١١	٠,٠٠١٧	٣٣	٠,٠٦٧٧	٥٥	٠,٤٠٢٠	١٣	٠,٠٠١٣	٣٥	٠,٠٤٦٧
١٢	٠,٠٠٢١	٣٤	٠,٠٧٥٧	٥٦	٠,٤٢٣٥	١٤	٠,٠٠١٧	٣٦	٠,٠٥٢٣
١٣	٠,٠٠٢٧	٣٥	٠,٠٨٤٤	٥٧	٠,٤٤٥٢	١٥	٠,٠٠٢١	٣٧	٠,٠٥٨٣
١٤	٠,٠٠٣٤	٣٦	٠,٠٩٣٨	٥٨	٠,٤٦٧٠	١٦	٠,٠٠٢٦	٣٨	٠,٠٦٤٩

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

ن = ١٦		ن = ١٦		ن = ١٧		ن = ١٧		ن = ١٧	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
٣٩	٠,٠٧١٩	٦١	٠,٣٧١٨	١١	٠,٠٠٠٤	٣٣	٠,٠١٩٨	٥٥	٠,١٦٤٥
٤٠	٠,٠٧٩٥	٦٢	٠,٣٩١٠	١٢	٠,٠٠٠٥	٣٤	٠,٠٢٢٤	٥٦	٠,١٧٦٤
٤١	٠,٠٨٧٧	٦٣	٠,٤١٠٤	١٣	٠,٠٠٠٧	٣٥	٠,٠٢٥٣	٥٧	٠,١٨٨٩
٤٢	٠,٠٩٦٤	٦٤	٠,٤٣٠١	١٤	٠,٠٠٠٨	٣٦	٠,٠٢٨٤	٥٨	٠,٢٠١٩
٤٣	٠,١٠٥٧	٦٥	٠,٤٥٠٠	١٥	٠,٠٠١٠	٣٧	٠,٠٣١٩	٥٩	٠,٢١٥٣
٤٤	٠,١١٥٦	٦٦	٠,٤٦٩٩	١٦	٠,٠٠١٣	٣٨	٠,٠٣٥٧	٦٠	٠,٢٢٩٣
٤٥	٠,١٢٦١	٦٧	٠,٤٩٠٠	١٧	٠,٠٠١٦	٣٩	٠,٠٣٩٨	٦١	٠,٢٤٣٧
٤٦	٠,١٣٧٢	٦٨	٠,٥١٠٠	١٨	٠,٠٠١٩	٤٠	٠,٠٤٤٣	٦٢	٠,٢٥٨٥
٤٧	٠,١٤٨٩			١٩	٠,٠٠٢٣	٤١	٠,٠٤٩٢	٦٣	٠,٢٧٣٨
٤٨	٠,١٦١٣	ن = ١٧		٢٠	٠,٠٠٢٨	٤٢	٠,٠٥٤٤	٦٤	٠,٢٨٩٥
٤٩	٠,١٧٤٢			٢١	٠,٠٠٣٣	٤٣	٠,٠٦٠١	٦٥	٠,٣٠٥٦
٥٠	٠,١٨٧٧	٠	٠,٠٠٠٠	٢٢	٠,٠٠٤٠	٤٤	٠,٠٦٦٢	٦٦	٠,٣٢٢١
٥١	٠,٢٠١٩	١	٠,٠٠٠٠	٢٣	٠,٠٠٤٧	٤٥	٠,٠٧٢٧	٦٧	٠,٣٣٨٩
٥٢	٠,٢١٦٦	٢	٠,٠٠٠٠	٢٤	٠,٠٠٥٥	٤٦	٠,٠٧٩٧	٦٨	٠,٣٥٥٩
٥٣	٠,٢٣١٩	٣	٠,٠٠٠٠	٢٥	٠,٠٠٦٤	٤٧	٠,٠٨٧١	٦٩	٠,٣٧٣٢
٥٤	٠,٢٤٧٧	٤	٠,٠٠٠١	٢٦	٠,٠٠٧٥	٤٨	٠,٠٩٥٠	٧٠	٠,٣٩١٠
٥٥	٠,٢٦٤١	٥	٠,٠٠٠١	٢٧	٠,٠٠٨٧	٤٩	٠,١٠٣٤	٧١	٠,٤٠٨٨
٥٦	٠,٢٨٠٩	٦	٠,٠٠٠١	٢٨	٠,٠١٠١	٥٠	٠,١١٢٣	٧٢	٠,٤٢٦٨
٥٧	٠,٢٩٨٣	٧	٠,٠٠٠١	٢٩	٠,٠١١٦	٥١	٠,١٢١٨	٧٣	٠,٤٤٥٠
٥٨	٠,٣١٦١	٨	٠,٠٠٠٢	٣٠	٠,٠١٣٣	٥٢	٠,١٣١٧	٧٤	٠,٤٦٣٢
٥٩	٠,٣٣٤٣	٩	٠,٠٠٠٣	٣١	٠,٠١٥٣	٥٣	٠,١٤٢١	٧٥	٠,٤٨١٦
٦٠	٠,٣٥٢٩	١٠	٠,٠٠٠٣	٣٢	٠,٠١٧٤	٥٤	٠,١٥٣٠	٧٦	٠,٥٠٠٠

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

ن = ١٨		ن = ١٨		ن = ١٨		ن = ١٨		ن = ١٩	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
٠	٠,٠٠٠٠	٢٢	٠,٠٠٢٠	٤٤	٠,٠٣٦٨	٦٦	٠,٢٠٨٦	٠	٠,٠٠٠٠
١	٠,٠٠٠٠	٢٣	٠,٠٠٢٤	٤٥	٠,٠٤٠٧	٦٧	٠,٢٢١١	١	٠,٠٠٠٠
٢	٠,٠٠٠٠	٢٤	٠,٠٠٢٨	٤٦	٠,٠٤٤٩	٦٨	٠,٢٣٤١	٢	٠,٠٠٠٠
٣	٠,٠٠٠٠	٢٥	٠,٠٠٣٣	٤٧	٠,٠٤٩٤	٦٩	٠,٢٤٧٥	٣	٠,٠٠٠٠
٤	٠,٠٠٠٠	٢٦	٠,٠٠٣٨	٤٨	٠,٠٥٤٢	٧٠	٠,٢٦١٣	٤	٠,٠٠٠٠
٥	٠,٠٠٠٠	٢٧	٠,٠٠٤٥	٤٩	٠,٠٥٩٤	٧١	٠,٢٧٥٤	٥	٠,٠٠٠٠
٦	٠,٠٠٠١	٢٨	٠,٠٠٥٢	٥٠	٠,٠٦٤٩	٧٢	٠,٢٨٩٩	٦	٠,٠٠٠٠
٧	٠,٠٠٠١	٢٩	٠,٠٠٦٠	٥١	٠,٠٧٠٨	٧٣	٠,٣٠٤٧	٧	٠,٠٠٠٠
٨	٠,٠٠٠١	٣٠	٠,٠٠٦٩	٥٢	٠,٠٧٧٠	٧٤	٠,٣١٩٨	٨	٠,٠٠٠٠
٩	٠,٠٠٠١	٣١	٠,٠٠٨٠	٥٣	٠,٠٨٣٧	٧٥	٠,٣٣٥٣	٩	٠,٠٠٠١
١٠	٠,٠٠٠٢	٣٢	٠,٠٠٩١	٥٤	٠,٠٩٠٧	٧٦	٠,٣٥٠٩	١٠	٠,٠٠٠١
١١	٠,٠٠٠٢	٣٣	٠,٠١٠٤	٥٥	٠,٠٩٨٢	٧٧	٠,٣٦٦٩	١١	٠,٠٠٠١
١٢	٠,٠٠٠٣	٣٤	٠,٠١١٨	٥٦	٠,١٠٦١	٧٨	٠,٣٨٣٠	١٢	٠,٠٠٠١
١٣	٠,٠٠٠٣	٣٥	٠,٠١٣٤	٥٧	٠,١١٤٤	٧٩	٠,٣٩٩٤	١٣	٠,٠٠٠٢
١٤	٠,٠٠٠٤	٣٦	٠,٠١٥٢	٥٨	٠,١٢٣١	٨٠	٠,٤١٥٩	١٤	٠,٠٠٠٢
١٥	٠,٠٠٠٥	٣٧	٠,٠١٧١	٥٩	٠,١٣٢٣	٨١	٠,٤٣٢٥	١٥	٠,٠٠٠٣
١٦	٠,٠٠٠٦	٣٨	٠,٠١٩٢	٦٠	٠,١٤١٩	٨٢	٠,٤٤٩٣	١٦	٠,٠٠٠٣
١٧	٠,٠٠٠٨	٣٩	٠,٠٢١٦	٦١	٠,١٥١٩	٨٣	٠,٤٦٦١	١٧	٠,٠٠٠٤
١٨	٠,٠٠١٠	٤٠	٠,٠٢٤١	٦٢	٠,١٦٢٤	٨٤	٠,٤٨٣١	١٨	٠,٠٠٠٥
١٩	٠,٠٠١٢	٤١	٠,٠٢٦٩	٦٣	٠,١٧٣٣	٨٥	٠,٥٠٠٠	١٩	٠,٠٠٠٦
٢٠	٠,٠٠١٤	٤٢	٠,٠٣٠٠	٦٤	٠,١٨٤٦			٢٠	٠,٠٠٠٧
٢١	٠,٠٠١٧	٤٣	٠,٠٣٣٣	٦٥	٠,١٩٦٤			٢١	٠,٠٠٠٨

تابع جدول ١٠

توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

ن = ١٩		ن = ١٩		ن = ١٩		ن = ١٩		ن = ٢٠	
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)
٢٢	٠,٠٠١٠	٤٤	٠,٠٢٠١	٦٦	٠,١٢٩٠	٨٨	٠,٣٩٩١	١١	٠,٠٠٠١
٢٣	٠,٠٠١٢	٤٥	٠,٠٢٢٣	٦٧	٠,١٣٧٧	٨٩	٠,٤١٤٤	١٢	٠,٠٠٠١
٢٤	٠,٠٠١٤	٤٦	٠,٠٢٤٧	٦٨	٠,١٤٦٧	٩٠	٠,٤٢٩٨	١٣	٠,٠٠٠١
٢٥	٠,٠٠١٧	٤٧	٠,٠٢٧٣	٦٩	٠,١٥٦٢	٩١	٠,٤٤٥٣	١٤	٠,٠٠٠١
٢٦	٠,٠٠٢٠	٤٨	٠,٠٣٠١	٧٠	٠,١٦٦٠	٩٢	٠,٤٦٠٩	١٥	٠,٠٠٠١
٢٧	٠,٠٠٢٣	٤٩	٠,٠٣٣١	٧١	٠,١٧٦٢	٥٣	٠,٤٧٦٥	١٦	٠,٠٠٠٢
٢٨	٠,٠٠٢٧	٥٠	٠,٠٣٦٤	٧٢	٠,١٨٦٨	٩٤	٠,٤٩٢٢	١٧	٠,٠٠٠٢
٢٩	٠,٠٠٣١	٥١	٠,٠٣٩٩	٧٣	٠,١٩٧٧	٩٥	٠,٥٠٧٨	١٨	٠,٠٠٠٢
٣٠	٠,٠٠٣٦	٥٢	٠,٠٤٣٧	٧٤	٠,٢٠٩٠			١٩	٠,٠٠٠٣
٣١	٠,٠٠٤١	٥٣	٠,٠٤٧٨	٧٥	٠,٢٢٠٧	ن = ٢٠		٢٠	٠,٠٠٠٤
٣٢	٠,٠٠٤٧	٥٤	٠,٠٥٢١	٧٦	٠,٢٣٢٧			٢١	٠,٠٠٠٤
٣٣	٠,٠٠٥٤	٥٥	٠,٠٥٦٧	٧٧	٠,٢٤٥٠	٠	٠,٠٠٠٠	٢٢	٠,٠٠٠٥
٣٤	٠,٠٠٦٢	٥٦	٠,٠٦١٦	٧٨	٠,٢٥٧٦	١	٠,٠٠٠٠	٢٣	٠,٠٠٠٦
٣٥	٠,٠٠٧٠	٥٧	٠,٠٦٦٨	٧٩	٠,٢٧٠٦	٢	٠,٠٠٠٠	٢٤	٠,٠٠٠٧
٣٦	٠,٠٠٨٠	٥٨	٠,٠٧٢٣	٨٠	٠,٢٨٣٩	٣	٠,٠٠٠٠	٢٥	٠,٠٠٠٨
٣٧	٠,٠٠٩٠	٥٩	٠,٠٧٨٢	٨١	٠,٢٩٧٤	٤	٠,٠٠٠٠	٢٦	٠,٠٠١٠
٣٨	٠,٠١٠٢	٦٠	٠,٠٨٤٤	٨٢	٠,٣١١٣	٥	٠,٠٠٠٠	٢٧	٠,٠٠١٢
٣٩	٠,٠١١٥	٦١	٠,٠٩٠٩	٨٣	٠,٣٢٥٤	٦	٠,٠٠٠٠	٢٨	٠,٠٠١٤
٤٠	٠,٠١٢٩	٦٢	٠,٠٩٧٨	٨٤	٠,٣٣٩٧	٧	٠,٠٠٠٠	٢٩	٠,٠٠١٦
٤١	٠,٠١٤٥	٦٣	٠,١٠٥١	٨٥	٠,٣٥٤٣	٨	٠,٠٠٠٠	٣٠	٠,٠٠١٨
٤٢	٠,٠١٦٢	٦٤	٠,١١٢٧	٨٦	٠,٣٦٩٠	٩	٠,٠٠٠٠	٣١	٠,٠٠٢١
٤٣	٠,٠١٨٠	٦٥	٠,١٢٠٦	٨٧	٠,٣٨٤٠	١٠	٠,٠٠٠٠	٣٢	٠,٠٠٢٤

تابع جدول ١٠
توزيع إحصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة

ن = ٢٠		ن = ٢٠		ن = ٢٠		ن = ٢٠			
ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)	ص	و (ص)		
٣٣	٠,٠٠٢٨	٥٥	٠,٠٣١٩	٧٧	٠,١٥٥٩	٩٩	٠,٤٢٠٤		
٣٤	٠,٠٠٣٢	٥٦	٠,٠٣٤٨	٧٨	٠,١٦٥٠	١٠٠	٠,٤٣٤٧		
٣٥	٠,٠٠٣٦	٥٧	٠,٠٣٧٩	٧٩	٠,١٧٤٤	١٠١	٠,٤٤٩٢		
٣٦	٠,٠٠٤٢	٥٨	٠,٠٤١٣	٨٠	٠,١٨٤١	١٠٢	٠,٤٦٣٦		
٣٧	٠,٠٠٤٧	٥٩	٠,٠٤٤٨	٨١	٠,١٩٤٢	١٠٣	٠,٤٧٨٢		
٣٨	٠,٠٠٥٣	٦٠	٠,٠٤٨٧	٨٢	٠,٢٠٤٥	١٠٤	٠,٤٩٢٧		
٣٩	٠,٠٠٦٠	٦١	٠,٠٥٢٧	٨٣	٠,٢١٥٢				
٤٠	٠,٠٠٦٨	٦٢	٠,٠٥٧٠	٨٤	٠,٢٢٦٢				
٤١	٠,٠٠٧٧	٦٣	٠,٠٦١٥	٨٥	٠,٢٣٧٥				
٤٢	٠,٠٠٨٦	٦٤	٠,٠٦٦٤	٨٦	٠,٢٤٩٠				
٤٣	٠,٠٠٩٦	٦٥	٠,٠٧١٥	٨٧	٠,٢٦٠٨				
٤٤	٠,٠١٠٧	٦٦	٠,٠٧٦٨	٨٨	٠,٢٧٢٩				
٤٥	٠,٠١٢٠	٦٧	٠,٠٨٢٥	٨٩	٠,٢٨٥٣				
٤٦	٠,٠١٣٣	٦٨	٠,٠٨٨٤	٩٠	٠,٢٩٧٩				
٤٧	٠,٠١٤٨	٦٩	٠,٠٩٤٧	٩١	٠,٣١٠٨				
٤٨	٠,٠١٦٤	٧٠	٠,١٠١٢	٩٢	٠,٣٢٣٨				
٤٩	٠,٠١٨١	٧١	٠,١٠٨١	٩٣	٠,٣٣٧١				
٥٠	٠,٠٢٠٠	٧٢	٠,١١٥٣	٩٤	٠,٣٥٠٦				
٥١	٠,٠٢٢٠	٧٣	٠,١٢٢٧	٩٥	٠,٣٦٤٣				
٥٢	٠,٠٢٤٢	٧٤	٠,١٣٠٥	٩٦	٠,٣٧٨١				
٥٣	٠,٠٢٦٦	٧٥	٠,١٣٨٧	٩٧	٠,٣٩٢١				
٥٤	٠,٠٢٩١	٧٦	٠,١٤٧١	٩٨	٠,٤٠٦٢				

جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون / مان ـــ وتنى

Distribution of the rank sum statistic

Wilcoxon / mann - whitney

الجدول يعرض قيم حـ ، $ص_{حـ}$، $ص_{١-حـ}$ ، باعتبار أنه إذا تم اختيار عينتين بطريقة عشوائية من نفس المجتمع فإنه بالنسبة لقيم العينة الصغيرة ($ن_{١}$) يكون احتمال (مجموع الرتب ≥ $ص_{حـ}$) = حـ . وكذلك فإن احتمال أن يكون (مجموع الرتب ≤ $ص_{١-حـ}$) = حـ .

وبالنسبة للعينات الكبيرة ، حيث يكون $ن_{١}$ أو $ن_{٢}$ أكبر من ١٠ فإن مجموع الرتب ص يتبع التوزيع الطبيعى بمتوسط قدره $\bar{ص} = ن_{١} (ن_{١} + ن_{٢} + ١) / ٢$

وتباين قدره $\sigma^{٢} = ن_{١} ن_{٢} (ن_{١} + ن_{٢} + ١) / ١٢$

ويمكن استخدام جدول التوزيع المعيارى باعتبار أن المتغير هو صَ حيث

$$صَ = \frac{ص \pm \frac{١}{٢} - \bar{ص}}{\sigma}$$

جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ـــ مان ـــ وتنى

ن١، ن٢	ح	ص١ ـ ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ ـ ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ ـ ح	ص ح
١،١	٠,٥٠٠	٢	١	٨،١	٠,٥٥٦	٥	٥	٤،٢	٠,٦٠٠	٧	٧
٢،١	٠,٣٣٣	٣	١	٩،١	٠,١٠٠	١٠	١	٥،٢	٠,٠٤٧	١٣	٣
	٠,٦٦٧	٢	٢		٠,٢٠٠	٩	٢		٠,٠٩٥	١٢	٤
٣،١	٠,٢٥٠	٤	١		٠,٣٠٠	٨	٣		٠,١٩٠	١١	٥
	٠,٥٠٠	٣	٢		٠,٤٠٠	٧	٤		٠,٢٨٦	١٠	٦
٤،١	٠,٢٠٠	٥	١		٠,٥٠٠	٦	٥		٠,٤٢٩	٩	٧
	٠,٤٠٠	٤	٢	١٠،١	٠,٠٩١	١١	١		٠,٥٧١	٨	٨
	٠,٦٠٠	٣	٣		٠,١٨٢	١٠	٢	٦،٢	٠,٠٣٦	١٥	٣
٥،١	٠,١٦٧	٦	١		٠,٢٧٣	٩	٣		٠,٠٧١	١٤	٤
	٠,٣٣٣	٥	٢		٠,٣٦٤	٨	٤		٠,١٤٣	١٣	٥
	٠,٥٠٠	٤	٣		٠,٤٥٥	٧	٥		٠,٢١٤	١٢	٦
٦،١	٠,١٤٣	٧	١		٠,٥٤٥	٦	٦		٠,٣٢١	١١	٧
	٠,٢٨٦	٦	٢	٢،٢	٠,١٦٧	٧	٣		٠,٤٢٩	١٠	٨
	٠,٤٢٨	٥	٣		٠,٣٣٣	٦	٤		٠,٥٧١	٩	٩
	٠,٥٧١	٤	٤		٠,٦٦٧	٥	٥	٧،٢	٠,٠٢٨	١٧	٣
٧،١	٠,١٢٥	٨	١	٣،٢	٠,١٠٠	٩	٣		٠,٠٥٦	١٦	٤
	٠,٢٥٠	٧	٢		٠,٢٠٠	٨	٤		٠,١١١	١٥	٥
	٠,٣٧٥	٦	٣		٠,٤٠٠	٧	٥		٠,١٦٧	١٤	٦
	٠,٥٠٠	٥	٤		٠,٦٠٠	٦	٦		٠,٢٥٠	١٣	٧
٨،١	٠,١١١	٩	١	٤،٢	٠,٠٦٧	١١	٣		٠,٣٣٣	١٢	٨
	٠,٢٢٢	٨	٢		٠,١٣٣	١٠	٤		٠,٤٤٤	١١	٩
	٠,٣٣٣	٧	٣		٠,٢٦٧	٩	٥		٠,٥٥٦	١٠	١٠
	٠,٤٤٤	٦	٤		٠,٤٠٠	٨	٦	٨،٢	٠,٠٢٢	١٩	٣

تابع جدول ١١
توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ــ مان ــ وتنى

ن١، ن٢	ح	ص١ - ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ - ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ - ح	ص ح
٨،٢	٠,٠٤٤	١٨	٤	١٠،٢	٠,١٨٢	١٨	٨	٥،٣	٠,٢٨٦	١٦	١١
	٠,٠٨٩	١٧	٥		٠,٢٤٢	١٧	٩		٠,٣٩٣	١٥	١٢
	٠,١٣٣	١٦	٦		٠,٣٠٣	١٦	١٠		٠,٥٠٠	١٤	١٣
	٠,٢٠٠	١٥	٧		٠,٣٧٩	١٥	١١	٦،٣	٠,٠١٢	٢٤	٦
	٠,٢٦٧	١٤	٨		٠,٤٥٥	١٤	١٢		٠,٠٢٤	٢٣	٧
	٠,٣٥٦	١٣	٩		٠,٥٤٥	١٣	١٣		٠,٠٤٨	٢٢	٨
	٠,٤٤٤	١٢	١٠	٣،٣	٠,٠٥٠	١٥	٦		٠,٠٨٣	٢١	٩
	٠,٥٥٦	١١	١١		٠,١٠٠	١٤	٧		٠,١٣١	٢٠	١٠
٩،٢	٠,٠١٨	٢١	٣		٠,٢٠٠	١٣	٨		٠,١٩٠	١٩	١١
	٠,٠٣٦	٢٠	٤		٠,٣٥٠	١٢	٩		٠,٢٧٤	١٨	١٢
	٠,٠٧٣	١٩	٥		٠,٥٠٠	١١	١٠		٠,٣٥٧	١٧	١٣
	٠,١٠٩	١٨	٦	٤،٣	٠,٠٢٨	١٨	٦		٠,٤٥٢	١٦	١٤
	٠,١٦٤	١٧	٧		٠,٠٥٧	١٧	٧		٠,٥٤٨	١٥.	١٥
	٠,٢١٨	١٦	٨		٠,١١٤	١٦	٨	٧،٣	٠,٠٠٨	٢٧	٦
	٠,٢٩١	١٥	٩		٠,٢٠٠	١٥	٩		٠,٠١٧	٢٦	٧
	٠,٣٦٤	١٤	١٠		٠,٣١٤	١٤	١٠		٠,٠٣٣	٢٥	٨
	٠,٤٤٥	١٣	١١		٠,٤٢٩	١٣	١١		٠,٠٥٨	٢٤	٩
	٠,٥٤٥	١٢	١٢		٠,٥٧١	١٢	١٢		٠,٠٩٢	٢٣	١٠
١٠،٢	٠,٠١٥	٢٣	٣	٥،٣	٠,٠١٨	٢١	٦		٠,١٣٣	٢٢	١١
	٠,٠٣٠	٢٢	٤		٠,٠٣٦	٢٠	٧		٠,١٩٢	٢١	١٢
	٠,٠٦١	٢١	٥		٠,٠٧١	١٩	٨		٠,٢٥٨	٢٠	١٣
	٠,٠٩١	٢٠	٦		٠,١٢٥	١٨	٩		٠,٣٣٣	١٩	١٤
	٠,١٣٦	١٩	٧		٠,١٩٦	١٧	١٠		٠,٤١٧	١٨	١٥

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ــ مان ــ وتنى

ن١، ن٢	ح	ص١ ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ـح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ـح	ص ح
٧،٣	٠,٥٠٠	١٧	١٦	٩،٣	٠,٢٤١	٢٤	١٥	٤،٤	٠,٠٥٧	٢٤	١٢
٨،٣	٠,٠٠٦	٣٠	٦		٠,٣٠٠	٢٣	١٦		٠,١٠٠	٢٣	١٣
	٠,٠١٢	٢٩	٧		٠,٣٦٣	٢٢	١٧		٠,١٧١	٢٢	١٤
	٠,٠٢٤	٢٨	٨		٠,٤٣٢	٢١	١٨		٠,٢٤٣	٢١	١٥
	٠,٠٤٢	٢٧	٩		٠,٥٠٠	٢٠	١٩		٠,٣٤٣	٢٠	١٦
	٠,٠٦٧	٢٦	١٠	١٠،٣	٠,٠٠٣	٣٦	٦		٠,٤٤٣	١٩	١٧
	٠,٠٩٧	٢٥	١١		٠,٠٠٧	٣٥	٧		٠,٥٥٧	١٨	١٨
	٠,١٣٩	٢٤	١٢		٠,٠١٤	٣٤	٨	٥،٤	٠,٠٠٨	٣٠	١٠
	٠,١٨٨	٢٣	١٣		٠,٠٢٤	٣٣	٩		٠,٠١٦	٢٩	١١
	٠,٢٤٨	٢٢	١٤		٠,٠٣٨	٣٢	١٠		٠,٠٣٢	٢٨	١٢
	٠,٣١٥	٢١	١٥		٠,٠٥٦	٣١	١١		٠,٠٥٦	٢٧	١٣
	٠,٣٨٧	٢٠	١٦		٠,٠٨٠	٣٠	١٢		٠,٠٩٥	٢٦	١٤
	٠,٤٦١	١٩	١٧		٠,١٠٨	٢٩	١٣		٠,١٤٣	٢٥	١٥
	٠,٥٣٩	١٨	١٨		٠,١٤٣	٢٨	١٤		٠,٢٠٦	٢٤	١٦
٩،٣	٠,٠٠٥	٣٣	٦		٠,١٨٥	٢٧.	١٥		٠,٢٧٨	٢٣	١٧
	٠,٠٠٩	٣٢	٧		٠,٢٣٤	٢٦	١٦		٠,٣٦٥	٢٢	١٨
	٠,٠١٨	٣١	٨		٠,٢٨٧	٢٥	١٧		٠,٤٥٢	٢١	١٩
	٠,٠٣٢	٣٠	٩		٠,٣٤٦	٢٤	١٨		٠,٥٤٨	٢٠	٢٠
	٠,٠٥٠	٢٩	١٠		٠,٤٠٦	٢٣	١٩	٦،٤	٠,٠٠٥	٣٤	١٠
	٠,٠٧٣	٢٨	١١		٠,٤٦٩	٢٢	٢٠		٠,٠١٠	٣٣	١١
	٠,١٠٥	٢٧	١٢		٠,٥٣١	٢١	٢١		٠,٠١٩	٣٢	١٢
	٠,١٤١	٢٦	١٣	٤،٤	٠,٠١٤	٢٦	١٠		٠,٠٣٣	٣١	١٣
	٠,١٨٦	٢٥	١٤		٠,٠٢٩	٢٥	١١		٠,٠٥٧	٣٠	١٤

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ــ مان ــ وتني

ن١، ن٢	ح	ص١ ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ ح	ص ح
٦،٤	٠,٠٨٦	٢٩	١٥	٨،٤	٠,٠٠٢	٤٢	١٠	٩،٤	٠,٠٣٨	٤٠	١٦
	٠,١٢٩	٢٨	١٦		٠,٠٠٤	٤١	١١		٠,٠٥٣	٣٩	١٧
	٠,١٧٦	٢٧	١٧		٠,٠٠٨	٤٠	١٢		٠,٠٧٤	٣٨	١٨
	٠,٢٣٨	٢٦	١٨		٠,٠١٤	٣٩	١٣		٠,٠٩٩	٣٧	١٩
	٠,٣٠٥	٢٥	١٩		٠,٠٢٤	٣٨	١٤		٠,١٣٠	٣٦	٢٠
	٠,٣٨١	٢٤	٢٠		٠,٠٣٦	٣٧	١٥		٠,١٦٥	٣٥	٢١
	٠,٤٥٧	٢٣	٢١		٠,٠٥٥	٣٦	١٦		٠,٢٠٧	٣٤	٢٢
	٠,٥٤٥	٢٢	٢٢		٠,٠٧٧	٣٥	١٧		٠,٢٥٢	٣٣	٢٣
٧،٤	٠,٠٠٣	٣٨	١٠		٠,١٠٧	٣٤	١٨		٠,٣٠٢	٣٢	٢٤
	٠,٠٠٦	٣٧	١١		٠,١٤١	٣٣	١٩		٠,٣٥٥	٣١	٢٥
	٠,٠١٢	٣٦	١٢		٠,١٨٤	٣٢	٢٠		٠,٤١٣	٣٠	٢٦
	٠,٠٢١	٣٥	١٣		٠,٢٣٠	٣١	٢١		٠,٤٧٠	٢٩	٢٧
	٠,٠٣٦	٣٤	١٤		٠,٢٨٥	٣٠	٢٢		٠,٥٣٠	٢٨	٢٨
	٠,٠٥٥	٣٣	١٥		٠,٣٤١	٢٩	٢٣	١٠،٤	٠,٠٠١	٥٠	١٠
	٠,٠٨٢	٣٢	١٦		٠,٤٠٤	٢٨	٢٤		٠,٠٠٢	٤٩	١١
	٠,١١٥	٣١	١٧		٠,٤٦٧	٢٧	٢٥		٠,٠٠٤	٤٨	١٢
	٠,١٥٨	٣٠	١٨		٠,٥٣٣	٢٦	٢٦		٠,٠٠٧	٤٧	١٣
	٠,٢٠٦	٢٩	١٩	٩،٤	٠,٠٠١	٤٦	١٠		٠,٠١٢	٤٦	١٤
	٠,٢٦٤	٢٨	٢٠		٠,٠٠٣	٤٥	١١		٠,٠١٨	٤٥	١٥
	٠,٣٢٤	٢٧	٢١		٠,٠٠٦	٤٤	١٢		٠,٠٢٦	٤٤	١٦
	٠,٣٩٤	٢٦	٢٢		٠,٠١٠	٤٣	١٣		٠,٠٣٨	٤٣	١٧
	٠,٤٦٤	٢٥	٢٣		٠,٠١٧	٤٢	١٤		٠,٠٥٣	٤٢	١٨
	٠,٥٣٨	٢٤	٢٤		٠,٠٢٥	٤١	١٥		٠,٠٧١	٤١	١٩

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ـــ مان ـــ وتنى

ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح
١٠،٤	٠,٠٩٤	٤٠	٢٠	٥،٥	٠,٥٠٠	٢٨	٢٧	٧،٥	٠,٠٣٧	٤٤	٢١
	٠,١٢٠	٣٩	٢١	٦،٥	٠,٠٠٢	٤٥	١٥		٠,٠٥٣	٤٣	٢٢
	٠,١٥٢	٣٨	٢٢		٠,٠٠٤	٤٤	١٦		٠,٠٧٤	٤٢	٢٣
	٠,١٨٧	٣٧	٢٣		٠,٠٠٩	٤٣	١٧		٠,١٠١	٤١	٢٤
	٠,٢٢٧	٣٦	٢٤		٠,٠١٥	٤٢	١٨		٠,١٣٤	٤٠	٢٥
	٠,٢٧٠	٣٥	٢٥		٠,٠٢٦	٤١	١٩		٠,١٧٢	٣٩	٢٦
	٠,٣١٨	٣٤	٢٦		٠,٠٤١	٤٠	٢٠		٠,٢١٦	٣٨	٢٧
	٠,٣٦٧	٣٣	٢٧		٠,٠٦٣	٣٩	٢١		٠,٢٦٥	٣٧	٢٨
	٠,٤٢٠	٣٢	٢٨		٠,٠٨٩	٣٨	٢٢		٠,٣١٩	٣٦	٢٩
	٠,٤٧٣	٣١	٢٩		٠,١٢٣	٣٧	٢٣		٠,٣٧٨	٣٥	٣٠
	٠,٥٢٧	٣٠	٣٠		٠,١٦٥	٣٦	٢٤		٠,٤٣٨	٣٤	٣١
٥،٥	٠,٠٠٤	٤٠	١٥		٠,٢١٤	٣٥	٢٥		٠,٥٠٠	٣٣	٣٢
	٠,٠٠٨	٣٩	١٦		٠,٢٦٨	٣٤	٢٦	٨،٥	٠,٠٠١	٥٥	١٥
	٠,٠١٦	٣٨	١٧		٠,٣٣١	٣٣	٢٧		٠,٠٠٢	٥٤	١٦
	٠,٠٢٨	٣٧	١٨		٠,٣٩٦	٣٢	٢٨		٠,٠٠٣	٥٣	١٧
	٠,٠٤٨	٣٦	١٩		٠,٤٦٥	٣١	٢٩		٠,٠٠٥	٥٢	١٨
	٠,٠٧٥	٣٥	٢٠		٠,٥٣٥	٣٠	٣٠		٠,٠٠٩	٥١	١٩
	٠,١١١	٣٤	٢١	٧،٥	٠,٠٠١	٥٠	١٥		٠,٠١٥	٥٠	٢٠
	٠,١٥٥	٣٣	٢٢		٠,٠٠٣	٤٩	١٦		٠,٠٢٣	٤٩	٢١
	٠,٢١٠	٣٢	٢٣		٠,٠٠٥	٤٨	١٧		٠,٠٣٣	٤٨	٢٢
	٠,٢٧٤	٣١	٢٤		٠,٠٠٩	٤٧	١٨		٠,٠٤٧	٤٧	٢٣
	٠,٣٤٥	٣٠	٢٥		٠,٠١٥	٤٦	١٩		٠,٠٦٤	٤٦	٢٤
	٠,٤٢١	٢٩	٢٦		٠,٠٢٤	٤٥	٢٠		٠,٠٨٥	٤٥	٢٥

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ــ مان ــ وتني

ن١ ، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١ ، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١ ، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح
٨،٥	٠,١١١	٤٤	٢٦	٩،٥	٠,١٢٠	٤٧	٢٨	١٠،٥	٠,٠٨٢	٥٢	٢٨
	٠,١٤٢	٤٣	٢٧		٠,١٤٩	٤٦	٢٩		٠,١٠٣	٥١	٢٩
	٠,١٧٧	٤٢	٢٨		٠,١٨٢	٤٥	٣٠		٠,١٢٧	٥٠	٣٠
	٠,٢١٧	٤١	٢٩		٠,٢١٩	٤٤	٣١		٠,١٥٥	٤٩	٣١
	٠,٢٦٢	٤٠	٣٠		٠,٢٥٩	٤٣	٣٢		٠,١٨٥	٤٨	٣٢
	٠,٣١١	٣٩	٣١		٠,٣٠٣	٤٢	٣٣		٠,٢٢٠	٤٧	٣٣
	٠,٣٦٢	٣٨	٣٢		٠,٣٥٠	٤١	٣٤		٠,٢٥٧	٤٦	٣٤
	٠,٤١٦	٣٧	٣٣		٠,٣٩٩	٤٠	٣٥		٠,٢٩٧	٤٥	٣٥
	٠,٤٧٢	٣٦	٣٤		٠,٤٤٩	٣٩	٣٦		٠,٣٣٩	٤٤	٣٦
	٠,٥٢٨	٣٥	٣٥		٠,٥٠٠	٣٨	٣٧		٠,٣٨٤	٤٣	٣٧
٩،٥	٠,٠٠٠	٦٠	١٥	١٠،٥	٠,٠٠٠	٦٥	١٥		٠,٤٣٠	٤٢	٣٨
	٠,٠٠١	٥٩	١٦		٠,٠٠١	٦٤	١٦		٠,٤٧٧	٤١	٣٩
	٠,٠٠٢	٥٨	١٧		٠,٠٠١	٦٣	١٧		٠,٥٢٣	٤٠	٤٠
	٠,٠٠٣	٥٧	١٨		٠,٠٠٢	٦٢	١٨	٦،٦	٠,٠٠١	٥٧	٢١
	٠,٠٠٦	٥٦	١٩		٠,٠٠٤	٦١	١٩		٠,٠٠٢	٥٦	٢٢
	٠,٠٠٩	٥٥	٢٠		٠,٠٠٦	٦٠	٢٠		٠,٠٠٤	٥٥	٢٣
	٠,٠١٤	٥٤	٢١		٠,٠١٠	٥٩	٢١		٠,٠٠٨	٥٤	٢٤
	٠,٠٢١	٥٣	٢٢		٠,٠١٤	٥٨	٢٢		٠,٠١٣	٥٣	٢٥
	٠,٠٣٠	٥٢	٢٣		٠,٠٢٠	٥٧	٢٣		٠,٠٢١	٥٢	٢٦
	٠,٠٤١	٥١	٢٤		٠,٠٢٨	٥٦	٢٤		٠,٠٣٢	٥١	٢٧
	٠,٠٥٦	٥٠	٢٥		٠,٠٣٨	٥٥	٢٥		٠,٠٤٧	٥٠	٢٨
	٠,٠٧٣	٤٩	٢٦		٠,٠٥٠	٥٤	٢٦		٠,٠٦٦	٤٩	٢٩
	٠,٠٩٥	٤٨	٢٧		٠,٠٦٥	٥٣	٢٧		٠,٠٩٠	٤٨	٣٠

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ــ مان ــ وتنى

ن١،ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١،ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١،ن٢	ح	ص١-ح	ص ح
٦،٦	٠،١٢٠	٤٧	٣١	٧،٦	٠،١٨٣	٤٩	٣٥	٨،٦	٠،١٤١	٥٤	٣٦
	٠،١١٥	٤٦	٣٢		٠،٢٢٣	٤٨	٣٦		٠،١٧٢	٥٣	٣٧
	٠،١٩٧	٤٥	٣٣		٠،٢٦٧	٤٧	٣٧		٠،٢٠٧	٥٢	٣٨
	٠،٢٤٢	٤٤	٣٤		٠،٣١٤	٤٦	٣٨		٠،٢٤٥	٥١	٣٩
	٠،٢٩٤	٤٣	٣٥		٠،٣٦٥	٤٥	٣٩		٠،٢٨٦	٥٠	٤٠
	٠،٣٥٠	٤٢	٣٦		٠،٤١٨	٤٤	٤٠		٠،٣٣١	٤٩	٤١
	٠،٤٠٩	٤١	٣٧		٠،٤٧٣	٤٣	٤١		٠،٣٧٧	٤٨	٤٢
	٠،٤٦٩	٤٠	٣٨		٠،٥٢٧	٤٢	٤٢		٠،٤٢٦	٤٧	٤٣
	٠،٥٣١	٣٩	٣٩	٨،٦	٠،٠٠٠	٦٩	٢١		٠،٤٧٥	٤٦	٤٤
٧،٦	٠،٠٠١	٦٣	٢١		٠،٠٠١	٦٨	٢٢		٠،٥٢٥	٤٥	٤٥
	٠،٠٠١	٦٢	٢٢		٠،٠٠١	٦٧	٢٣	٩،٦	٠،٠٠٠	٧٥	٢١
	٠،٠٠٢	٦١	٢٣		٠،٠٠٢	٦٦	٢٤		٠،٠٠٠	٧٤	٢٢
	٠،٠٠٤	٦٠	٢٤		٠،٠٠٤	٦٥	٢٥		٠،٠٠١	٧٣	٢٣
	٠،٠٠٧	٥٩	٢٥		٠،٠٠٦	٦٤	٢٦		٠،٠٠١	٧٢	٢٤
	٠،٠١١	٥٨	٢٦		٠،٠١٠	٦٣	٢٧		٠،٠٠٢	٧١	٢٥
	٠،٠١٧	٥٧	٢٧		٠،٠١٥	٦٢	٢٨		٠،٠٠٤	٧٠	٢٦
	٠،٠٢٦	٥٦	٢٨		٠،٠٢١	٦١	٢٩		٠،٠٠٦	٦٩	٢٧
	٠،٠٣٧	٥٥	٢٩		٠،٠٣٠	٦٠	٣٠		٠،٠٠٩	٦٨	٢٨
	٠،٠٥١	٥٤	٣٠		٠،٠٤١	٥٩	٣١		٠،٠١٣	٦٧	٢٩
	٠،٠٦٩	٥٣	٣١		٠،٠٥٤	٥٨	٣٢		٠،٠١٨	٦٦	٣٠
	٠،٠٩٠	٥٢	٣٢		٠،٠٧١	٥٧	٣٣		٠،٠٢٥	٦٥	٣١
	٠،١١٧	٥١	٣٣		٠،٠٩١	٥٦	٣٤		٠،٠٣٣	٦٤	٣٢
	٠،١٤٧	٥٠	٣٤		٠،١١٤	٥٥	٣٥		٠،٠٤٤	٦٣	٣٣

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ــ مان ــ وتنى

ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح
٩،٦	٠,٠٥٧	٦٢	٣٤	١٠،٦	٠,٠٠٨	٧٣	٢٩	٧،٧	٠,٠٠٠	٧٧	٢٨
	٠,٠٧٢	٦١	٣٥		٠,٠١١	٧٢	٣٠		٠,٠٠١	٧٦	٢٩
	٠,٠٩١	٦٠	٣٦		٠,٠١٦	٧١	٣١		٠,٠٠١	٧٥	٣٠
	٠,١١٢	٥٩	٣٧		٠,٠٢١	٧٠	٣٢		٠,٠٠٢	٧٤	٣١
	٠,١٣٦	٥٨	٣٨		٠,٠٢٨	٦٩	٣٣		٠,٠٠٣	٧٣	٣٢
	٠,١٦٤	٥٧	٣٩		٠,٠٣٦	٦٨	٣٤		٠,٠٠٦	٧٢	٣٣
	٠,١٩٤	٥٦	٤٠		٠,٠٤٧	٦٧	٣٥		٠,٠٠٩	٧١	٣٤
	٠,٢٢٨	٥٥	٤١		٠,٠٥٩	٦٦	٣٦		٠,٠١٣	٧٠	٣٥
	٠,٢٦٤	٥٤	٤٢		٠,٠٧٤	٦٥	٣٧		٠,٠١٩	٦٩	٣٦
	٠,٣٠٣	٥٣	٤٣		٠,٠٩٠	٦٤	٣٨		٠,٠٢٧	٦٨	٣٧
	٠,٣٤٤	٥٢	٤٤		٠,١١٠	٦٣	٣٩		٠,٠٣٦	٦٧	٣٨
	٠,٣٨٨	٥١	٤٥		٠,١٣٢	٦٢	٤٠		٠,٠٤٩	٦٦	٣٩
	٠,٤٣٢	٥٠	٤٦		٠,١٥٧	٦١	٤١		٠,٠٦٤	٦٥	٤٠
	٠,٤٧٧	٤٩	٤٧		٠,١٨٤	٦٠	٤٢		٠,٠٨٢	٦٤	٤١
	٠,٥٢٣	٤٨	٤٨		٠,٢١٤	٥٩	٤٣		٠,١٠٤	٦٣	٤٢
١٠،٦	٠,٠٠٠	٨١	٢١		٠,٢٤٦	٥٨	٤٤		٠,١٣٠	٦٢	٤٣
	٠,٠٠٠	٨٠	٢٢		٠,٢٨١	٥٧	٤٥		٠,١٥٩	٦١	٤٤
	٠,٠٠٠	٧٩	٢٣		٠,٣١٨	٥٦	٤٦		٠,١٩١	٦٠	٤٥
	٠,٠٠١	٧٨	٢٤		٠,٣٥٦	٥٥	٤٧		٠,٢٢٨	٥٩	٤٦
	٠,٠٠١	٧٧	٢٥		٠,٣٩٦	٥٤	٤٨		٠,٢٦٧	٥٨	٤٧
	٠,٠٠٢	٧٦	٢٦		٠,٤٣٧	٥٣	٤٩		٠,٣١٠	٥٧	٤٨
	٠,٠٠٤	٧٥	٢٧		٠,٤٧٩	٥٢	٥٠		٠,٣٥٥	٥٦	٤٩
	٠,٠٠٥	٧٤	٢٨		٠,٥٢١	٥١	٥١		٠,٤٠٢	٥٥	٥٠

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ـــ مان ـــ وتنى

ن١،ن٢	ح	ص١ ـ ح	ص ح	ن١،ن٢	ح	ص١ ـ ح	ص ح	ن١،ن٢	ح	ص١ ـ ح	ص ح
٧،٧	٠,٤٥١	٥٤	٥١	٨،٧	٠,٢٣٢	٦٣	٤٩	٩،٧	٠,٠٤٥	٧٦	٤٣
	٠,٥٠٠	٥٣	٥٢		٠,٢٦٨	٦٢	٥٠		٠,٠٥٧	٧٥	٤٤
٨،٧	٠,٠٠٠	٨٤	٢٨		٠,٣٠٦	٦١	٥١		٠,٠٧١	٧٤	٤٥
	٠,٠٠٠	٨٣	٢٩		٠,٣٤٧	٦٠	٥٢		٠,٠٨٧	٧٣	٤٦
	٠,٠٠١	٨٢	٣٠		٠,٣٨٩	٥٩	٥٣		٠,١٠٥	٧٢	٤٧
	٠,٠٠١	٨١	٣١		٠,٤٣٣	٥٨	٥٤		٠,١٢٦	٧١	٤٨
	٠,٠٠٢	٨٠	٣٢		٠,٤٧٨	٥٧	٥٥		٠,١٥٠	٧٠	٤٩
	٠,٠٠٣	٧٩	٣٣		٠,٥٥٢	٥٦	٥٦		٠,١٧٥	٦٩	٥٠
	٠,٠٠٥	٧٨	٣٤	٩،٧	٠,٠٠٠	٩١	٢٨		٠,٢٠٤	٦٨	٥١
	٠,٠٠٧	٧٧	٣٥		٠,٠٠٠	٩٠	٢٩		٠,٢٣٥	٦٧	٥٢
	٠,٠١٠	٧٦	٣٦		٠,٠٠٠	٨٩	٣٠		٠,٢٦٨	٦٦	٥٣
	٠,٠١٤	٧٥	٣٧		٠,٠٠١	٨٨	٣١		٠,٣٠٣	٦٥	٥٤
	٠,٠٢٠	٧٤	٣٨		٠,٠٠١	٨٧	٣٢		٠,٣٤٠	٦٤	٥٥
	٠,٠٢٧	٧٣	٣٩		٠,٠٠٢	٨٦	٣٣		٠,٣٧٨	٦٣	٥٦
	٠,٠٣٦	٧٢	٤٠		٠,٠٠٣	٨٥	٣٤		٠,٤١٩	٦٢	٥٧
	٠,٠٤٧	٧١	٤١		٠,٠٠٤	٨٤	٣٥		٠,٤٥٩	٦١	٥٨
	٠,٠٦٠	٧٠	٤٢		٠,٠٠٦	٨٣	٣٦		٠,٥٠٠	٦٠	٥٩
	٠,٠٧٦	٦٩	٤٣		٠,٠٠٨	٨٢	٣٧	١٠،٧	٠,٠٠٠	٩٨	٢٨
	٠,٠٩٥	٦٨	٤٤		٠,٠١١	٨١	٣٨		٠,٠٠٠	٩٧	٢٩
	٠,١١٦	٦٧	٤٥		٠,٠١٦	٨٠	٣٩		٠,٠٠٠	٩٦	٣٠
	٠,١٤٠	٦٦	٤٦		٠,٠٢١	٧٩	٤٠		٠,٠٠٠	٩٥	٣١
	٠,١٦٨	٦٥	٤٧		٠,٠٢٧	٧٨	٤١		٠,٠٠١	٩٤	٣٢
	٠,١٩٨	٦٤	٤٨		٠,٠٣٦	٧٧	٤٢		٠,٠٠١	٩٣	٣٣

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ــ مان ــ وتنى

ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح
١٠،٧	٠,٠٠١	٩٢	٣٤	١٠،٧	٠,٣٠٠	٦٩	٥٧	٨،٨	٠,٠٥٢	٨٤	٥٢
	٠,٠٠٢	٩١	٣٥		٠,٣٣٥	٦٨	٥٨		٠,٠٦٥	٨٣	٥٣
	٠,٠٠٣	٩٠	٣٦		٠,٣٧٠	٦٧	٥٩		٠,٠٨٠	٨٢	٥٤
	٠,٠٠٥	٨٩	٣٧		٠,٤٠٦	٦٦	٦٠		٠,٠٩٧	٨١	٥٥
	٠,٠٠٧	٨٨	٣٨		٠,٤٤٣	٦٥	٦١		٠,١١٧	٨٠	٥٦
	٠,٠٠٩	٨٧	٣٩		٠,٤٨١	٦٤	٦٢		٠,١٣٩	٧٩	٥٧
	٠,٠١٢	٨٦	٤٠		٠,٥١٩	٦٣	٦٣		٠,١٦٤	٧٨	٥٨
	٠,٠١٧	٨٥	٤١	٨،٨	٠,٠٠٠	١٠٠	٣٦		٠,١٩١	٧٧	٥٩
	٠,٠٢٢	٨٤	٤٢		٠,٠٠٠	٩٩	٣٧		٠,٢٢١	٧٦	٦٠
	٠,٠٢٨	٨٣	٤٣		٠,٠٠٠	٩٨	٣٨		٠,٢٥٣	٧٥	٦١
	٠,٠٣٥	٨٢	٤٤		٠,٠٠١	٩٧	٣٩		٠,٢٨٧	٧٤	٦٢
	٠,٠٤٤	٨١	٤٥		٠,٠٠١	٩٦	٤٠		٠,٣٢٣	٧٣	٦٣
	٠,٠٥٤	٨٠	٤٦		٠,٠٠١	٩٥	٤١		٠,٣٦٠	٧٢	٦٤
	٠,٠٦٧	٧٩	٤٧		٠,٠٠٢	٩٤	٤٢		٠,٣٩٩	٧١	٦٥
	٠,٠٨١	٧٨	٤٨		٠,٠٠٣	٩٣	٤٣		٠,٤٣٩	٧٠	٦٦
	٠,٠٩٧	٧٧	٤٩		٠,٠٠٥	٩٢	٤٤		٠,٤٨٠	٦٩	٦٧
	٠,١١٥	٧٦	٥٠		٠,٠٠٧	٩١	٤٥		٠,٥٢٠	٦٨	٦٨
	٠,١٣٥	٧٥	٥١		٠,٠١٠	٩٠	٤٦	٩،٨	٠,٠٠٠	١٠٨	٣٦
	٠,١٥٧	٧٤	٥٢		٠,٠١٤	٨٩	٤٧		٠,٠٠٠	١٠٤	٤٠
	٠,١٨٢	٧٣	٥٣		٠,٠١٩	٨٨	٤٨		٠,٠٠١	١٠٣	٤١
	٠,٢٠٩	٧٢	٥٤		٠,٠٢٥	٨٧	٤٩		٠,٠٠١	١٠٢	٤٢
	٠,٢٣٧	٧١	٥٥		٠,٠٣٢	٨٦	٥٠		٠,٠٠٢	١٠١	٤٣
	٠,٢٦٨	٧٠	٥٦		٠,٠٤١	٨٥	٥١		٠,٠٠٣	١٠٠	٤٤

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون — مان — وتني

ن١، ن٢	ح	ص١ - ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ - ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١ - ح	ص ح
٩،٨	٠,٠٠٤	٩٩	٤٥	٩،٨	٠,٣٧١	٧٦	٦٨	١٠،٨	٠,٠٦١	٩٤	٥٨
	٠,٠٠٦	٩٨	٤٦		٠,٤٠٧	٧٥	٦٩		٠,٠٧٣	٩٣	٥٩
	٠,٠٠٨	٩٧	٤٧		٠,٤٤٤	٧٤	٧٠		٠,٠٨٦	٩٢	٦٠
	٠,٠١٠	٩٦	٤٨		٠,٤٨١	٧٣	٧١		٠,١٠٢	٩١	٦١
	٠,٠١٤	٩٥	٤٩		٠,٥١٩	٧٢	٧٢		٠,١١٨	٩٠	٦٢
	٠,٠١٨	٩٤	٥٠	١٠،٨	٠,٠٠٠	١١٦	٣٦		٠,١٣٧	٨٩	٦٣
	٠,٠٢٣	٩٣	٥١		٠,٠٠٠	١١١	٤١		٠,١٥٨	٨٨	٦٤
	٠,٠٣٠	٩٢	٥٢		٠,٠٠١	١١٠	٤٢		٠,١٨٠	٨٧	٦٥
	٠,٠٣٧	٩١	٥٣		٠,٠٠١	١٠٩	٤٣		٠,٢٠٤	٨٦	٦٦
	٠,٠٤٦	٩٠	٥٤		٠,٠٠٢	١٠٨	٤٤		٠,٢٣٠	٨٥	٦٧
	٠,٠٥٧	٨٩	٥٥		٠,٠٠٢	١٠٧	٤٥		٠,٢٥٧	٨٤	٦٨
	٠,٠٦٩	٨٨	٥٦		٠,٠٠٣	١٠٦	٤٦		٠,٢٨٦	٨٣	٦٩
	٠,٠٨٤	٨٧	٥٧		٠,٠٠٤	١٠٥	٤٧		٠,٣١٧	٨٢	٧٠
	٠,١٠٠	٨٦	٥٨		٠,٠٠٦	١٠٤	٤٨		٠,٣٤٨	٨١	٧١
	٠,١١٨	٨٥	٥٩		٠,٠٠٨	١٠٣	٤٩		٠,٣٨١	٨٠	٧٢
	٠,١٣٨	٨٤	٦٠		٠,٠١٠	١٠٢	٥٠		٠,٤١٤	٧٩	٧٣
	٠,١٦١	٨٣	٦١		٠,٠١٣	١٠١	٥١		٠,٤٤٨	٧٨	٧٤
	٠,١٨٥	٨٢	٦٢		٠,٠١٧	١٠٠	٥٢		٠,٤٨٣	٧٧	٧٥
	٠,٢١٢	٨١	٦٣		٠,٠٢٢	٩٩	٥٣		٠,٥١٧	٧٦	٧٦
	٠,٢٤٠	٨٠	٦٤		٠,٠٢٧	٩٨	٥٤	٩،٩	٠,٠٠٠	١٢٦	٤٥
	٠,٢٧١	٧٩	٦٥		٠,٠٣٤	٩٧	٥٥		٠,٠٠٠	١٢١	٥٠
	٠,٣٠٣	٧٨	٦٦		٠,٠٤٢	٩٦	٥٦		٠,٠٠١	١٢٠	٥١
	٠,٣٣٦	٧٧	٦٧		٠,٠٥١	٩٥	٥٧		٠,٠٠١	١١٩	٥٢

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ــ مان ــ وتنى

ن١ ، ن٢	ح	ص١ ـ ح	ص ح	ن١ ، ن٢	ح	ص١ ـ ح	ص ح	ن١ ، ن٢	ح	ص١ ـ ح	ص ح
٩،٩	٠,٠٠١	١١٨	٥٣	٩،٩	٠,٢١٨	٩٥	٧٦	١٠،٩	٠,٠١٧	١١٦	٦٤
	٠,٠٠٢	١١٧	٥٤		٠,٢٤٥	٩٤	٧٧		٠,٠٢٢	١١٥	٦٥
	٠,٠٠٣	١١٦	٥٥		٠,٢٧٣	٩٣	٧٨		٠,٠٢٧	١١٤	٦٦
	٠,٠٠٤	١١٥	٥٦		٠,٣٠٢	٩٢	٧٩		٠,٠٣٣	١١٣	٦٧
	٠,٠٠٥	١١٤	٥٧		٠,٣٣٣	٩١	٨٠		٠,٠٣٩	١١٢	٦٨
	٠,٠٠٧	١١٣	٥٨		٠,٣٦٥	٩٠	٨١		٠,٠٤٧	١١١	٦٩
	٠,٠٠٩	١١٢	٥٩		٠,٣٩٨	٨٩	٨٢		٠,٠٥٦	١١٠	٧٠
	٠,٠١٢	١١١	٦٠		٠,٤٣٢	٨٨	٨٣		٠,٠٦٧	١٠٩	٧١
	٠,٠١٦	١١٠	٦١		٠,٤٦٦	٨٧	٨٤		٠,٠٧٨	١٠٨	٧٢
	٠,٠٢٠	١٠٩	٦٢		٠,٥٠٠	٨٦	٨٥		٠,٠٩١	١٠٧	٧٣
	٠,٠٢٥	١٠٨	٦٣	١٠،٩	٠,٠٠٠	١٣٥	٤٥		٠,١٠٦	١٠٦	٧٤
	٠,٠٣١	١٠٧	٦٤		٠,٠٠٠	١٢٨	٥٢		٠,١٢١	١٠٥	٧٥
	٠,٠٣٩	١٠٦	٦٥		٠,٠٠١	١٢٧	٥٣		٠,١٣٩	١٠٤	٧٦
	٠,٠٤٧	١٠٥	٦٦		٠,٠٠١	١٢٦	٥٤		٠,١٥٨	١٠٣	٧٧
	٠,٠٥٧	١٠٤	٦٧		٠,٠٠١	١٢٥	٥٥		٠,١٧٨	١٠٢	٧٨
	٠,٠٦٨	١٠٣	٦٨		٠,٠٠٢	١٢٤	٥٦		٠,٢٠٠	١٠١	٧٩
	٠,٠٨١	١٠٢	٦٩		٠,٠٠٣	١٢٣	٥٧		٠,٢٢٣	١٠٠	٨٠
	٠,٠٩٥	١٠١	٧٠		٠,٠٠٤	١٢٢	٥٨		٠,٢٤٨	٩٩	٨١
	٠,١١١	١٠٠	٧١		٠,٠٠٥	١٢١	٥٩		٠,٢٧٤	٩٨	٨٢
	٠,١٢٩	٩٩	٧٢		٠,٠٠٧	١٢٠	٦٠		٠,٣٠٢	٩٧	٨٣
	٠,١٤٩	٩٨	٧٣		٠,٠٠٩	١١٩	٦١		٠,٣٣٠	٩٦	٨٤
	٠,١٧٠	٩٧	٧٤		٠,٠١١	١١٨	٦٢		٠,٣٦٠	٩٥	٨٥
	٠,١٩٣	٩٦	٧٥		٠,٠١٤	١١٧	٦٣		٠,٣٩٠	٩٤	٨٦

تابع جدول ١١

توزيع إحصاء مجموع الرتب . ولكوكسون ــ مان ــ وتني

ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح	ن١، ن٢	ح	ص١-ح	ص ح
١٠،٩	٠,٤٢١	٩٣	٨٧	١٠،١٠	٠,٠٣٨	١٢٩	٨١	١٠،١٠	٠,٤٨٥	١٠٦	١٠٤
	٠,٤٥٢	٩٢	٨٨		٠,٠٤٥	١٢٨	٨٢		٠,٥١٥	١٠٥	١٠٥
	٠,٤٨٤	٩١	٨٩		٠,٠٥٣	١٢٧	٨٣				
	٠,٥١٦	٩٠	٩٠		٠,٠٦٢	١٢٦	٨٤				
١٠،١٠	٠,٠٠٠	١٥٥	٥٥		٠,٠٧٢	١٢٥	٨٥				
	٠,٠٠٠	١٤٧	٦٣		٠,٠٨٣	١٢٤	٨٦				
	٠,٠٠١	١٤٦	٦٤		٠,٠٩٥	١٢٣	٨٧				
	٠,٠٠١	١٤٥	٦٥		٠,١٠٩	١٢٢	٨٨				
	٠,٠٠١	١٤٤	٦٦		٠,١٢٤	١٢١	٨٩				
	٠,٠٠١	١٤٣	٦٧		٠,١٤٠	١٢٠	٩٠				
	٠,٠٠٢	١٤٢	٦٨		٠,١٥٧	١١٩	٩١				
	٠,٠٠٣	١٤١	٦٩		٠,١٧٦	١١٨	٩٢				
	٠,٠٠٣	١٤٠	٧٠		٠,١٩٧	١١٧	٩٣				
	٠,٠٠٤	١٣٩	٧١		٠,٢١٨	١١١	٩٤				
	٠,٠٠٦	١٣٨	٧٢		٠,٢٤١	١١٥	٩٥				
	٠,٠٠٧	١٣٧	٧٣		٠,٢٦٤	١١٤	٩٦				
	٠,٠٠٩	١٣٦	٧٤		٠,٢٨٩	١١٣	٩٧				
	٠,٠١٢	١٣٥	٧٥		٠,٣١٥	١١٢	٩٨				
	٠,٠١٤	١٣٤	٧٦		٠,٣٤٢	١١١	٩٩				
	٠,٠١٨	١٣٣	٧٧		٠,٣٧٠	١١٠	١٠٠				
	٠,٠٢٢	١٣٢	٧٨		٠,٣٩٨	١٠٩	١٠١				
	٠,٠٢٦	١٣١	٧٩		٠,٤٢٧	١٠٨	١٠٢				
	٠,٠٣٢	١٣٠	٨٠		٠,٤٥٦	١٠٧	١٠٣				

جدول ١٢

توزيع إحصاء اختبار كروسكال ــ واليز

Critical values of the kruskal - wallis statistic

حجــوم العينـات			٠,٩٩	٠,٩٥	٠,٩٠
٢	٢	٢	٤,٥٧١٤	٤,٥٧١٤	٣,٧١٤٣
٣	٢	١	٤,٢٨٥٧	٤,٢٨٥٧	٣,٨٥٧١
	٢	٢	٥,٣٥٧١	٤,٥٠٠٠	٤,٤٦٤٣
	٣	١	٥,١٤٢٩	٤,٥٧١٤	٤,٠٠٠٠
	٣	٢	٦,٢٥٠٠	٥,١٣٨٩	٤,٢٥٠٠
	٣	٣	٦,٤٨٨٩	٥,٠٦٦٧	٤,٦٠٠٠
٤	٢	١	٤,٨٢١٤	٤,٨٢١٤	٤,٠١٧٩
	٢	٢	٦,٠٠٠٠	٥,١٢٥٠	٤,١٦٦٧
	٣	١	٥,٨٣٣٣	٥,٠٠٠٠	٣,٨٨٨٩
	٣	٢	٦,٣٠٠٠	٥,٤٠٠٠	٤,٤٤٤٤
	٣	٣	٦,٧٠٩١	٥,٧٢٧٣	٤,٧٠٠٠
	٤	١	٦,١٦٦٧	٤,٨٦٦٧	٤,٠٦٦٧
	٤	٢	٦,٨٧٢٧	٥,٢٣٦٤	٤,٤٤٥٥
	٤	٣	٧,١٣٦٤	٥,٥٧٥٨	٤,٧٧٣
	٤	٤	٧,٥٣٨٥	٥,٦٥٣٨	٤,٥٠٠٠
٥	٢	١	٥,٢٥٠٠	٤,٤٥٠٠	٤,٠٥٠٠
	٢	٢	٦,١٣٣٣	٥,٠٤٠٠	٤,٢٩٣٣
	٣	١	٦,٤٠٠٠	٤,٨٧١١	٣,٨٤٠٠
	٣	٢	٦,٨٢١٨	٥,١٠٥٥	٤,٤٩٤٦
	٣	٣	٦,٩٨١٨	٥,٥١٥٢	٤,٤١٢١
	٤	١	٦,٨٤٠٠	٤,٨٦٠٠	٣,٩٦٠٠

جدول ١٢
توزيع إحصاء اختبار كروسكال - واليز

حجوم العينات			٠,٩٩	٠,٩٥	٠,٩٠
٥	٤	٢	٧,١١٨٢	٥,٢٦٨٢	٤,٥١٨٢
	٤	٣	٧,٣٩٤٩	٥,٦٣٠٨	٤,٥٢٣١
	٤	٤	٧,٧٤٤٠	٥,٦١٧٦	٤,٦١٨٧
	٥	١	٦,٨٣٦٤	٤,٩٠٩١	٤,٠٣٦٤
	٥	٢	٧,٢٦٩٢	٥,٢٤٦٢	٤,٥٠٧٧
	٥	٣	٧,٥٤٢٩	٥,٦٢٦٤	٤,٥٣٦٣
	٥	٤	٧,٧٩١٤	٥,٦٤٢٩	٤,٥٢٠٠
	٥	٥	٧,٩٨٠٠	٥,٦٦٠٠	٤,٥٠٠٠

جدول ١٣

توزيع إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

Kendall coefficient of concordance

and friedman analysis of variance statistics

(أ) الجدول يعرض احتمال الحصول على قيمة معينة ع أو تزيد عليها المصدر : (Kendall (1970 .

(ب) إذا زادت قيمة ن عن ٧ يستخدم جدول توزيع كا^{2} بدرجات حرية ن − ١ (جدول ٥) وذلك للإحصاء :

$$\text{ص} = \text{م}\,(\text{ن} - 1)\,\text{و}$$

حيث و معامل كندال للاتفاق ،

$$\text{و} = \frac{12\,\text{ع}}{\text{م}^{2}\,(\text{ن}^{3} - \text{ن})}$$

ن عدد المفردات المطلوب ترتيبها

م عدد المحكمين

$$\text{ع} = \text{مجـ}\,(\text{ر} - \bar{\text{ر}})^{2}$$

ر = مجموع الرتب المعطاه لكل مفردة

تابع جدول ١٣

إحصاء معامل كندال للاتفاق

وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

ں = ٣

ع / م	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠
٢	٠,٨٣٣	٠,٩٤٤	٠,٩٣١	٠,٩٥٤	٠,٩٥٦	٠,٩٦٤	٠,٩٦٧	٠,٩٧١	٠,٩٧٤
٦	٠,٥٠٠	٠,٥٢٨	٠,٦٥٣	٠,٦٩١	٠,٧٤٠	٠,٧٦٨	٠,٧٩٤	٠,٨١٤	٠,٨٣٠
٨	٠,١٦٧	٠,٣٦١	٠,٤٣١	٠,٥٢٢	٠,٥٧٠	٠,٦٢٠	٠,٦٥٤	٠,٦٨٥	٠,٧١٠
١٤		٠,١٩٤	٠,٢٧٣	٠,٣٦٧	٠,٤٣٠	٠,٤٨٦	٠,٥٣١	٠,٥٦٩	٠,٦٠١
١٨		٠,٠٢٨	٠,١٢٥	٠,١٨٢	٠,٢٥٢	٠,٣٠٥	٠,٣٥٥	٠,٣٩٨	٠,٤٣٦
٢٤			٠,٠٦٩	٠,١٢٤	٠,١٨٤	٠,٢٣٧	٠,٢٨٥	٠,٣٢٨	٠,٣٦٨
٢٦			٠,٠٤٢	٠,٠٩٣	٠,١٤٢	٠,١٩٢	٠,٢٣٦	٠,٢٧٨	٠,٣١٦
٣٢			٠,٠٠٤٦	٠,٠٣٩	٠,٠٧٢	٠,١١٢	٠,١٤٩	١,١٨٧	٠,٢٢٢
٣٨				٠,٠٢٤	٠,٠٥٢	٠,٠٨٥	٠,١٢٠	٠,١٥٤	٠,١٨٧
٤٢				٠,٠٠٨٥	٠,٠٢٩	٠,٠٥١	٠,٠٧٩	٠,١٠٧	٠,١٣٥
٥٠				٠,٠٠٠٧٧	٠,٠١٢	٠,٠٢٧	٠,٠٧٤	٠,٠٦٩	٠,٠٩٢
٥٤					٠,٠٠٨١	٠,٠٢١	٠,٠٣٨	٠,٠٥٧	٠,٠٧٨
٥٦					٠,٠٠٥٥	٠,٠١٦	٠,٠٣٠	٠,٠٤٨	٠,٠٦٦
٦٢					٠,٠٠١٧	٠,٠٠٨٤	٠,٠١٨	٠,٠٣١	٠,٠٤٦
٧٢					٠,٠٠٠١٣	٠,٠٠٣٦	٠,٠٠٩٩	٠,٠١٩	٠,٠٣٠
٧٤						٠,٠٠٢٧	٠,٠٠٨٠	٠,٠١٦	٠,٠٢٦
٧٨						٠,٠٠١٢	٠,٠٠٤٨	٠,٠١٠	٠,٠١٨
٨٦						٠,٠٠٠٣٢	٠,٠٠٢٤	٠,٠٠٦٠	٠,٠١٢
٩٦						٠,٠٠٠٣٢	٠,٠٠١١	٠,٠٠٣٥	٠,٠٠٧٥
٩٨						٠,٠٠٠٠٢١	٠,٠٠٠٨٦	٠,٠٠٢٩	٠,٠٠٦٣
١٠٤							٠,٠٠٠٢٦	٠,٠٠١٣	٠,٠٠٣٤

تابع جدول ١٣
إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

ن = ٤

ع	م = ٣	م = ٥	ع	م = ٥
١	١,٠٠٠	١,٠٠٠	٦١	٠,٠٥٥
٣	٠,٩٥٨	٠,٩٧٥	٦٥	٠,٠٤٤
٥	٠,٩١٠	٠,٩٤٤	٦٧	٠,٠٣٤
٩	٠,٧٢٧	٠,٨٥٧	٦٩	٠,٠٣١
١١	٠,٦٠٨	٠,٧٧١	٧٣	٠,٠٢٣
١٣	٠,٥٢٤	٠,٧٠٩	٧٥	٠,٠٢٠
١٧	٠,٤٤٦	٠,٦٥٢	٧٧	٠,٠١٧
١٩	٠,٣٤٢	٠,٥٦١	٨١	٠,٠١٢
٢١	٠,٣٠٠	٠,٥٢١	٨٣	٠,٠٠٨٧
٢٥	٠,٢٠٧	٠,٤٤٥	٨٥	٠,٠٠٦٧
٢٧	٠,١٧٥	٠,٤٠٨	٨٩	٠,٠٠٥٥
٢٩	٠,١٤٨	٠,٣٧٢	٩١	٠,٠٠٣١
٣٣	٠,٠٧٥	٠,٢٩٨	٩٣	٠,٠٠٢٣
٣٥	٠,٠٥٤	٠,٢٦٠	٩٧	,٠٠١٨
٣٧	٠,٠٣٣	٠,٢٢٦	٩٩	,٠٠١٦
٤١	٠,٠١٧	٠,٢١٠	١٠١	٠,٠٠١٤
٤٣	,٠٠١٧	٠,١٦٢	١٠٥	٠,٠٠٠٦٤
٤٥	,٠٠١٧	٠,١٤١	١٠٧	٠,٠٠٠٣٣
٤٩		٠,١٢٣	١٠٩	٠,٠٠٠٢١
٥١		٠,١٠٧	١١٣	٠,٠٠٠١٤
٥٣		٠,٠٩٣	١١٧	٠,٠٠٠٠٤٨
٥٧		٠,٠٧٥	١٢٥	٠,٠٠٠٠٠٣
٥٩		٠,٠٦٧		

تابع جدول ١٣

إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

ن = ٤

عر	م = ٢	م = ٤	م = ٦	عر	م = ٤	م = ٦
٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠	٤٦	٠,٠٦٨	٠,٢١٨
٢	٠,٩٥٨	٠,٩٩٢	٠,٩٩٦	٤٨	٠,٠٥٤	٠,١٩٧
٤	٠,٨٣٣	٠,٩٢٨	٠,٩٥٧	٥٠	٠,٠٥٢	٠,١٩٤
٦	٠,٧٩٢	٠,٩٠٠	٠,٩٤٠	٥٢	٠,٠٣٦	٠,١٦٣
٨	٠,٦٢٥	٠,٨٠٠	٠,٨٧٤	٥٤	٠,٠٣٣	٠,١٥٥
١٠	٠,٥٤٢	٠,٧٥٤	٠,٨٤٤	٥٦	٠,٠١٩	٠,١٢٧
١٢	٠,٤٥٨	٠,٦٧٧	٠,٧٨٩	٥٨	٠,٠١٤	٠,١١٤
١٤	٠,٣٧٥	٠,٦٤٩	٠,٧٧٢	٦٢	٠,٠١٢	٠,١٠٨
١٦	٠,٢٠٨	٠,٥٢٤	٠,٦٧٩	٦٤	٠,٠٠٦٩	٠,٠٨٩
١٨	٠,١٦٧	٠,٥٠٨	٠,٦٦٨	٦٦	٠,٠٠٦٢	٠,٠٨٨
٢٠	٠,٠٤٢	٠,٤٣٢	٠,٦٠٩	٦٨	٠,٠٠٢٧	٠,٠٧٣
٢٢		٠,٣٨٩	٠,٥٧٤	٧٠	٠,٠٠٢٧	٠,٠٦٦
٢٤		٠,٣٥٥	٠,٥٤١	٧٢	٠,٠٠١٦	٠,٠٦٠
٢٦		٠,٣٢٤	٠,٥١٢	٧٤		٠,٠٥٦
٣٠		٠,٢٤٢	٠,٤٣١	٧٦		٠,٠٤٣
٣٢		٠,٢٠٠	٠,٣٨٦	٧٨		٠,٠٤١
٣٤		٠,١٩٠	٠,٣٧٥	٨٠		٠,٠٣٧
٣٦		٠,١٥٨	٠,٣٣٨	٨٤		٠,٠٣٢
٣٨		٠,١٤١	٠,٣١٧	٩٠		٠,٠٢٢
٤٠		٠,١٠٥	٠,٢٧٠	٩٤		٠,٠١٧
٤٢		٠,٠٩٤	٠,٢٥٦	١٠٠		٠,٠١٠
٤٤		٠,٠٧٧	٠,٢٣٠	١١٠		٠,٠٠٥٧

تابع جدول ١٣
إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

ن = ٥ ، م = ٣

ع	م = ٣	ع	م = ٣	ع	م = ٣
٠	١,٠٠٠	٣٠	٠,٤٧٥	٦٠	٠,٠٦٣
٢	١,٠٠٠	٣٢	٠,٤٣٢	٦٢	٠,٠٥٦
٤	٠,٩٨٨	٣٤	٠,٤٠٦	٦٤	٠,٠٤٥
٦	٠,٩٧٢	٣٦	٠,٣٤٧	٦٦	٠,٠٣٨
٨	٠,٩٤١	٣٨	٠,٣٢٦	٦٨	٠,٠٢٨
١٠	٠,٩١٤	٤٠	٠,٢٩١	٧٠	٠,٠٢٦
١٢	٠,٨٤٥	٤٢	٠,٢٥٣	٧٢	٠,٠١٧
١٤	٠,٨٣١	٤٤	٠,٢٣٦	٧٤	٠,٠١٥
١٦	٠,٧٦٨	٤٦	٠,٢١٣	٧٦	٠,٠٠٧٨
١٨	٠,٧٢٠	٤٨	٠,١٧٢	٧٨	٠,٠٠٥٣
٢٠	٠,٦٨٢	٥٠	٠,١٦٣	٨٠	٠,٠٠٤٠
٢٢	٠,٦٤٩	٥٢	٠,١٢٧	٨٢	٠,٠٠٢٨
٢٤	٠,٥٩٥	٥٤	٠,١١٧	٨٦	٠,٠٠٠٩
٢٦	٠,٥٥٩	٥٦	٠,٠٩٦	٩٠	٠,٠٠٠٠٧
٢٨	٠,٤٩٣	٥٨	٠,٠٨٠		

تابع جدول ١٣
إحصاء معامل كندال للاتفاق
وإحصاء فريدمان لتحليل التباين

م	ن					قيم اضافية ن = ٣	
	٣	٤	٥	٦	٧	م	ع

القيم عند مستوى معنوية ٠,٠٥

٣			٦٤,٤	١٠٣,٩	١٥٧,٣	٩	٥٤,٠
٤		٤٩,٥	٨٨,٤	١٤٣,٣	٢١٧,٠	١٢	٧١,٩
٥		٦٢,٦	١١٢,٣	١٨٢,٤	٢٧٦,٢	١٤	٨٣,٨
٦		٧٥,٧	١٣٦,١	٢٢١,٤	٣٣٥,٢	١٦	٩٥,٨
٨	٤٨,١	١٠١,٧	١٨٣,٧	٢٩٩,٠	٤٥٣,١	١٨	١٠٧,٧
١٠	٦٠,٠	١٢٧,٨	٢٣١,٢	٣٧٦,٧	٥٧١,٠		
١٥	٨٩,٨	١٩٢,٩	٣٤٩,٨	٥٧٠,٥	٨٦٤,٩		
٢٠	١١٩,٧	٢٥٨,٠	٤٦٨,٥	٧٦٤,٤	١١٥٨,٧		

القيم عند مستوى معنوية ٠,٠١

٣			٧٥,٦	١٢٢,٨	١٨٥,٦	٩	٧٥,٩
٤		٦١,٤	١٠٩,٣	١٧٦,٢	٢٦٥,٠	١٢	١٠٣,٥
٥		٨٠,٥	١٤٢,٨	٢٢٩,٤	٣٤٣,٨	١٤	١٢١,٩
٦		٩٩,٥	١٧٦,١	٢٨٢,٤	٤٢٢,٦	١٦	١٤٠,٢
٨	٦٦,٨	١٣٧,٤	٢٤٢,٧	٣٨٨,٣	٥٧٩,٩	١٨	١٥٨,٦
١٠	٨٥,١	١٧٥,٣	٣٠٩,١	٤٩٤,٠	٧٣٧,٠		
١٥	١٣١,٠	٢٦٩,٨	٤٧٥,٢	٧٥٨,٢	١١٢٩,٥		
٢٠	١٧٧,٠	٣٦٤,٢	٦٤١,٢	١٠٢٢,٢	١٥٢١,٩		

جدول ١٤

تحويــل فيشـــر

Fisher's transformation

ط = ١/٢ لو [(١ + ر) / (١ − ر)]

حيث لو تعنى اللوغاريتم الطبيعى

إذا كانت قيمة ر سالبة ، استخدم الجدول مع إضافة إشارة سالبة .

ر	ط	ر	ط	ر	ط	ر	ط	ر	ط
٠,٠٠	٠٠,٠٠٠	٠,٢٠	٠,٢٠٢٧	٠,٤٠	٠,٤٢٣٦	٠,٦٠	٠,٦٩٣١	٠,٨٠	١,٠٩٨٦
٠,٠١	٠,١٠٠	٠,٢١	٠,٢١٣٢	٠,٤١	٠,٤٣٥٦	٠,٦١	٠,٧٠٨٩	٠,٨١	١,١٢٧٠
٠,٠٢	٠,٠٢٠٠	٠,٢٢	٠,٢٢٣٧	٠,٤٢	٠,٤٤٧٧	٠,٦٢	٠,٧٢٥٠	٠,٨٢	١,١٥٦٨
٠,٠٣	٠,٠٣٠٠	٠,٢٣	٠,٢٣٤٢	٠,٤٣	٠,٤٥٩٩	٠,٦٣	٠,٧٤١٤	٠,٨٣	١,١٨٨١
٠,٠٤	٠,٠٤٠٠	٠,٢٤	٠,٢٤٤٨	٠,٤٤	٠,٤٧٢٢	٠,٦٤	٠,٧٥٨٢	٠,٨٤	١,٢٢١٢
٠,٠٥	٠,٠٥٠٠	٠,٢٥	٠,٢٥٥٤	٠,٤٥	٠,٤٨٤٧	٠,٦٥	٠,٧٧٥٣	٠,٨٥	١,٢٥٦٢
٠,٠٦	٠,٠٦٠١	٠,٢٦	٠,٢٦٦١	٠,٤٦	٠,٤٩٧٣	٠,٦٦	٠,٧٩٢٨	٠,٨٦	١,٢٩٣٣
٠,٠٧	٠,٠٧٠١	٠,٢٧	٠,٢٧٦٩	٠,٤٧	٠,٥١٠١	٠,٦٧	٠,٨١٠٧	٠,٨٧	١,٣٣٣١
٠,٠٨	٠,٠٨٠٢	٠,٢٨	٠,٢٨٧٧	٠,٤٨	٠,٥٢٣٠	٠,٦٨	٠,٨٢٩١	٠,٨٨	١,٣٧٥٨
٠,٠٩	٠,٠٩٠٢	٠,٢٩	٠,٢٩٨٦	٠,٤٩	٠,٥٣٦١	٠,٦٩	٠,٨٤٨٠	٠,٨٩	١,٤٢١٩
٠,١٠	٠,١٠٠٣	٠,٣٠	٠,٣٠٩٥	٠,٥٠	٠,٥٤٩٣	٠,٧٠	٠,٨٦٧٣	٠,٩٠	١,٤٧٢٢
٠,١١	٠,١١٠٤	٠,٣١	٠,٣٢٠٥	٠,٥١	٠,٥٦٢٧	٠,٧١	٠,٨٨٧١	٠,٩١	١,٥٢٧٥
٠,١٢	٠,١٢٠٦	٠,٣٢	٠,٣٣١٦	٠,٥٢	٠,٥٧٦٣	٠,٧٢	٠,٩٠٧٩	٠,٩٢	١,٥٨٩٠
٠,١٣	٠,١٣٠٧	٠,٣٣	٠,٣٤٢٨	٠,٥٣	٠,٥٩٠١	٠,٧٣	٠,٩٢٨٧	٠,٩٣	١,٦٥٨٤
٠,١٤	٠,١٤٠٩	٠,٣٤	٠,٣٥٤١	٠,٥٤	٠,٦٠٤٢	٠,٧٤	٠,٩٥٠٥	٠,٩٤	١,٧٣٨٠
٠,١٥	٠,١٥١١	٠,٣٥	٠,٣٦٥٤	٠,٥٥	٠,٦١٨٤	٠,٧٥	٠,٩٧٣٠	٠,٩٥	١,٨٣١٨
٠,١٦	٠,١٦١٤	٠,٣٦	٠,٣٧٦٩	٠,٥٦	٠,٦٣٢٨	٠,٧٦	٠,٩٩٦٧	٠,٩٦	١,٩٤٥٩
٠,١٧	٠,١٧١٧	٠,٣٧	٠,٣٨٨٤	٠,٥٧	٠,٦٤٧٥	٠,٧٧	١,٠٢٠٣	٠,٩٧	٢,٠٩٢٣
٠,١٨	٠,١٨٢٠	٠,٣٨	٠,٤٠٠١	٠,٥٨	٠,٦٦٢٥	٠,٧٨	١,٠٤٥٤	٠,٩٨	٢,٢٩٧٦
٠,١٩	٠,١٩٢٣	٠,٣٩	٠,٤١١٨	٠,٥٩	٠,٦٧٧٧	٠,٧٩	١,٠٧١٤	٠,٩٩	٢,٦٤٦٧

جدول ١٥

توزيع معامل ارتباط بيرسون

Pearson correlation coefficient

قيم $ر_ن$ (م) تستخدم لاختبارات المعنوية الخاصة بمعامل ارتباط بيرسون للتوزيعات الطبيعية ذات المتغيرين .

القيم الغير متواجدة بالجدول يمكن إيجادها باستخدام الصيغة .

$$\text{ر}_{\text{ن}}(\text{م}) = \text{ب}_{\text{ن}-٢}(\text{م}) \,/\, \sqrt{\text{ن} - ٢ + \text{ب}^{٢}_{\text{ن}-٢}(\text{م})}$$

ن	م = ٠,٠٥	م = ٠,٠٢٥	م = ٠,٠٠٥
٤	٠,٩٠٠	٠,٩٥٠	٠,٩٩٠
٥	٠,٨٠٥	٠,٨٧٨	٠,٩٥٩
٦	٠,٧٢٩	٠,٨١١	٠,٩١٧
٧	٠,٦٦٩	٠,٧٥٤	٠,٨٧٥
٨	٠,٦٢١	٠,٧٠٧	٠,٨٣٤
٩	٠,٥٨٢	٠,٦٦٦	٠,٧٩٨
١٠	٠,٥٤٩	٠,٦٣٢	٠,٧٦٥
١١	٠,٥٢١	٠,٦٠٢	٠,٧٣٥
١٢	٠,٤٩٧	٠,٥٧٦	٠,٧٠٨
١٣	٠,٤٧٦	٠,٥٥٣	٠,٦٨٤
١٤	٠,٤٥٨	٠,٥٣٢	٠,٦٦١
١٥	٠,٤٤١	٠,٥١٤	٠,٦٤١
١٦	٠,٤٢٦	٠,٤٩٧	٠,٦٢٣
١٧	٠,٤١٢	٠,٤٨٢	٠,٦٠٦
١٨	٠,٤٠٠	٠,٤٦٨	٠,٥٩٠
١٩	٠,٣٨٩	٠,٤٥٦	٠,٥٧٥
٢٠	٠,٣٦٨	٠,٤٤٤	٠,٥٦١
٢١	٠,٣٦٩	٠,٤٣٣	٠,٥٤٩

تابع جدول ١٥

ن	م = ٠,٠٥	م = ٠,٠٢٥	م = ٠,٠٠٥
٢٢	٠,٣٦٠	٠,٤٢٣	٠,٥٣٧
٢٣	٠,٣٥٢	٠,٤١٣	٠,٥٢٦
٢٤	٠,٣٤٤	٠,٤٠٤	٠,٥١٥
٢٥	٠,٣٣٧	٠,٣٩٦	٠,٥٠٥
٢٦	٠,٣٣٠	٠,٣٨٨	٠,٤٩٦
٢٧	٠,٣٢٣	٠,٣٨١	٠,٤٨٧
٢٨	٠,٣١٧	٠,٣٧٤	٠,٤٧٩
٢٩	٠,٣١١	٠,٣٦٧	٠,٤٧١
٣٠	٠,٣٠٦	٠,٣٦١	٠,٤٦٣
٣١	٠,٣٠١	٠,٣٥٥	٠,٤٥٦
٣٢	٠,٢٩٦	٠,٣٤٩	٠,٤٤٩
٣٣	٠,٢٩١	٠,٣٤٤	٠,٤٤٢
٣٤	٠,٢٨٧	٠,٣٣٩	٠,٤٣٦
٣٥	٠,٢٨٣	٠,٣٣٤	٠,٤٣٠
٣٦	٠,٢٧٩	٠,٣٢٩	٠,٤٢٤
٣٧	٠,٢٧٥	٠,٣٢٥	٠,٤١٨
٣٨	٠,٢٧١	٠,٣٢٠	٠,٤١٣
٣٩	٠,٢٦٧	٠,٣١٦	٠,٤٠٨
٤٠	٠,٢٦٤	٠,٣١٢	٠,٤٠٣
٤١	٠,٢٦٠	٠,٣٠٨	٠,٣٩٨
٤٢	٠,٢٥٧	٠,٣٠٤	٠,٣٩٣
٤٣	٠,٢٥٤	٠,٣٠١	٠,٣٨٩
٤٤	٠,٢٥١	٠,٢٩٧	٠,٣٨٤
٤٥	٠,٢٤٨	٠,٢٩٤	٠,٣٨٠

تابع جدول ١٥

ن	مـ = ٠,٠٥	مـ = ٠,٠٢٥	مـ = ٠,٠٠٥
٤٦	٠,٢٤٦	٠,٢٩١	٠,٣٧٦
٤٧	٠,٢٤٣	٠,٢٨٨	٠,٣٧٢
٤٨	٠,٢٤٠	٠,٢٨٥	٠,٣٦٨
٤٩	٠,٢٣٨	٠,٢٨٢	٠,٣٦٥
٥٠	٠,٢٣٥	٠,٢٧٩	٠,٣٦١

جـدول ١٦
توزيع معامل ارتباط سبيرمان
Spearman correlation coefficient

قيم ر̃ ن (مـ) تستخدم فى معامل ارتباط سبيرمان

ن	مـ = ٠,٠٥	مـ = ٠,٠٢٥	مـ = ٠,٠٠٥
٤	٠,٨٠٠	—	—
٥	٠,٨٠٠	٠,٩٠٠	—
٦	٠,٧٧١	٠,٨٢٩	٠,٩٤٣
٧	٠,٦٧٩	٠,٧٥٠	٠,٨٩٣
٨	٠,٦١٩	٠,٧١٤	٠,٨٥٧
٩	٠,٥٨٣	٠,٦٨٣	٠,٨١٧
١٠	٠,٥٥٢	٠,٦٣٦	٠,٧٨٢
١١	٠,٥٢٧	٠,٦٠٩	٠,٧٤٦
١٢	٠,٤٩٧	٠,٥٨٠	٠,٧٢٧
١٣	٠,٤٧٨	٠,٥٥٥	٠,٦٩٨
١٤	٠,٤٥٩	٠,٥٣٤	٠,٦٧٥
١٥	٠,٤٤٣	٠,٥١٨	٠,٦٥٤
١٦	٠,٤٢٧	٠,٥٠٠	٠,٦٣٢
١٧	٠,٤١٢	٠,٤٨٥	٠,٦١٥
١٨	٠,٣٩٩	٠,٤٧٢	٠,٥٩٨
١٩	٠,٣٩٠	٠,٤٥٨	٠,٥٨٣
٢٠	٠,٣٧٩	٠,٤٤٥	٠,٥٦٨
٢١	٠,٣٦٩	٠,٤٣٥	٠,٥٥٥

تابـــع جـدول ١٦

ن	مـ = ٠,٠٥	مـ = ٠,٠٢٥	مـ = ٠,٠٠٥
٢٢	٠,٣٦٠	٠,٤٢٤	٠,٥٤٣
٢٣	٠,٣٥٢	٠,٤١٥	٠,٥٣١
٢٤	٠,٣٤٤	٠,٤٠٦	٠,٥٢٠
٢٥	٠,٣٣٦	٠,٣٩٨	٠,٥١٠
٢٦	٠,٣٣٠	٠,٣٨٩	٠,٥٠٠
٢٧	٠,٣٢٤	٠,٣٨٢	٠,٤٩٢
٢٨	٠,٣١٨	٠,٣٧٥	٠,٤٨٣
٢٩	٠,٣١١	٠,٣٦٩	٠,٤٧٤
٣٠	٠,٣٠٦	٠,٣٦٢	٠,٤٦٧
٣١	٠,٣٠١	٠,٣٥٥	٠,٤٥٦
٣٢	٠,٢٩٦	٠,٣٤٩	٠,٤٤٩
٣٣	٠,٢٩١	٠,٣٤٤	٠,٤٤٢
٣٤	٠,٢٨٧	٠,٣٣٩	٠,٤٣٦
٣٥	٠,٢٨٣	٠,٣٣٤	٠,٤٣٠
٣٦	٠,٢٧٩	٠,٣٢٩	٠,٤٢٤
٣٧	٠,٢٧٥	٠,٣٢٥	٠,٤١٨
٣٨	٠,٢٧١	٠,٣٢٠	٠,٤١٣
٣٩	٠,٢٦٧	٠,٣١٦	٠,٤٠٨
٤٠	٠,٢٦٤	٠,٣١٢	٠,٤٠٣
٤١	٠,٢٦٠	٠,٣٠٨	٠,٣٩٨
٤٢	٠,٢٥٧	٠,٣٠٤	٠,٣٩٣
٤٣	٠,٢٥٤	٠,٣٠١	٠,٣٨٩
٤٤	٠,٢٥١	٠,٢٩٧	٠,٣٨٤
٤٥	٠,٢٤٨	٠,٢٩٤	٠,٣٨٠
٤٦	٠,٢٤٦	٠,٢٩١	٠,٣٧٦
٤٧	٠,٢٤٣	٠,٢٨٨	٠,٣٧٢

تابـــع جـــدول ١٦

ن	مـ = ٠,٠٥	مـ = ٠,٠٢٥	مـ = ٠,٠٠٥
٤٨	٠,٢٤٠	٠,٢٨٥	٠,٣٦٨
٤٩	٠,٢٣٨	٠,٢٨٢	٠,٣٦٥
٥٠	٠,٢٣٥	٠,٢٧٩	٠,٣٦١

جـدول ١٧

توزيع إحصاء اختبار كولموجوروف

Kolmogorov statistic

القيم الموضحة بالجدول هى قيم التوزيع الأصلى إذا كانت ن ≥ ٤٠ القيم الأخرى تقريبية ، وهى تطابق القيم الأصلية فى معظم الحالات وللحصول على تقريب أفضل فى حال ن > ٤٠ نستبدل المقام $\sqrt{ن}$ بالمقدار $\left(ن + \sqrt{ن / ١٠}\right)^{١/٢}$.

اختبار طرف واحد اختبار طرفين	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
ن = ١	٠,٩٩٥	٠,٩٩٠	٠,٩٧٥	٠,٩٥٠	٠,٩٠٠
٢	٠,٩٢٩	٠,٩٠٠	٠,٨٤٢	٠,٧٧٦	٠,٦٨٤
٣	٠,٨٢٩	٠,٧٨٥	٠,٧٠٨	٠,٦٣٦	٠,٥٦٥
٤	٠,٧٣٤	٠,٦٨٩	٠,٦٢٤	٠,٥٦٥	٠,٤٩٣
٥	٠,٦٦٩	٠,٦٢٧	٠,٥٦٣	٠,٥٠٩	٠,٤٤٧
٦	٠,٦١٧	٠,٥٧٧	٠,٥١٩	٠,٤٦٨	٠,٤١٠
٧	٠,٥٧٦	٠,٥٣٨	٠,٤٨٣	٠,٤٣٦	٠,٣٨١
٨	٠,٥٤٢	٠,٥٠٧	٠,٤٥٤	٠,٤١٠	٠,٣٥٨
٩	٠,٥١٣	٠,٤٨٠	٠,٤٣٠	٠,٣٨٧	٠,٣٣٩
١٠	٠,٤٨٩	٠,٤٥٧	٠,٤٠٩	٠,٣٦٩	٠,٣٢٣
١١	٠,٤٦٨	٠,٤٣٧	٠,٣٩١	٠,٣٥٢	٠,٣٠٨
١٢	٠,٤٤٩	٠,٤١٩	٠,٣٧٥	٠,٣٣٨	٠,٢٩٦
١٣	٠,٤٣٢	٠,٤٠٤	٠,٣٦١	٠,٣٢٥	٠,٢٨٥
١٤	٠,٤١٨	٠,٣٩٠	٠,٣٤٩	٠,٣١٤	٠,٢٧٥
١٥	٠,٤٠٤	٠,٣٧٧	٠,٣٣٨	٠,٣٠٤	٠,٢٦٦
١٦	٠,٣٩٢	٠,٣٦٦	٠,٣٢٧	٠,٢٩٥	٠,٢٥٨

تابع جدول ١٧

توزيع إحصاء اختبار كولموجوروف

اختبار طرف واحد اختبار طرفين	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
ن = ١٧	٠,٣٨١	٠,٣٥٥	٠,٣١٨	٠,٢٨٦	٠,٢٥٠
١٨	٠,٣٧١	٠,٣٤٦	٠,٣٠٩	٠,٢٧٩	٠,٢٤٤
١٩	٠,٣٦١	٠,٣٣٧	٠,٣٠١	٠,٢٧١	٠,٢٣٧
٢٠	٠,٣٥٢	٠,٣٢٩	٠,٢٩٤	٠,٢٦٥	٠,٢٣٢
٢١	٠,٣٤٤	٠,٣٢١	٠,٢٨٧	٠,٢٥٩	٠,٢٢٦
٢٢	٠,٣٣٧	٠,٣١٤	٠,٢٨١	٠,٢٥٣	٠,٢٢١
٢٣	٠,٣٣٠	٠,٣٠٧	٠,٢٧٥	٠,٢٤٧	٠,٢١٦
٢٤	٠,٣٢٣	٠,٣٠١	٠,٢٦٩	٠,٢٤٢	٠,٢١٢
٢٥	٠,٣١٧	٠,٢٩٥	٠,٢٦٤	٠,٢٣٨	٠,٢٠٨
٢٦	٠,٣١١	٠,٢٩٠	٠,٢٥٩	٠,٢٣٣	٠,٢٠٤
٢٧	٠,٣٠٥	٠,٢٨٤	٠,٢٥٤	٠,٢٢٩	٠,٢٠٠
٢٨	٠,٣٠٠	٠,٢٧٩	٠,٢٥٠	٠,٢٢٥	٠,١٩٧
٢٩	٠,٢٩٥	٠,٢٧٥	٠,٢٤٦	٠,٢٢١	٠,١٩٣
٣٠	٠,٢٩٠	٠,٢٧٠	٠,٢٤٢	٠,٢١٨	٠,١٩٠
٣١	٠,٢٨٥	٠,٢٦٦	٠,٢٣٨	٠,٢١٤	٠,١٨٧
٣٢	٠,٢٨١	٠,٢٦٢	٠,٢٣٤	٠,٢١١	٠,١٨٤
٣٣	٠,٢٧٧	٠,٢٥٨	٠,٢٣١	٠,٢٠٨	٠,١٨٢
٣٤	٠,٢٧٣	٠,٢٥٤	٠,٢٢٧	٠,٢٠٥	٠,١٧٩
٣٥	٠,٢٦٩	٠,٢٥١	٠,٢٢٤	٠,٢٠٢	٠,١٧٧
٣٦	٠,٢٦٥	٠,٢٤٧	٠,٢٢١	٠,١٩٩	٠,١٧٤
٣٧	٠,٢٦٢	٠,٢٤٤	٠,٢١٨	٠,١٩٦	٠,١٧٢

تابع جدول ١٧

توزيع إحصاء اختبار كولموجوروف

اختبار طرف واحد اختبار طرفين	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
ن = ٣٨	٠,٢٥٨	٠,٢٤١	٠,٢١٥	٠,١٩٤	٠,١٧٠
٣٩	٠,٢٥٥	٠,٢٣٨	٠,٢١٣	٠,١٩١	٠,١٦٨
٤٠	٠,٢٥٢	٠,٢٣٥	٠,٢١٠	٠,١٨٩	٠,١٦٥
ن > ٤٠ (تقريب)	١,٦٣ / √ن	١,٥٢ / √ن	١,٣٦ / √ن	١,٢٢ / √ن	١,٠٧ / √ن

جـدول ١٨

توزيع إحصاء اختبار ليليفورز للتوزيع الطبيعى

Lilliefors test statistic

	٠,٩٩	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٨٥	٠,٨٠
ن = ٤	٠,٤١٧	٠,٣٨١	٠,٣٥٢	٠,٣١٩	٠,٣٠٠
٥	٠,٤٠٥	٠,٣٣٧	٠,٣١٥	٠,٢٩٩	٠,٢٨٥
٦	٠,٣٦٤	٠,٣١٩	٠,٢٩٤	٠,٢٧٧	٠,٢٦٥
٧	٠,٣٤٨	٠,٣٠٠	٠,٢٧٣	٠,٢٥٨	٠,٢٤٧
٨	٠,٣٣١	٠,٢٨٥	٠,٢٦١	٠,٢٤٤	٠,٢٣٣
٩	٠,٣١١	٠,٢٧١	٠,٢٤٩	٠,٢٣٣	٠,٢٢٣
١٠	٠,٢٩٤	٠,٢٥٨	٠,٢٣٩	٠,٢٢٤	٠,٢١٥
١٠	٠,٢٩٤	٠,٢٥٨	٠,٢٣٩	٠,٢٢٤	٠,٢١٥
١١	٠,٢٨٤	٠,٢٤٩	٠,٢٣٠	٠,٢١٧	٠,٢٠٦
١٢	٠,٢٧٥	٠,٢٤٢	٠,٢٢٣	٠,٢١٢	٠,١٩٩
١٣	٠,٢٦٨	٠,٢٣٤	٠,٢١٤	٠,٢٠٢	٠,١٩٠
١٤	٠,٢٦١	٠,٢٢٧	٠,٢٠٧	٠,١٩٤	٠,١٨٣
١٥	٠,٢٥٧	٠,٢٢٠	٠,٢٠١	٠,١٨٧	٠,١٧٧
١٦	٠,٢٥٠	٠,٢١٣	٠,١٩٥	٠,١٨٢	٠,١٧٣
١٧	٠,٢٤٥	٠,٢٠٦	٠,١٨٩	٠,١٧٧	٠,١٦٩
١٨	٠,٢٣٩	٠,٢٠٠	٠,١٨٤	٠,١٧٣	٠,١٦٦
١٩	٠,٢٣٥	٠,١٩٥	٠,١٧٩	٠,١٦٩	٠,١٦٣
٢٠	٠,٢٣١	٠,١٩٠	٠,١٧٤	٠,١٦٦	٠,١٦٠
٢٥	٠,٢٠٠	٠,١٧٣	٠,١٥٨	٠,١٤٧	٠,١٤٢
٣٠	٠,١٨٧	٠,١٦١	٠,١٤٤	٠,١٣٦	٠,١٣١
٣٠<	$\frac{١,٠٣١}{\sqrt{ن}}$	$\frac{٠,٨٨٦}{\sqrt{ن}}$	$\frac{٠,٨٠٥}{\sqrt{ن}}$	$\frac{٠,٧٦٨}{\sqrt{ن}}$	$\frac{٠,٧٣٦}{\sqrt{ن}}$

جـدول ١٩

توزيع إحصاء اختبار سميرنوف

Smirnov test statistic

ں١ = ں٢ = ں

إذا كانت ں > ٤٠ نستعمل التقريب الموضح فى نهاية الجدول

اختبار طرف واحد اختبار طرفين	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
ں = ٣				٣ / ٢	٣ / ٢
٤			٤ / ٣	٤ / ٣	٤ / ٣
٥	٥ / ٤	٥ / ٤	٥ / ٤	٥ / ٣	٥ / ٣
٦	٦ / ٥	٦ / ٥	٦ / ٤	٦ / ٤	٦ / ٣
٧	٧ / ٥	٧ / ٥	٧ / ٥	٧ / ٤	٧ / ٤
٨	٨ / ٦	٨ / ٥	٨ / ٥	٨ / ٤	٨ / ٤
٩	٩ / ٦	٩ / ٦	٩ / ٥	٩ / ٥	٩ / ٤
١٠	١٠/ ٧	١٠/ ٦	١٠/ ٦	١٠/ ٥	١٠/ ٤
١١	١١/ ٧	١١/ ٧	١١/ ٦	١١/ ٥	١١/ ٥
١٢	١٢/ ٧	١٢/ ٧	١٢/ ٦	١٢/ ٥	١٢/ ٥
١٣	١٣/ ٨	١٣/ ٧	١٣/ ٦	١٣/ ٦	١٣/ ٥
١٤	١٤/ ٨	١٤/ ٧	١٤/ ٧	١٤/ ٦	١٤/ ٥
١٥	١٥/ ٨	١٥/ ٨	١٥/ ٧	١٥/ ٦	١٥/ ٥
١٦	١٦/ ٩	١٦/ ٨	١٦/ ٧	١٦/ ٦	١٦/ ٦
١٧	١٧/ ٩	١٧/ ٨	١٧/ ٧	١٧/ ٧	١٧/ ٦
١٨	١٨/ ٩	١٨/ ٩	١٨/ ٨	١٨/ ٧	١٨/ ٦
١٩	١٩/ ٩	١٩/ ٩	١٩/ ٨	١٩/ ٧	١٩/ ٦
٢٠	٢٠/١٠	٢٠/ ٩	٢٠/ ٨	٢٠/ ٧	٢٠/ ٦
٢١	٢١/١٠	٢١/ ٩	٢١/ ٨	٢١/ ٧	٢١/ ٦

تابع جدول ١٩

توزيع إحصاء إختبار سميرنوف

(ن ١ = ن ٢ = ن)

اختبار طرف واحد اختبار طرفين	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
ن = ٢٢	٢٢/١٠	٢٢/١٠	٢٢/ ٨	٢٢/ ٨	٢٢/ ٧
٢٣	٢٣/١٠	٢٣/١٠	٢٣/ ٩	٢٣/ ٨	٢٣/ ٧
٢٤	٢٤/١١	٢٤/١٠	٢٤/ ٩	٢٤/ ٨	٢٤/ ٧
٢٥	٢٥/١١	٢٥/١٠	٢٥/ ٩	٢٥/ ٨	٢٥/ ٧
٢٦	٢٦/١١	٢٦/١٠	٢٦/ ٩	٢٦/ ٨	٢٦/ ٧
٢٧	٢٧/١١	٢٧/١١	٢٧/ ٩	٢٧/ ٨	٢٧/ ٧
٢٨	٢٨/١٢	٢٨/١١	٢٨/١٠	٢٨/ ٩	٢٨/ ٨
٢٩	٢٩/١٢	٢٩/١١	٢٩/١٠	٢٩/ ٩	٢٩/ ٨
٣٠	٣٠/١٢	٣٠/١١	٣٠/١٠	٣٠/ ٩	٣٠/ ٨
٣١	٣١/١٢	٣١/١١	٣١/١٠	٣١/ ٩	٣١/ ٨
٣٢	٣٢/١٢	٣٢/١٢	٣٢/١٠	٣٢/ ٩	٣٢/ ٨
٣٤	٣٤/١٣	٣٤/١٢	٣٤/١١	٣٤/١٠	٣٤/ ٨
٣٦	٣٦/١٣	٣٦/١٢	٣٦/١١	٣٦/١٠	٣٦/ ٩
٣٨	٣٨/١٤	٣٨/١٣	٣٨/١١	٣٨/١٠	٣٨/ ٩
٤٠	٤٠/١٤	٤٠/١٣	٤٠/١٢	٤٠/١٠	٤٠/ ٩
ن > ٤٠ (تقريب)	٢,٣٠ / $\sqrt{ن}$	٢,١٥ / $\sqrt{ن}$	١,٩٢ / $\sqrt{ن}$	١,٧٣ / $\sqrt{ن}$	١,٥٢ / $\sqrt{ن}$

تابع جدول ١٩

توزيع إحصاء اختبار سميرنوف $ن_1 \neq ن_2$

نعتبر $ن_1$ تمثل حجم العينة الأقل ، $ن_2$ الحجم الأكبر .

إذا كانت $ن_1$ أو $ن_2$ غير متضمنة بالجدول نستعمل تقريب العينات الكبيرة الموضح فى نهاية الجدول .

اختبار طرف واحد اختبار طرفين		٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
$ن_1$ = ١	$ن_2$ = ٩					١٨/١٧
	١٠					١٠/٩
٢	٣					٦/٥
	٤					٤/٣
	٥				٥/٤	٥/٤
	٦				٦/٥	٦/٥
	٧				٧/٦	٧/٥
	٨			٨/٧	٨/٧	٤/٣
	٩			٩/٨	٩/٨	٩/٧
	١٠			١٠/٩	٥/٤	١٠/٧
٣	٤				٤/٣	٤/٣
	٥			٥/٤	٥/٤	٣/٢
	٦			٦/٥	٣/٢	٣/٢
	٧		٧/٦	٧/٦	٧/٥	٣/٢
	٨		٨/٧	٤/٣	٤/٣	٨/٥
	٩	٩/٨	٩/٨	٩/٧	٣/٢	٣/٢
	١٠	١٠/٩	١٠/٩	٥/٤	١٠/٧	٥/٣
	١٢	١٢/١١	٦/٥	٤/٣	٣/٢	١٢/٧

تابـع جـدول ١٩

توزيع إحصاء إختبار سميرنوف

$ن_1 \neq ن_2$

اختبار طرف واحد اختبار طرفين		٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
$ن_1$ = ٤	$ن_2$ = ٥		٥ / ٤	٥ / ٤	٤ / ٣	٥ / ٣
	٦	٦ / ٥	٦ / ٥	٤ / ٣	٣ / ٢	١٢/ ٧
	٧	٧ / ٦	٧ / ٦	٤ / ٣	٧ / ٥	٢٨/١٧
	٨	٨ / ٧	٨ / ٧	٤ / ٣	٨ / ٥	٨ / ٥
	٩	٩ / ٨	٩ / ٧	٤ / ٣	٣ / ٢	٩ / ٥
	١٠	٥ / ٤	٥ / ٤	١٠/ ٧	٢٠/١٣	٢٠/١١
	١٢	٦ / ٥	٤ / ٣	٣ / ٢	٣ / ٢	١٢/ ٧
	١٦	١٦/١٣	٤ / ٣	١٦/١١	٨ / ٥	١٦/ ٩
٥	٦	٦ / ٥	٦ / ٥	٣ / ٢	٣ / ٢	٥ / ٣
	٧	٧ / ٦	٣٥/٢٩	٧ / ٥	٣٥/٢٣	٧ / ٤
	٨	٥ / ٤	٥ / ٤	٤٠/٢٧	٨ / ٥	٢٠/١١
	٩	٥ / ٤	٩ / ٧	٤٥/٣١	٥ / ٣	٩ / ٥
	١٠	٥ / ٤	١٠ / ٧	١٠/ ٧	٥ / ٣	٢ / ١
	١٥	١٥/١١	١٥/١١	٣ / ٢	٥ / ٣	١٥/ ٨
	٢٠	٤ / ٣	١٠ / ٧	٥ / ٣	٢٠/١١	٢ / ١
٦	٧	٦ / ٥	٧ / ٥	٤٢/٢٩	٧ / ٤	٤٢/٢٣
	٨	٤ / ٣	٤ / ٣	٣ / ٢	١٢/ ٧	٢ / ١
	٩	٩ / ٧	١٨/١٣	٣ / ٢	٩ / ٥	٢ / ١
	١٠	١٥/١١	١٠/ ٧	٣٠/١٩	٣٠/١٧	٢ / ١
	١٢	٤ / ٣	٣ / ٢	١٢/ ٧	١٢/ ٧	٢ / ١
	١٨	١٨/١٣	٣ / ٢	١٨/١١	٩ / ٥	٩ / ٤
	٢٤	٣ / ٢	٨ / ٥	١٢/ ٧	٢ / ١	٢٤/١١

تابع جدول ١٩
توزيع إحصاء إختبار سميرنوف
$ن_{١} \neq ن_{٢}$

اختبار طرف واحد		٠,٩٩٥	٠,٩٩	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠
اختبار طرفين		٠,٩٩	٠,٩٨	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٨٠
$ن_{١}$ = ٧	$ن_{٢}$ = ٨	٤ / ٣	٥٦/٤١	٨ / ٥	٥٦/٣٣	٥٦/٢٧
	٩	٦٣/٤٧	٧ / ٥	٦٣/٤٠	٩ / ٥	٦٣/٣١
	١٠	٧ / ٥	١٠/ ٧	٧٠/٤٣	٧٠/٣٩	٧٠/٣٣
	١٤	٧ / ٥	١٤/ ٩	٧ / ٤	٢ / ١	٧ / ٣
	٢٨	١٤/ ٩	٢٨/١٧	٢٨/١٥	٢٨/١٣	٧ / ٣
٨	٩	٤ / ٣	٣ / ٢	٨ / ٥	٢٤/١٣	٩ / ٤
	١٠	١٠/ ٧	٤٠/٢٧	٤٠/٢٣	٤٠/٢١	٤٠/١٩
	١٢	٣ / ٢	٨ / ٥	١٢/ ٧	٢ / ١	٢٤/١١
	١٦	٨ / ٥	٨ / ٥	١٦/ ٩	٢ / ١	١٦/ ٧
	٣٢	٣٢/١٩	١٦/ ٩	٢ / ١	١٦/ ٧	٣٢/١٣
٩	١٠	٤٥/٣١	٣ / ٢	٤٥/٢٦	٢ / ١	١٥/ ٧
	١٢	٣ / ٢	١٨/١١	٩ / ٥	٢ / ١	٩ / ٤
	١٥	٤٥/٢٩	٥ / ٣	١٥/ ٨	٤٥/٢٢	٤٥/١٩
	١٨	١٨/١١	٩ / ٥	٢ / ١	٩ / ٤	١٨/ ٧
	٣٦	٩ / ٥	٣٦/١٩	٣٦/١٧	١٢/ ٥	٣٦/١٣
١٠	١٥	٣٠/١٩	٣٠/١٧	٢ / ١	١٥/ ٧	٥ / ٢
	٢٠	٥ / ٣	٢٠/١١	٢ / ١	٢٠/ ٩	٥ / ٢
	٤٠		٢ / ١	٢٠/ ٩	٥ / ٢	٢٠/ ٧
١٢	١٥	١٢ / ٧	٢٠/١١	٢ / ١	٢٠/ ٩	٦٠/٢٣
	١٦	١٢/ ٧	٢٤/١٣	٤٨/٢٣	١٦/ ٧	٨ / ٣
	١٨	٩ / ٥	٣٦/١٩	٣٦/١٧	١٢/ ٥	٣٦/١٣
	٢٠	٣٠/١٧	٦٠/٣١	١٥/ ٧	١٢/ ٥	٣٠/١١

تابــع جــدول ١٩
توزيع إحصاء إختبار سميرنوف

$ن_{١} \neq ن_{٢}$

اختبار طرف واحد اختبار طرفين	٠,٩٩٥ ٠,٩٩	٠,٩٩ ٠,٩٨	٠,٩٧٥ ٠,٩٥	٠,٩٥ ٠,٩٠	٠,٩٠ ٠,٨٠
$ن_{١}$ = ١٥ | $ن_{٢}$ = ٢٠ ١٦ | ٢٠	٦٠/٣١ ٨٠/٤١	٦٠/٢٩ ٤٠/١٩	٣٠/١٣ ٤٠/١٧	٥ / ٢ ٨٠/٣١	٢٠/ ٧ ٨٠/٢٧
تقريب العينات الكبيرة هـ = $\sqrt{\frac{ن_{١} + ن_{٢}}{ن_{١} ن_{٢}}}$	١,٦٣ هـ	١,٥٢ هـ	١,٣٦ هـ	١,٢٢ هـ	١,٠٧ هـ

جـدول ٢٠

توزيع إحصاء هارتلي ف ا

Hartley's statistic

مـ = ٠,٠٥

ن/م	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٢	٣٩	٨٧,٥	١٤٢	٢٠٢	٢٦٦	٣٣٣	٤٠٣	٤٧٥	٥٥٠	٦٢٦	٧٠٤
٣	١٥,٤	٢٧,٨	٣٩,٢	٥٠,٧	٦٢	٧٢,٩	٨٣,٥	٩٣,٩	١٠٤	١١٤	١٢٤
٤	٩,٦	١٥,٥	٢٠,٦	٢٥,٢	٢٩,٥	٣٣,٦	٣٧,٥	٤١,١	٤٤,٦	٤٨	٥١,٤
٥	٧,١٥	١٠,٨	١٣,٧	١٦,٣	١٨,٧	٢٠,٨	٢٢,٩	٢٤,٧	٢٦,٥	٢٨,٢	٢٩,٩
٦	٥,٨٢	٨,٣٨	١٠,٤	١٢,١	١٣,٧	١٥	١٦,٣	١٧,٥	١٨,٦	١٩,٧	٢٠,٧
٧	٤,٩٩	٦,٩٤	٨,٤٤	٩,٧٠	١٠,٨	١١,٨	١٢,٧	١٣,٥	١٤,٣	١٥,١	١٥,٨
٨	٤,٤٣	٦	٧,١٨	٨,١٢	٩,٠٣	٩,٧٨	١٠,٥	١١,١	١١,٧	١٢,٢	١٢,٧
٩	٤,٠٣	٥,٣٤	٦,٣١	٧,١١	٧,٨	٨,٤١	٨,٩٥	٩,٤٥	٩,٩١	١٠,٣	١٠,٧
١٠	٣,٧٢	٤,٨٥	٥,٦٧	٦,٣٤	٦,٩٢	٧,٤٢	٧,٨٧	٨,٢٨	٨,٦٦	٩,٠١	٩,٣٤
١٢	٣,٢٨	٤,١٦	٤,٧٩	٥,٣	٥,٧٢	٦,٩	٦,٤٢	٦,٧٢	٧	٧,٢٥	٧,٤٨
١٥	٢,٨٦	٣,٥٤	٤,٠١	٤,٣٧	٤,٦٨	٤,٩٥	٥,١٩	٥,٤	٥,٥٩	٥,٧٧	٥,٩٣
٢٠	٢,٤٦	٢,٩٥	٣,٢٩	٣,٥٤	٣,٧٦	٣,٩٤	٤,١٠	٤,٢٤	٤,٣٧	٤,٤٩	٤,٥٩
٣٠	٢,٠٧	٢,٤	٢,٦١	٢,٧٨	٢,٩١	٣,٠٢	٣,١٢	٣,٢١	٣,٢٩	٣,٣٦	٣,٣٩
٦٠	١,٦٧	١,٨٥	١,٩٦	٢,٠٤	٢,١١	٢,١٧	٢,٢٢	٢,٢٦	٢,٣٠	٢,٣٣	٢,٣٦
∞	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١

تابع جدول ٢٠
توزيع إحصاء هارتلى ف ا

مـ = ٠,٠١

ن / م	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٢	١٩٩	٤٤٨	٧٢٩	١٠٣٦	١٣٦٢	١٧٠٥	٢٠٦٣	٢٤٣٢	٢٨١٣	٣٢٠٤	٣٦٠٥
٣	٤٧,٥	٨٥	١٢٠	١٥١	١٨٤	٢١٦	٢٤٩	٢٨١	٣١٠	٣٣٧	٣٦١
٤	٢٣,٢	٣٧	٤٩	٥٩	٦٩	٧٩	٨٩	٩٧	١٠٦	١١٣	١٢٠
٥	١٤,٩	٢٢	٢٨	٣٣	٣٨	٤٢	٤٦	٥٠	٥٤	٥٧	٦٠
٦	١١,١	١٥,٥	١٩,١	٢٢	٢٥	٢٧	٣٠	٣٢	٣٤	٣٦	٣٧
٧	٨,٨٩	١٢,١	١٤,٥	١٦,٥	١٨,٤	٢٠	٢٢	٢٣	٢٤	٢٦	٢٧
٨	٧,٥٠	٩,٩	١١,٧	١٣,٢	١٤,٥	١٥,٨	١٦,٩	١٧,٩	١٨,٩	١٩,٨	٢١
٩	٦,٥٤	٨,٥	٩,٩	١١,١	١٢,١	١٣,١	١٣,٩	١٤,٧	١٥,٣	١٦,٠	١٦,٦
١٠	٥,٨٥	٧,٤	٨,٦	٩,٦	١٠,٤	١١,١	١١,٨	١٢,٤	١٢,٩	١٣,٤	١٣,٩
١٢	٤,٩١	٦,١	٦,٩	٧,٦	٨,٢	٨,٧	٩,١	٩,٥	٩,٩	١٠,٢	١٠,٦
١٥	٤,٠٧	٤,٩	٥,٥	٦,٠	٦,٤	٦,٧	٧,١	٧,٣	٧,٥	٧,٨	٨,٠
٢٠	٣,٣٢	٣,٨	٤,٣	٤,٦	٤,٩	٥,١	٥,٣	٥,٥	٥,٦	٥,٨	٥,٩
٣٠	٢,٦٣	٣,٠	٣,٣	٣,٤	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤,٠	٤,١	٤,٢
٦٠	١,٩٦	٢,٢	٢,٣	٢,٤	٢,٤	٢,٥	٢,٥	٢,٦	٢,٦	٢,٧	٢,٧
∞	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١

جـدول ٢١

توزيع إحصاء كـوكـران

Critical values for cochran's test

يستخدم لاختبار تجانس التباين .

ــ القيم بالجدول خاصة بالإحصاء : (أكبر ع٢) / مجـ ع٢

وحيث إن كل قيم (ع٢) وعددها (م) لها درجات حرية (د)

ــ تم حذف العلامة العشرية ، وتقسم القيم بالجدول على ١٠ ٠٠٠

جدول ٢١
توزيع إحصاء كوكران
المئين ٩٥

القيم تقسم على ١٠ ٠٠٠

م/د	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٦	٣٦	١٤٤	∞
٢	٩٩٨٥	٩٧٥٠	٩٣٩٢	٩٠٥٧	٨٧٧٢	٨٥٣٤	٨٣٣٢	٨١٥٩	٨٠١٠	٧٨٨٠	٧٣٤١	٦٦٠٢	٥٨١٣	٥٠٠٠
٣	٩٦٦٩	٨٧٠٩	٧٩٧٧	٧٤٥٧	٧٠٧١	٦٧٧١	٦٥٣٠	٦٣٣٣	٦١٦٧	٦٠٢٥	٥٤٦٦	٤٧٤٨	٤٠٣١	٣٣٣٣
٤	٥٦٠٩	٩٧٦٧	٦٨٤١	٦٢٨٧	٥٨٩٥	٥٥٩٨	٥٣٦٥	٥١٧٥	٥٠١٧	٤٨٨٤	٤٣٦٦	٣٧٢٠	٣٠٩٣	٢٥٠٠
٥	٨٤١٢	٦٨٣٨	٥٩٨١	٥٤٤١	٥٠٦٥	٤٧٨٣	٤٥٦٤	٤٣٨٧	٤٢٤١	٤١١٨	٣٦٤٥	٣٠٦٦	٢٥١٣	٢٠٠٠
٦	٧٨٠٨	٦١٦١	٥٣٢١	٤٨٠٣	٤٤٤٧	٤١٨٤	٣٩٨٠	٣٠١٧	٣٦١٢	٢٥٦٨	٣١٣٥	٢٦١٢	٢١١٩	١٦٦٧
٧	٧٢٧١	٥٩١٢	٤٨٠٠	٤٣٠٧	٣٩٧٤	٣١٢٦	٣٥٣٥	٣٣٨٤	٣٢٥٩	٣١٥٤	٢٧٥٦	٢٢٧٨	١٨٣٣	١٤٢٩
٨	٦٧٩٨	٥١٥٧	٤٣٧٧	٣٩١٠	٣٥٩٥	٣٣٦٢	٣١٨٥	٣٠٤٣	٢٩٢٦	٢٨٢٩	٢٤٦٢	٢٠٢٢	١٦١٦	١٢٥٠
٩	٦٣٨٥	٤٧٧٥	٤٠٢٧	٣٥٨٤	٣٢٨٦	٣٠٦٧	٢٩٠١	٢٧٦٨	٢٦٥٩	٢٥٦٨	٢٢٢٦	١٨٢٠	١٤٤٦	١١١١
١٠	٦٠٢٠	٤٤٥٠	٣٧٢٣	٣٣١١	٣٠٢٩	٢٨٢٣	٢٦٦٦	٢٥٤١	٢٤٣٩	٢٣٥٣	٢٠٣٢	١٦٥٥	١٣٠٨	١٠٠٠
١٢	٥٤١٠	٣٩٢٤	٣٢٦٤	٢٨٨٠	٢٦٢٤	٢٤٣٩	٢٢٩٩	٢١٨٧	٢٠٩٨	٢٠٢٠	١٧٣٧	١٤٠٣	١١٠٠	٠٨٣٣
١٥	٤٧٠٩	٣٣٤٦	٢٧٥٨	٢٤١٩	٢١٩٥	٢٠٣٤	١٩١١	١٨١٥	١٧٣٦	١٦٧١	١٤٢٩	١١٤٤	٠٨٨٩	٠٦٦٧
٢٠	٣٨٩٤	٢٧٠٥	٢٢٠٥	١٩٢١	١٧٣٥	١٦٠٢	١٥٠١	١٤٢٢	١٣٥٧	١٣٠٣	١١٠٨	٠٨٧٩	٠٦٧٥	٠٥٠٠
٢٤	٣٤٣٤	٢٣٥٤	١٩٠٧	١٦٥٦	١٤٩٣	١٣٧٤	١٢٨٦	١٢١٦	١١٦٠	١١١٣	٠٩٤٢	٠٧٤٣	٠٥٦٧	٠٤١٧
٣٠	٢٩٢٩	١٩٨٠	١٥٩٣	١٣٧٧	١٢٣٧	١١٣٧	١٠٦١	١٠٠٢	٠٩٥٨	٠٩٢١	٠٧٧١	٠٦٠٤	٠٤٥٧	٠٣٣٣
٤٠	٢٣٧٠	١٥٧٦	١٢٥٩	١٠٨٢	٠٩٦٨	٠٨٨٧	٠٨٢٧	٠٧٨٠	٠٧٤٥	٠٧١٣	٠٥٩٥	٠٤٦٢	٠٣٤٧	٠٢٥٠
٦٠	١٧٣٧	١١٣١	٠٨٩٥	٠٧٦٥	٠٦٨٢	٠٦٢٣	٠٥٨٣	٠٥٥٢	٠٥٢٠	٠٤٩٧	٠٤١١	٠٣١٦	٠٢٣٤	٠١٦٧
١٢٠	٠٩٩٨	٠٦٣٢	٠٤٩٥	٠٤١٩	٠٣٧١	٠٣٣٧	٠٣١٢	٠٢٩٢	٠٢٧٩	٠٢٦٦	٠٢١٨	٠١٦٥	٠١٢٠	٠٠٨٣
∞	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠

تابع جدول ٢١
توزيع إحصاء كوكران
المئين ٩٩

م/د	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٦	٣٦	١٤٤	∞
٢	٩٩٩٩	٩٩٥٠	٩٧٩٤	٩٥٨٦	٩٣٧٣	٩١٧٢	٨٩٨٨	٨٨٢٣	٨٦٧٤	٨٥٣٩	٧٩٤٩	٧٠٦٧	٦٠٦٢	٥٠٠٠
٣	٩٩٣٣	٩٤٢٣	٨٨٣١	٨٣٣٥	٧٩٣٣	٧٦٠٦	٧١٠٧	٧١٠٧	٦٩١٢	٦٧٤٣	٦٠٥٩	٥١٥٣	٤٢٣٠	٣٣٣٣
٤	٩٦٧٦	٨٦٤٣	٧٨١٤	٧٢١٢	٦٧٦١	٦٤١٠	٥٨٩٧	٥٨٩٧	٥٧٠٢	٥٥٣٦	٤٨٨٤	٤٠٥٧	٣٢٥١	٢٥٠٠
٥	٩٢٧٩	٧٨٨٥	٦٩٥٧	٦٣٢٩	٥٨٧٥	٥٥٣١	٥٢٥٩	٥٠٣٧	٤٨٥٤	٤٦٩٧	٤٠٩٤	٣٣٥١	٢٦٤٤	٢٠٠٠
٦	٨٨٢٨	٧٢١٨	٦٢٥٨	٥٦٣٥	٥١٩٥	٤٨٦٦	٤٦٠٨	٤٤٠١	٤٢٢٩	٤٠٨٤	٣٥٢٩	٢٨٥٨	٢٢٢٩	١٦٦٧
٧	٨٣٧٦	٦٦٤٤	٥٦٨٥	٥٠٨٠	٤٦٥٩	٤٣٤٧	٤١٠٥	٣٩١١	٣٧٥١	٣٦١٦	٣١٠٥	٢٤٩٤	١٩٢٩	١٤٢٩
٨	٧٩٤٥	٦١٥٢	٥٢٠٩	٤٦٢٧	٤٢٢٦	٣٩٣٢	٣٧٠٤	٣٥٢٢	٣٣٧٣	٣٢٤٨	٢٧٧٩	٢٢١٤	١٧٠٠	١٢٥٠
٩	٧٥٤٤	٥٧٢٧	٤٨١٠	٤٢٥١	٣٨٧٠	٣٥٩٢	٣٣٧٨	٣٢٠٧	٣٠٦٧	٢٩٥٠	٢٥١٤	١٩٩٢	١٥٢١	١١١١
١٠	٧١٧٥	٥٣٥٨	٤٤٦٩	٣٩٣٤	٣٥٧٢	٣٣٠٨	٣١٠٦	٢٩٤٥	٢٨١٣	٢٧٠٤	٢٢٩٧	١٨١١	١٣٧٦	١٠٠٠
١٢	٦٥٢٨	٤٧٥١	٣٩١٩	٣٤٢٨	٣٠٩٩	٢٨٦١	٢٦٨٠	٢٥٣٥	٢٤١٩	٢٣٢٠	١٩٦١	١٥٣٥	١١٥٧	٠٨٣٣
١٥	٥٧٤٧	٤٠٦٩	٣٣١٧	٢٨٨٢	٢٥٩٣	٢٣٨٦	٢٢٢٨	٢١٠٤	٢٠٠٢	١٩١٨	١٦١٢	١٢٥١	٠٩٣٤	٠٦٦٧
٢٠	٤٧٩٩	٣٢٩٧	٢٦٥٤	٢٢٨٨	٢٠٤٨	١٨٧٧	١٧٤٨	١٦٤٦	١٥٦٧	١٥٠١	١٢٤٨	٠٩٦٠	٠٧٠٩	٠٥٠٠
٢٤	٤٢٤٧	٢٨٧١	٢٢٩٥	١٩٧٠	١٧٥٩	١٦٠٨	١٤٩٥	١٤٠٦	١٣٣٨	١٢٨٣	١٠٦٠	٠٨١٠	٠٥٩٥	٠٤١٧
٣٠	٣٦٣٢	٢٤١٢	١٩١٣	١٦٣٥	١٤٥٤	١٣٢٧	١٢٣٢	١١٥٧	١١٠٠	١٠٥٤	٠٨٦٧	٠٦٥٨	٠٤٨٠	٠٣٣٣
٤٠	٢٩٤٠	١٩١٥	١٥٠٨	١٢٨١	١١٣٥	١٠٣٣	٠٩٥٧	٠٨٩٨	٠٨٥٣	٠٨١٦	٠٦٦٨	٠٥٠٣	٠٣٦٣	٠٢٥٠
٦٠	٢١٥١	١٣٧١	١٠٦٩	٠٩٠٢	٠٧٩٦	٠٧٢٢	٠٦٦٨	٠٦٢٥	٠٦٢٥	٠٥٦٧	٠٤٦١	٠٣٤٤	٠٢٤٥	٠١٦٧
١٢٠	١٢٢٥	٠٧٥٩	٠٥٨٥	٠٤٨٩	٠٤٢٩	٠٣٨٧	٠٣٥٧	٠٣٣٤	٠٣٣٤	٠٣٠٢	٠٢٤٢	٠١٧٨	٠١٢٥	٠٠٨٣
∞	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠

جـدول ٢٢

توزيع إحصاء ديكسون لاختبار القيم المتطرفة

Dixon's statistic for outliers

القيم بالجدول تقسم على ١٠٠٠

الإحصـــاء	ن	٠,٩٩٥	٠,٩٩	٠,٩٨	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٨٠	٠,٧٠
$ى_{١٠} = \frac{س_{٢} - س_{١}}{س_{ن} - س_{١}}$	٣	٩٩٤	٩٨٨	٩٧٦	٩٤١	٨٨٦	٧٨١	٦٨٤
	٤	٧٢٦	٨٨٩	٨٤٦	٧٦٥	٦٧٩	٥٦٠	٤٧١
	٥	٨٢١	٧٨٠	٧٢٩	٦٤٢	٥٥٧	٤٥١	٣٧٣
	٦	٧٤٠	٦٩٨	٦٤٤	٥٦٠	٤٨٢	٣٨٦	٣١٨
	٧	٦٨٠	٦٣٧	٥٨٦	٥٠٧	٤٣٤	٣٤٤	٢٨١
$ى_{١١} = \frac{س_{٢} - س_{١}}{س_{ن-١} - س_{١}}$	٨	٧٢٥	٦٨٣	٦٣١	٥٥٤	٤٧٩	٣٨٥	٣١٨
	٩	٦٧٧	٦٣٥	٥٨٧	٥١٢	٤٤١	٣٥٢	٢٨٨
	١٠	٦٣٩	٥٩٧	٥٥١	٤٧٧	٤٠٩	٣٢٥	٢٦٥
$ى_{٢١} = \frac{س_{٣} - س_{١}}{س_{ن-١} - س_{١}}$	١١	٧١٣	٦٧٩	٦٣٨	٥٧٦	٥١٧	٤٤٢	٣٩١
	١٢	٦٧٥	٦٤٢	٦٠٥	٥٤٦	٤٩٠	٤١٩	٣٧٠
	١٣	٦٤٩	٦١٥	٥٧٨	٥٢١	٤٦٧	٣٩٩	٣٥١
$ى_{٢٢} = \frac{س_{٣} - س_{١}}{س_{ن-٢} - س_{١}}$	١٤	٦٧٤	٦٤١	٦٠٢	٥٤٦	٤٩٢	٤٢١	٣٧٠
	١٥	٦٤٧	٦١٦	٥٧٩	٥٢٥	٤٧٢	٤٠٢	٣٥٣
	١٦	٦٢٤	٥٩٥	٥٥٩	٥٠٧	٤٥٤	٣٨٦	٣٣٨
	١٧	٦٠٥	٥٧٧	٥٤٢	٤٩٠	٤٣٨	٣٧٣	٣٢٥
	١٨	٥٨٩	٥٦١	٥٢٧	٤٧٥	٤٢٤	٣٦١	٣١٤
	١٩	٥٧٥	٥٤٧	٥١٤	٤٦٢	٤١٢	٣٥٠	٣٠٤
	٢٠	٥٦٢	٥٣٥	٥٠٢	٤٥٠	٤٠١	٣٤٠	٢٩٥
	٢١	٥٥١	٥٢٤	٤٩١	٤٤٠	٣٩١	٣٣١	٢٨٧
	٢٢	٥٤١	٥١٤	٤٨١	٤٣٠	٣٨٢	٣٢٣	٢٨٠
	٢٣	٥٣٢	٥٠٥	٤٧٢	٤٢١	٣٧٤	٣١٦	٢٧٤
	٢٤	٥٢٤	٤٩٧	٤٦٤	٤١٣	٣٦٧	٣١٠	٢٦٨
	٢٥	٥١٦	٤٨٩	٤٥٧	٤٠٦	٣٦٠	٣٠٤	٢٦٢

جـدول ٢٣

توزيع عدد الدفعات الكلى

Distribution of total number of Runs

المجموعة الأولى من الجداول تعطى احتمال حدوث عدد من الدفعات قدره (د) أو أقل . ولحجوم العينات $\text{ن}_1 = \text{ن}_2$ التى تكون أكبر من ١٠ تستخدم المجموعة الثانية من الجداول . وفى هذه المجموعة الأخيرة فإن :

ــ الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٠٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٥ تعطى عدد الدفعات د بحيث إن هذا العدد أو أقل منه يحدث باحتمال أقل من الاحتمال الموضح أعلى العمود .

ــ الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٩٥ ، ٠,٩٧٥ ، ٠,٩٩ ، ٠,٩٩٥ تعطى عدد الدفعات بحيث إن احتمال حدوث هذا العدد أو أكبر منه ، أقل من الاحتمالات ٠,٠٥ ، ٠,٠٢٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠٥ على التوالى .

$$\bar{\text{د}} = \frac{٢\,\text{ن}_1\,\text{ن}_2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2} + ١$$

$$\sigma_{\text{د}}^{٢} = \frac{٢\,\text{ن}_1\,\text{ن}_2\,(٢\,\text{ن}_1\,\text{ن}_2 - \text{ن}_1 - \text{ن}_2)}{(\text{ن}_1 + \text{ن}_2)^{٢}\,(\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - ١)}$$

لقيم ن_1 ، ن_2 الكبيرة يقترب توزيع (د) من التوزيع الطبيعى .

جـدول ٢٣
توزيع عدد الدفعات الكلى
Total number of Runs

القيم بالجدول تقسم على ١٠٠٠

n_1	n_2 / د	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢
٢	٣					١٠٠٠	٩٠٠	٥٠٠	٢٠٠
	٤					١٠٠٠	٨٠٠	٤٠٠	١٣٣
	٥					١٠٠٠	٧١٤	٣٣٣	٩٥
	٦					١٠٠٠	٦٤٣	٢٨٦	٧١
	٧					١٠٠٠	٥٨٣	٢٥٠	٥٦
	٨					١٠٠٠	٥٣٣	٢٢٢	٤٤
	٩					١٠٠٠	٤٩١	٢٠٠	٣٦
	١٠					١٠٠٠	٤٥٥	١٨٢	٣٠
٣	٣				١٠٠٠	٩٠٠	٧٠٠	٣٠٠	١٠٠
	٤			١٠٠٠	٩٧١	٨٠٠	٥٤٣	٢٠٠	٥٧
	٥			١٠٠٠	٩٢٩	٧١٤	٤٢٩	١٤٣	٣٦
	٦			١٠٠٠	٨٨١	٦٤٣	٣٤٥	١٠٧	٢٤
	٧			١٠٠٠	٨٣٣	٥٨٣	٢٨٣	٨٣	١٧
	٨			١٠٠٠	٧٨٨	٥٣٣	٢٣٦	٦٧	١٢
	٩			١٠٠٠	٧٤٥	٤٩١	٢٠٠	٠٥٥	٩
	١٠			١٠٠٠	٧٠٦	٤٥٥	١٧١	٤٥	٧
٤	٤		١٠٠٠	٩٧١	٨٨٦	٦٢٩	٣٧١	١١٤	٢٩
	٥	١٠٠٠	٩٩٢	٩٢٩	٧٨٦	٥٠٠	٢٦٢	٧١	١٦
	٦	١٠٠٠	٩٧٦	٨٨١	٦٩٠	٤٠٥	١٩٠	٤٨	١٠
	٧	١٠٠٠	٩٥٤	٨٣٣	٦٠٦	٣٣٣	١٤٢	٣٣	٦
	٨	١٠٠٠	٩٢٩	٧٨٨	٥٣٣	٢٧٩	١٠٩	٢٤	٤
	٩	١٠٠٠	٩٠٢	٧٤٥	٤٧١	٢٣٦	٨٥	١٨	٣
	١٠	١٠٠٠	٨٧٤	٧٠٦	٤١٩	٢٠٣	٦٨	١٤	٢

تابع جدول ٢٣

القيم بالجدول تقسم على ١٠٠٠

ن١	ن٢/د	٢٠	١٩	١٨	١٧	١٦	١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢
٥	٥											١٠٠٠	٩٩٢	٩٦٠	٨٨٣	٦٤٣	٣٥٧	١٩٧	٠٤٠	٠٠٨
	٦										١٠٠٠	٩٩٨	٩٧٦	٩١١	٧٣٨	٥٢٢	٢٦٢	١١٠	٢٤	
	٧										١٠٠٠	٩٩٢	٩٥٥	٨٥٤	٦٥٢	٤٢٤	١٩٧	٧٦	١٥	٣
	٨										١٠٠٠	٩٨٤	٩٢٩	٧٩٣	٥٧٦	٣٤٧	١٥٢	٥٤	١٠	٢
	٩										١٠٠٠	٩٧٢	٩٠٢	٧٣٤	٥١٠	٢٨٧	١١٩	٣٩	٧	١
	١٠										١٠٠٠	٩٥٨	٨٧٤	٦٧٨	٤٥٥	٢٣٩	٩٥	٢٩	٥	١
٦	٦									١٠٠٠	٩٩٨	٩٨٧	٩٣٣	٨٢٥	٦٠٨	٣٩٢	١٧٥	٦٧	١٣	٢
	٧								١٠٠٠	٩٩٩	٩٩٢	٩٦٦	٨٧٩	٧٣٣	٥٠٠	٢٦٦	١٢١	٤٣	٨	١
	٨								١٠٠٠	٩٩٨	٩٨٤	٩٣٧	٨٢١	٦٤٦	٤١٣	٢٢٦	٨٦	٢٨	٥	١
	٩								١٠٠٠	٩٩٤	٩٧٢	٩٠٢	٧٩٢	٥٦٦	٣٤٣	١٧٥	٩٣	١٩	٣	٠
	١٠								١٠٠٠	٩٩٠	٩٥٨	٨٦٤	٧٠٦	٤٩٧	٢٨٨	١٣٧	٤٧	١٣	٢	٠
٧	٧							١٠٠٠	٩٩٩	٩٩٦	٩٧٥	٩٢٢	٧٩١	٦٦٧	٣٨٣	٢٠٩	٧٨	٢٥	٤	١
٧	٨							١٠٠٠	٩٩٨	٩٨٨	٩٤٩	٨٦٧	٧٠٤	٥١٤	٢٩٦	١٤٩	٥١	١٥	٢	٠
	٩						١٠٠٠	٩٩٩	٩٩٤	٩٧٥	٩١٩	٨٠٦	٦٢٢	٤٢٧	٢٣١	١٠٨	٣٥	١٠	١	٠
	١٠						١٠٠٠	٩٩٨	٩٩٠	٩٥٧	٨٧٩	٧٤٣	٥٤٩	٣٥٥	١٨٢	٨٠	٢٤	٦	١	٠
٨	٨					١٠٠٠	١٠٠٠	٩٩٩	٩٩١	٩٦٨	٩٠٠	٧٨٦	٥٩٥	٤٠٥	٢١٤	١٠٠	٣٢	٩	١	٠
	٩				١٠٠٠	١٠٠٠	٩٩٩	٩٩٦	٩٨٠	٩٣٩	٨٤٣	٧٠٢	٥٠٠	٣١٩	١٥٧	٦٩	٢٠	٥	١	
	١٠				١٠٠٠	١٠٠٠	٩٩٨	٩٩٠	٩٦٤	٩٠٣	٧٨٢	٦٢١	٤١٩	٢٥١	١١٧	٤٨	١٣	٣	٠	
٩	٩				١٠٠٠	١٠٠٠	٩٩٧	٩٨٨	٩٥٦	٨٩١	٧٦٢	٦٠١	٣٩٩	٢٣٨	١٠٩	٤٤	١٢	٣	٠	٠
	١٠		١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	٩٩٩	٩٩٢	٩٧٤	٩٢٣	٨٣٤	٦٨١	٥١٠	٣١٩	١٧٩	٧٧	٢٩	٨	٢	٠	٠
١٠	١٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	٩٩٩	٩٩٦	٩٨١	٩٤٩	٨٧٢	٧٥٨	٥٨٦	٤١٤	٢٤٢	١٢٨	٥١	١٩	٤	١	٠	٠

تابع جدول ٢٣

توزيع عدد الدفعات الكلى

ن١ = ن٢	٠,٩٩٥	٠,٩٩	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥	د̄	σ
١١	١٨	١٧	١٦	١٦	٧	٧	٦	٥	١٢	٢,٢٩
١٢	١٩	١٨	١٨	١٧	٨	٧	٧	٦	١٣	٢,٤٠
١٣	٢٠	٢٠	١٩	١٨	٩	٨	٧	٧	١٤	٢,٥٠
١٤	٢٢	٢١	٢٠	١٩	١٠	٩	٨	٧	١٥	٢,٦٠
١٥	٢٣	٢٢	٢١	٢٠	١١	١٠	٩	٨	١٦	٢,٦٩
١٦	٢٤	٢٣	٢٢	٢٢	١١	١١	١٠	٩	١٧	٢,٧٨
١٧	٢٥	٢٥	٢٤	٢٣	١٢	١١	١٠	١٠	١٨	٢,٨٧
١٨	٢٧	٢٦	٢٥	٢٤	١٣	١٢	١١	١٠	١٩	٢,٩٦
١٩	٢٨	٢٧	٢٦	٢٥	١٤	١٣	١٢	١١	٢٠	٣,٠٤
٢٠	٢٩	٢٨	٢٧	٢٦	١٥	١٤	١٣	١٢	٢١	٣,١٢
٢٥	٣٥	٣٤	٣٣	٣٢	١٩	١٨	١٧	١٦	٢٦	٣,٥٠
٣٠	٤١	٤٠	٣٩	٣٧	٢٤	٢٢	٢١	٢٠	٣١	٣,٨٤
٣٥	٤٧	٤٦	٤٤	٤٣	٢٨	٢٧	٢٥	٢٤	٣٦	٤,١٥
٤٠	٥٢	٥١	٥٠	٤٨	٣٣	٣١	٣٠	٢٩	٤١	٤,٤٤
٤٥	٥٨	٥٧	٥٥	٥٤	٣٧	٣٦	٣٤	٣٣	٤٦	٤,٧٢
٥٠	٦٤	٦٣	٦١	٥٩	٤٢	٤٠	٣٨	٣٧	٥١	٤,٩٧
٥٥	٦٩	٦٨	٦٦	٦٥	٤٦	٤٥	٤٣	٤٢	٥٦	٥,٢٢
٦٠	٧٥	٧٤	٧٢	٧٠	٥١	٤٩	٤٧	٤٦	٦١	٥,٤٥
٦٥	٨١	٧٩	٧٧	٧٥	٥٦	٥٤	٥٢	٥٠	٦٦	٥,٦٨
٧٠	٨٦	٨٥	٨٣	٨١	٦٠	٥٨	٥٦	٥٥	٧١	٥,٨٩
٧٥	٩٢	٩٠	٨٨	٨٦	٦٥	٦٣	٦١	٥٩	٧٦	٦,١٠
٨٠	٩٧	٩٦	٩٣	٩١	٧٠	٦٨	٦٥	٦٤	٨١	٦,٣٠
٨٥	١٠٣	١٠١	٩٩	٩٧	٧٤	٧٢	٧٠	٦٨	٨٦	٦,٥٠
٩٠	١٠٨	١٠٧	١٠٤	١٠٢	٧٩	٧٧	٧٤	٧٣	٩١	٦,٦٩
٩٥	١١٤	١١٢	١٠٩	١٠٧	٨٤	٨٢	٧٩	٧٧	٩٦	٦,٨٧
١٠٠	١١٩	١١٧	١١٥	١١٣	٨٨	٨٦	٨٤	٨٢	١٠١	٧,٠٥

مطابع الدار الهندسية/القاهرة
تليفاكس: ٥٤٠٢٥٩٨ محمول: ٠١٢٢٢٣٤٩٠١١